

Fisica Generale L - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Edile, Tecnico del Territorio

I parziale - 29 Maggio 2007 Compito A

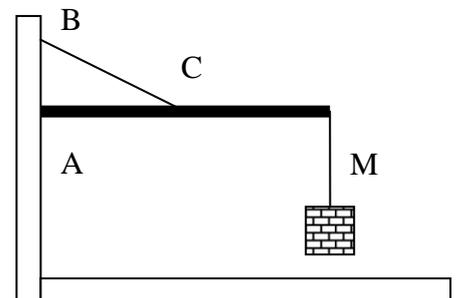
Esercizio 1: La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore posizione $\vec{r}(t) = 2 \cos(\omega t) \hat{i} - 3 \sin(\omega t) \hat{j} + 2\omega t \hat{k}$ (m) con $\omega = 3 \text{ s}^{-1}$, t espresso in secondi ed \vec{r} in metri. Determinare la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo, la terna di versori intrinseca ed il raggio di curvatura della traiettoria per $t=0 \text{ s}$.

Esercizio 2: Un punto materiale, inizialmente (per $t=0 \text{ s}$) fermo, in $x=0$ è soggetto ad una accelerazione pari a $a(t) = \ddot{x} = a_0(1 - e^{-t/\tau})$ nell'intervallo di tempo $0 < t < \tau$, con $a_0 = 0,25 \text{ m/s}^2$ e $\tau = 3,2 \text{ s}$ e $a(t) = 0$ per $t > \tau$. Determinare la legge del moto $x(t)$ e l'istante in cui il punto raggiunge la posizione $x=30 \text{ m}$.

Esercizio 3: Un proiettile di massa M viene sparato da fermo, con un alzo di 45° , da un cannone posto su una altura che si eleva di $h=20 \text{ m}$ rispetto alla pianura circostante. Determinare:

1) il modulo v della velocità con cui si deve sparare il proiettile affinché colpisca un bersaglio nella pianura e che dista orizzontalmente dal cannone di $D=100 \text{ m}$; 2) l'angolo con cui il proiettile colpisce il bersaglio; 3) il modulo della velocità del proiettile quando colpisce il bersaglio.

Esercizio 4: Un semplice sistema di sollevamento pesi, utilizzato in alcuni canterini edili, è schematizzabile come una sbarra orizzontale di massa trascurabile, lunga $l=4 \text{ m}$, fissata ad una superficie verticale ad un estremo A e sostenuta da una fune ideale (BC) tramite il punto centrale C della sbarra, come mostrato in figura. Sapendo che il segmento AB è lungo $l/2$, che il punto A costituisce un vincolo puntuale ideale, che la sbarra sostiene all'altro estremo una massa $M=70 \text{ kg}$, determinare la tensione nella fune BC e la reazione vincolare in A.



Domande:

5) Cosa è un vincolo? Cos'è una reazione vincolare?

6) Spiegare il primo principio della dinamica.

7) Un grave di massa M in caduta libera nell'aria è sottoposto ad una forza di attrito la cui espressione è: $\vec{F} = -k\vec{v}$ con \vec{v} velocità del punto e k una costante. Sapendo che la velocità di caduta raggiunge un valore limite costante v_L , determinare quali, tra le seguenti formule, è fisicamente accettabile per v_L :

$$a) v_L = Mg/k \quad b) v_L = Mk/g \quad c) v_L = kg/M \quad d) v_L = Mgk$$

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Fisica Generale L - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Edile, Tecnico del Territorio

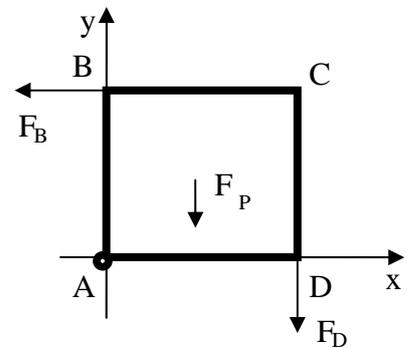
I parziale - 29 Maggio 2007 Compito B

Esercizio 1: La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore posizione $\vec{r}(t) = 2(1 - e^{-t/\tau})\hat{i} - e^{-t/\tau}\hat{j} + (t/\tau)^3\hat{k}$ (m) con t espresso in secondi, \vec{r} in metri e $\tau = 4s$. Determinare la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo, la terna di versori intrinseca ed il raggio di curvatura della traiettoria per $t=0$ s.

Esercizio 2: Un punto materiale, inizialmente (per $t=0$ s) fermo in $x=0$, è soggetto ad una accelerazione pari a $a(t) = \ddot{x} = a_0 \left[1 - \left(\frac{t}{\tau} \right)^2 \right]$ nell'intervallo di tempo $0 < t < \tau$, con $a_0 = 3,7 m/s^2$ e $\tau = 1,2 s$ e $a(t) = 0$ per $t > \tau$. Determinare la legge del moto $x(t)$ e l'istante in cui il punto raggiunge la posizione $x=28$ m.

Esercizio 3: Una pallina inizialmente ferma viene lasciata cadere in verticale da un'altezza di 5 m e nello stesso istante un'altra pallina viene lanciata in alto partendo da terra sotto la verticale dell'altra. Se le due palline si incontrano ad un'altezza di 2,5 m, qual è la velocità iniziale della seconda pallina? Dopo quanto tempo si incontrano e che velocità hanno le due palline in quel momento?

Esercizio 4: Una piastra quadrata di lato $L=10$ cm e massa $M=0,5$ kg è posta in un piano verticale come in figura ed è vincolata nell'estremo A. La piastra, libera di ruotare attorno ad un asse orizzontale passante per A e perpendicolare al piano della piastra, è soggetta alla forza peso, che può essere pensata applicata al centro del quadrato, ad una forza orizzontale \vec{F}_B di 8 N applicata nell'estremo B e ad una terza forza verticale \vec{F}_D applicata nell'estremo D. Calcolare: 1) la forza in D sapendo che la piastra è in equilibrio statico; 2) la reazione vincolare in A.



Domande:

- 5) Qual'è l'utilità dei modelli in fisica? Fare qualche esempio
- 6) Spiegare il secondo principio della dinamica.
- 7) Un disco di raggio R viene fatto rotolare su un piano inclinato. Sapendo che il disco parte da fermo ad una altezza h e che la velocità raggiunta alla fine del piano inclinato non dipende né da R né dalla massa del disco, determinare sulla base delle dimensioni la relazione accettabile per la velocità finale del disco:

$$a) v = \frac{4}{3} gh^2 \quad b) v = \frac{4}{3} g/h \quad c) v = \sqrt{\frac{4}{3} g/h} \quad d) v = \sqrt{\frac{4}{3} gh}$$

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 m/s^2$

Fisica Generale L - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Edile, Tecnico del Territorio

I parziale - 29 Maggio 2007 Compito C

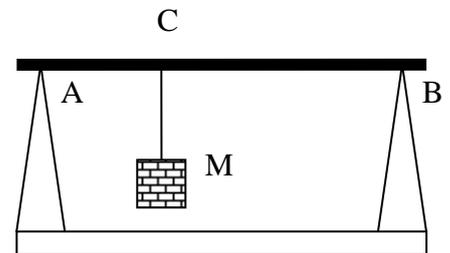
Esercizio 1: La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore posizione $\vec{r}(t) = 2t\hat{i} - 3t^2\hat{j} + 2t^3\hat{k}$ (m) con t espresso in secondi ed \vec{r} in metri. Determinare la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo, la terna di versori intrinseca ed il raggio di curvatura della traiettoria per $t=0$ s.

Esercizio 2: Un punto materiale inizialmente (per $t=0$ s) fermo in $x=0$ è soggetto ad una accelerazione pari a $a(t) = \ddot{x} = a_0(4 - \frac{t}{\tau})$ nell'intervallo di tempo $0 < t < 4\tau$, con $a_0 = 0,35 \text{ m/s}^2$ e $\tau = 1,5 \text{ s}$ e $a(t) = 0$ per $t > \tau$. Determinare la legge del moto $x(t)$ e l'istante in cui il punto raggiunge la posizione $x=150 \text{ m}$.

Esercizio 3: Un proiettile di massa M viene sparato con una velocità iniziale v , ad un angolo α rispetto ad un piano orizzontale. Sapendo che il proiettile colpisce un punto ad una distanza D posto sullo stesso piano orizzontale. Determinare:

1) La relazione esistente tra v ed α ; 2) La velocità con cui il proiettile colpisce il bersaglio; 3) l'angolo α che, a parità di velocità scalare, permette di avere la massima distanza D .

Esercizio 4: Una sbarra ideale di massa trascurabile e' appoggiata in orizzontale su due supporti come in figura. Sapendo che la distanza tra i supporti è di $L=3 \text{ m}$ e che a $L/3$ da un supporto è appesa, tramite un filo inestensibile una massa $M=12 \text{ kg}$, determinare le reazioni vincolari sui supporti (punti A e B) nell'ipotesi che tutto il sistema sia in equilibrio statico.



Domande:

5) Spiegare l'utilità del modello del punto materiale.

6) Spiegare il principio di relatività.

7) L'elemento principale di un orologio a pendolo è schematizzabile come una sbarra di lunghezza L . Sapendo che il periodo del pendolo dipende solo da L e dall'accelerazione di gravità g , determinare quale di queste relazioni può descrivere il periodo di un pendolo.

a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{3g^2}{2L}}$ b) $T = 3\pi\frac{g}{L^2}$ c) $T = 4\pi\frac{L}{3g}$ d) $T = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Fisica Generale L - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Edile, Tecnico del Territorio

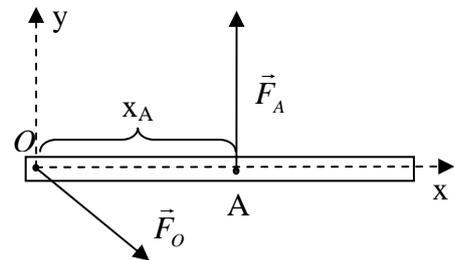
I parziale - 29 Maggio 2007 Compito D

Esercizio 1: La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore posizione $\vec{r}(t) = (1-t^2)\hat{i} - t^3\hat{j} + (2-t^3)\hat{k}$ (m) con t espresso in secondi ed \vec{r} in metri. Determinare la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo, la terna di versori intrinseca ed il raggio di curvatura della traiettoria per $t=0$ s.

Esercizio 2: Un punto materiale inizialmente (per $t=0$ s) fermo in $x=0$ è soggetto ad una accelerazione pari a $a(t) = \ddot{x} = a_0 \left[\frac{t}{\tau} - \left(\frac{t}{\tau} \right)^2 \right]$ nell'intervallo di tempo $0 < t < \tau$, con $a_0 = 5,1 \text{ m/s}^2$ e $\tau = 2,2 \text{ s}$ e $a(t) = 0$ per $t > \tau$. Determinare la legge del moto $x(t)$ e l'istante in cui il punto raggiunge la posizione $x=80 \text{ m}$.

Esercizio 3: In una gara ciclistica, si osserva un primo ciclista andare ad una velocità di $v=11 \text{ m/s}$. Un secondo ciclista si trovava inizialmente 16 m dietro il primo e, dopo aver percorso 500 m di strada rettilinea, si trova 16 m davanti al primo. Determinare la velocità media del secondo ciclista 1) rispetto al terreno e 2) rispetto al primo ciclista.

Esercizio 4: Una sbarretta di lunghezza L , massa e spessore trascurabili, è appoggiata su di un piano orizzontale liscio (vedi figura), inizialmente ferma. Nel punto O è applicata una forza $\vec{F}_O = k\vec{i} - k\vec{j}$ (dove k è una costante positiva), mentre nel punto A , distante $x_A=L/2$ da O , è applicata la forza $\vec{F}_A = 2k\vec{j}$. Determinare sia la distanza del punto di applicazione da O sia il valore della forza \vec{F}_B che è necessario applicare affinché il sistema resti fermo. Determinare inoltre le dimensioni di k .



Domande:

- 5) Enunciare e spiegare le regole della statica.
- 6) Spiegare le caratteristiche del moto armonico.
- 7) L'accelerazione di gravità \vec{g} è costante solo per un osservatore inerziale. Un osservatore solidale con la terra e che ruota con essa misura una accelerazione di gravità inferiore. Sapendo che la differenza tra le due è dovuta solo al moto di rotazione della terra, determinare quali tra le seguenti formule è quella giusta può descrivere la differenza di gravità Δg per i due osservatori sapendo che all'equatore questa dipende solo dalla pulsazione terrestre $\vec{\omega}$ e dal raggio R della Terra:
a) $\Delta g = \omega R$ b) $\Delta g = \omega R^2$ c) $\Delta g = \omega / R$ d) $\Delta g = \omega^2 R$

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Fisica Generale L - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Edile, Tecnico del Territorio

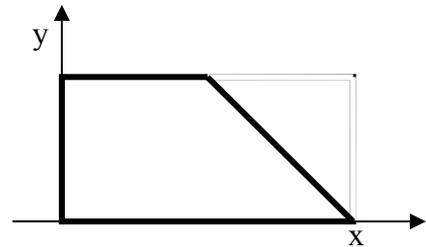
II parziale - 21 Giugno 2007 - Compito A

Esercizio 1: Un'asta rigida omogenea di massa $M=2\text{kg}$, lunghezza $2L=1,5\text{ m}$, dimensioni trasversali trascurabili è inizialmente in rotazione in un piano orizzontale, con velocità angolare $\omega_0=4\text{ s}^{-1}$, attorno ad un punto fisso P in cui è vincolato un estremo.

Calcolare:

- 1) Il momento d'inerzia dell'asta rispetto all'asse di rotazione;
- 2) La reazione vincolare esercitata su un estremo;
- 3) Il moto dell'asta (v_{CM} , ω_{CM}) quando, improvvisamente, mentre l'asta è in rotazione, viene a mancare il vincolo.

Esercizio 2: Calcolare la posizione del centro di massa di una figura piana omogenea costituita da un trapezio rettangolo di altezza $L=10\text{ cm}$, base minore di lunghezza L , base maggiore di lunghezza $2L$.



Esercizio 3: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = -\alpha(x^2 yz\hat{i} + \frac{1}{3}x^3 z\hat{j} + \frac{1}{3}x^3 y\hat{k})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale. Trovare il lavoro fatto dal campo di forze su una traiettoria rettilinea che congiunge il punto A(L,L,-L) con il punto B(L,L,2L).

Domande:

- 4) Spiegare il secondo teorema del centro di massa.
- 5) Enunciare e commentare brevemente il terzo principio della dinamica.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\text{ m/s}^2$

Fisica Generale L - Prof. M. Villa

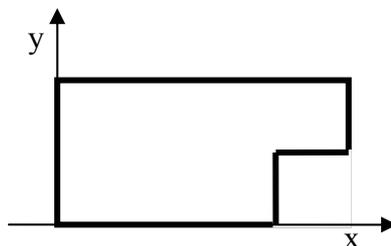
CdL in Ingegneria Edile, Tecnico del Territorio

II parziale - 21 Giugno 2007 - Compito B

Esercizio 1: Un'asta rigida omogenea di massa $M=10\text{ kg}$, lunghezza $2L=5\text{ m}$, dimensioni trasversali trascurabili è inizialmente in rotazione in un piano orizzontale, con velocità angolare $\omega_0=1\text{ s}^{-1}$, attorno al suo centro di massa, inizialmente fermo. Ad un certo istante, l'asta urta in modo completamente anelastico ad una distanza $L/2$ dal centro di rotazione un punto materiale di massa $M/2$. Trascurando ogni forma di attrito, calcolare:

- 1) La nuova posizione del centro di massa.
- 2) Il momento d'inerzia del sistema rispetto al nuovo centro di massa.
- 3) Calcolare la velocità angolare finale.

Esercizio 2: Calcolare la posizione del centro di massa di una figura piana omogenea costituita da un rettangolo di lati L e $2L$ a cui è stato eliminato un quadrato di lato $L/2$, come in figura.



Esercizio 3: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = -\alpha(\frac{1}{3}a^3z\hat{j} + \frac{1}{3}a^3y\hat{k})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale. Trovare il lavoro fatto dal campo di forze su una traiettoria rettilinea che congiunge il punto $A(0,-L,L)$ con il punto $B(0,2L,L)$.

Domande:

- 4) Spiegare le principali caratteristiche del moto armonico smorzato.
- 5) Discutere le equazioni cardinali della meccanica.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\text{ m/s}^2$

Fisica Generale L - Prof. M. Villa

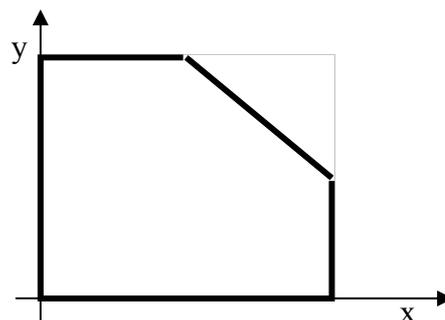
CdL in Ingegneria Edile, Tecnico del Territorio

II parziale - 21 Giugno 2007 - Compito C

Esercizio 1: Un'asta rigida omogenea di massa $M=4 \text{ kg}$, lunghezza $2L=1 \text{ m}$, dimensioni trasversali trascurabili è incernierata in uno degli estremi in un punto P e ruota in un piano verticale con una velocità angolare variabile tra $\omega_{\min}=2 \text{ s}^{-1}$ e ω_{\max} . Trascurando ogni forma di attrito, calcolare:

- 1) Il valore di ω_{\max} .
- 2) Il momento d'inerzia dell'asta.
- 3) La reazione vincolare minima e massima in P.

Esercizio 2: Calcolare la posizione del centro di massa di una figura piana omogenea costituita da un quadrato di lato L a cui è stato eliminato un triangolo rettangolo equilatero di cateti $L/2$, come in figura.



Esercizio 3: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = -\alpha(z^2 x \hat{i} + x^2 z \hat{k})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale. Trovare il lavoro fatto dal campo di forze su una traiettoria rettilinea che congiunge il punto A(-L,L,L) con il punto B(2L,L,L).

Domande:

- 4) Spiegare le principali caratteristiche del momento d'inerzia.
- 5) Discutere il teorema di conservazione dell'energia meccanica.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Fisica Generale L - Prof. M. Villa

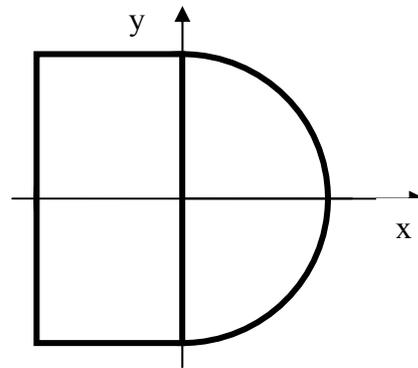
CdL in Ingegneria Edile, Tecnico del Territorio

II parziale - 21 Giugno 2007 - Compito D

Esercizio 1: Un'asta rigida omogenea di massa $M=7 \text{ kg}$, lunghezza $L=0.5 \text{ m}$, dimensioni trasversali trascurabili è in rotazione in un piano verticale, incernierata in uno degli estremi. Sull'estremo opposto è fissato un punto materiale di massa $m=M/4$. Inizialmente ($t=0$) il sistema è perfettamente verticale ed ha una velocità angolare $\omega_0=5 \text{ s}^{-1}$. Trascurando ogni forma di attrito, calcolare:

- 1) Il centro di massa del sistema nell'istante iniziale.
- 2) Il momento d'inerzia del sistema.
- 3) L'altezza massima a cui può arrivare l'asta.

Esercizio 2: Calcolare la posizione del centro di massa di una figura piana omogenea costituita da rettangolo di lati $L_1=2R$ ed $L_2=R=5 \text{ cm}$ unito per il lato lungo con un semicerchio di raggio R , come in figura.



Esercizio 3: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = -\alpha(2xy\hat{i} + x^2\hat{j})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale. Trovare il lavoro fatto dal campo di forze su una traiettoria rettilinea che congiunge il punto $A(-L, -L, L)$ con il punto $B(-L, 2L, L)$.

Domande:

- 4) Spiegare le principali caratteristiche delle forze di attrito statico e dinamico.
- 5) Discutere il teorema delle forze vive.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Fisica Generale L - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Edile, Tecnico del Territorio

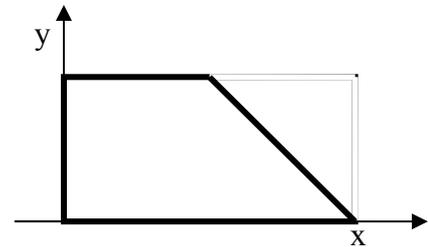
21 Giugno 2007 - Compito A

Esercizio 1: Un'asta rigida omogenea di massa $M=2kg$, lunghezza $2L=1,5 m$, dimensioni trasversali trascurabili è inizialmente in rotazione in un piano orizzontale, con velocità angolare $\omega_0=4 s^{-1}$, attorno ad un punto fisso P in cui è vincolato un estremo.

Calcolare:

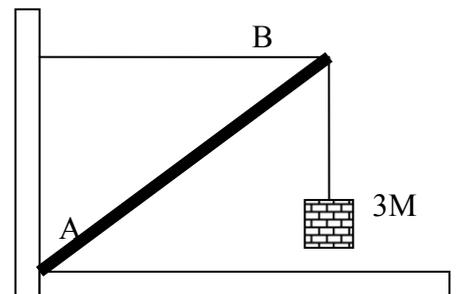
- 1) Il momento d'inerzia dell'asta rispetto all'asse di rotazione;
- 2) La reazione vincolare esercitata su un estremo;
- 3) Il moto dell'asta (v_{CM} , ω_{CM}) quando, improvvisamente, mentre l'asta è in rotazione, viene a mancare il vincolo.

Esercizio 2: Calcolare la posizione del centro di massa di una figura piana omogenea costituita da un trapezio rettangolo di altezza $L=10 cm$, base minore di lunghezza L , base maggiore di lunghezza $2L$.



Esercizio 3: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = -\alpha(x^2 yz\hat{i} + \frac{1}{3}x^3 z\hat{j} + \frac{1}{3}x^3 y\hat{k})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale. Trovare il lavoro fatto dal campo di forze su una traiettoria rettilinea che congiunge il punto A(L,L,-L) con il punto B(L,L,2L).

Esercizio 4: Un sistema di sollevamento pesi è costituito da una sbarra AB lunga L e di massa M, con vincolo puntuale in A ed inclinata di 45° rispetto alla verticale e sostenuta da un cavo orizzontale (vedi figura). Ad un certo istante, il sistema sostiene un peso pari a $3M$. Determinare, nelle condizioni di staticità: 1) la tensione nel cavo orizzontale e 2) la reazione vincolare in A.



Domande:

- 1) Spiegare il secondo teorema del centro di massa.
- 2) Enunciare e commentare brevemente il terzo principio della dinamica.
- 3) Discutere le piccole oscillazioni.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno tre esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 m/s^2$

Fisica Generale L - Prof. M. Villa

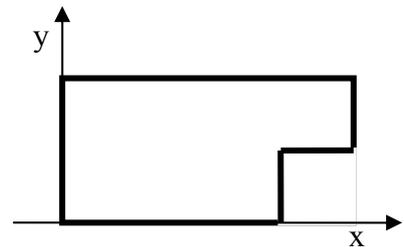
CdL in Ingegneria Edile, Tecnico del Territorio

21 Giugno 2007 - Compito B

Esercizio 1: Un'asta rigida omogenea di massa $M=10\text{ kg}$, lunghezza $2L=5\text{ m}$, dimensioni trasversali trascurabili è inizialmente in rotazione in un piano orizzontale, con velocità angolare $\omega_0=1\text{ s}^{-1}$, attorno al suo centro di massa, inizialmente fermo. Ad un certo istante, l'asta urta in modo completamente anelastico ad una distanza $L/2$ dal centro di rotazione un punto materiale di massa $M/2$. Trascurando ogni forma di attrito, calcolare:

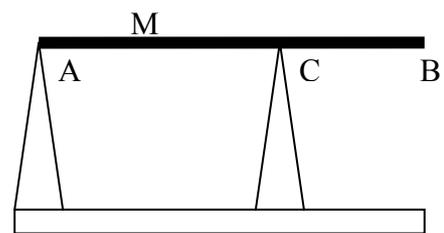
- 1) La nuova posizione del centro di massa.
- 2) Il momento d'inerzia del sistema rispetto al nuovo centro di massa.
- 3) Calcolare la velocità angolare finale.

Esercizio 2: Calcolare la posizione del centro di massa di una figura piana omogenea costituita da un rettangolo di lati L e $2L$ a cui è stato eliminato un quadrato di lato $L/2$, come in figura.



Esercizio 3: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = -\alpha(\frac{1}{3}a^3z\hat{j} + \frac{1}{3}a^3y\hat{k})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale. Trovare il lavoro fatto dal campo di forze su una traiettoria rettilinea che congiunge il punto $A(0,-L,L)$ con il punto $B(0,2L,L)$.

Esercizio 4: Una corpo rigido di massa $M=320\text{ kg}$, approssimabile come una sbarra ideale AB di lunghezza $L=6\text{ m}$, e' appoggiata in orizzontale su due supporti come in figura. Sapendo che un supporto è su un estremo e l'altro (C) è ad una distanza $L/3$ dall'altro estremo, determinare le reazioni vincolari sui supporti (punti A e C) nell'ipotesi che tutto il sistema sia in equilibrio statico e che le reazioni vincolari siano dirette lungo la verticale.



Domande:

- 1) Spiegare le principali caratteristiche del moto armonico smorzato.
- 2) Discutere le equazioni cardinali della meccanica.
- 3) Spiegare il secondo principio della dinamica.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno tre esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\text{ m/s}^2$

Fisica Generale L - Prof. M. Villa

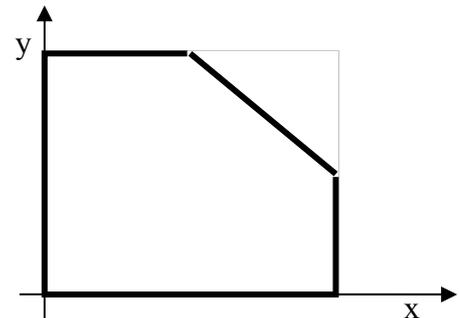
CdL in Ingegneria Edile, Tecnico del Territorio

21 Giugno 2007 - Compito C

Esercizio 1: Un'asta rigida omogenea di massa $M=4\text{ kg}$, lunghezza $2L=1\text{ m}$, dimensioni trasversali trascurabili è incernierata in uno degli estremi in un punto P di un piano verticale e ruota con una velocità angolare variabile tra $\omega_{\min}=2\text{ s}^{-1}$ e ω_{\max} . Trascurando ogni forma di attrito, calcolare:

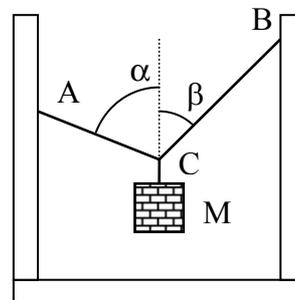
- 1) Il valore di ω_{\max} .
- 2) Il momento d'inerzia dell'asta.
- 3) La reazione vincolare minima e massima in P.

Esercizio 2: Calcolare la posizione del centro di massa di una figura piana omogenea costituita da un quadrato di lato L a cui è stato eliminato un triangolo rettangolo equilatero di cateti $L/2$, come in figura.



Esercizio 3: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = -\alpha(z^2 x \hat{i} + x^2 z \hat{k})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale. Trovare il lavoro fatto dal campo di forze su una traiettoria rettilinea che congiunge il punto A(-L,L,L) con il punto B(2L,L,L).

Esercizio 4: Un peso di massa $M=45\text{ kg}$ è sostenuto attraverso due funi AC e BC che fanno rispettivamente un angolo di $\alpha=60^\circ$ ed un angolo di $\beta=45^\circ$ rispetto alla verticale, come in figura. Determinare la tensione nelle funi.



Domande:

- 1) Spiegare le principali caratteristiche del momento d'inerzia.
- 2) Discutere il teorema di conservazione dell'energia meccanica.
- 3) Dare una definizione di metro e discuterla.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno tre esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\text{ m/s}^2$

Fisica Generale L - Prof. M. Villa

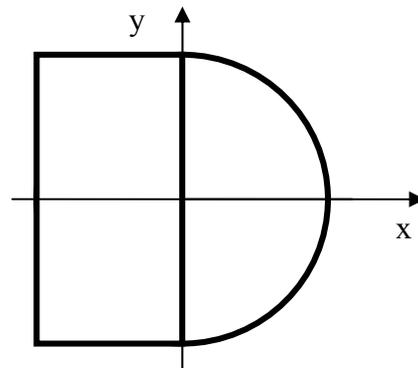
CdL in Ingegneria Edile, Tecnico del Territorio

21 Giugno 2007 - Compito D

Esercizio 1: Un'asta rigida omogenea di massa $M=7\text{ kg}$, lunghezza $L=0.5\text{ m}$, dimensioni trasversali trascurabili è in rotazione in un piano verticale, incernierata in uno degli estremi. Sull'estremo opposto è fissato un punto materiale di massa $m=M/4$. Inizialmente ($t=0$) il sistema è perfettamente verticale ed ha una velocità angolare $\omega_0=5\text{ s}^{-1}$. Trascurando ogni forma di attrito, calcolare:

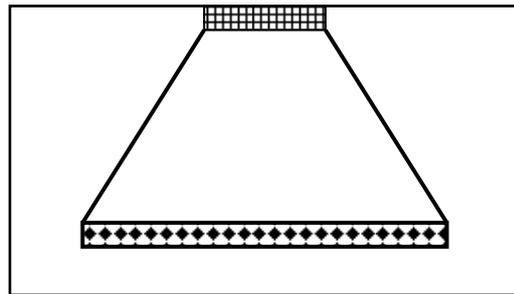
- 1) Il centro di massa del sistema nell'istante iniziale.
- 2) Il momento d'inerzia del sistema.
- 3) L'altezza massima a cui può arrivare l'asta.

Esercizio 2: Calcolare la posizione del centro di massa di una figura piana omogenea costituita da rettangolo di lati $L_1=2R$ ed $L_2=R=5\text{ cm}$ unito per il lato lungo con un semicerchio di raggio R , come in figura.



Esercizio 3: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = -\alpha(2xy\hat{i} + x^2\hat{j})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale. Trovare il lavoro fatto dal campo di forze su una traiettoria rettilinea che congiunge il punto $A(-L, -L, L)$ con il punto $B(-L, 2L, L)$.

Esercizio 4: Una sbarra di massa M e lunghezza $3L$ è sostenuta da due cavi uguali lunghi $2L$ e fissati al soffitto in due punti distanti L tra loro, come in figura. Determinare la tensione nei cavi e la reazione vincolare complessiva del soffitto.



Domande:

- 1) Spiegare le principali caratteristiche delle forze di attrito statico e dinamico.
- 2) Discutere il teorema delle forze vive.
- 3) Discutere i vincoli e le reazioni vincolari.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno tre esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\text{ m/s}^2$

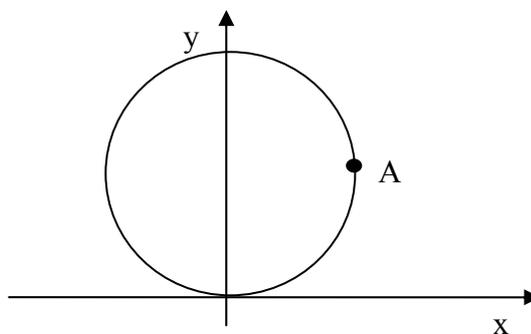
Fisica Generale L - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Edile – Sede di Ravenna - 17 Luglio 2007

Compito A

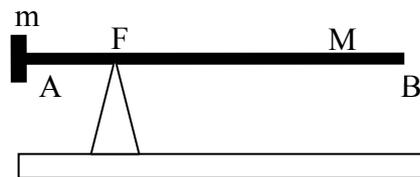
Esercizio 1: Una ruota omogenea, di raggio R , massa M e spessore $d \ll R$, è appoggiata in verticale su un piano orizzontale ed è inizialmente ferma. In un punto A sul bordo della ruota, inizialmente alla stessa altezza del suo centro, è presente una massa puntiforme di valore $M/2$. Al tempo $t=0$ il sistema, fermo nella posizione descritta, viene lasciato libero di muoversi. Ipotizzando che vi sia sufficiente attrito sul punto di contatto, in modo che la ruota rotoli senza strisciare, si indichi e si calcoli:

- 1) si indichi se il moto del centro della ruota sarà: a) uniformemente accelerato; b) rettilineo ed armonico; c) rettilineo e periodico, ma non armonico; d) circolare; e) nessuno dei precedenti;
- 2) Si calcoli la massima distanza raggiunta dal centro della ruota rispetto alla posizione iniziale;
- 3) Si calcoli la velocità angolare della ruota nel momento in cui il punto A si trova a contatto con il suolo;
- 4) Si calcoli l'accelerazione angolare della ruota nell'istante iniziale ($t=0$);
- 5) Si calcoli la posizione del centro di massa del sistema quando il punto A si trova a contatto con il suolo.



Esercizio 2: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = \alpha(2xy\vec{i} + x^2\vec{j})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale. Trovare il lavoro fatto dal campo di forze su una traiettoria rettilinea che congiunge il punto $A(L, 0, -L)$ con il punto $B(L, L, 2L)$.

Esercizio 3: Una sbarra AB lunga $L=2,6$ m e di massa $M=30$ kg è appoggiata su un fulcro F ad una distanza $L/4$ da un bordo. Sull'estremo del lato più corto (A) è presente una massa m . Determinare 1) il valore di m affinché il sistema sia in equilibrio stabile e 2) la reazione vincolare del fulcro.



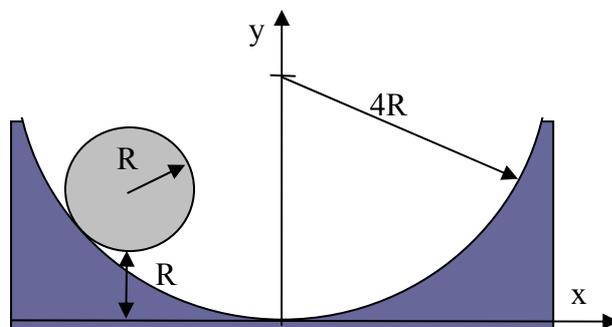
Domande:

1. Discutere le equazioni cardinali della meccanica.
2. Discutere le caratteristiche delle forze d'attrito.
3. Enunciare e commentare il terzo principio della meccanica.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Compito B

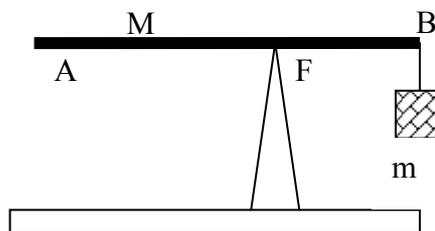
Esercizio 1: Una ruota omogenea, di raggio R , massa M e spessore $d \ll R$, è appoggiata in verticale su una scanalatura avente un raggio di curvatura pari a $4R$, come in figura. La ruota è inizialmente in quiete ad una altezza pari a R rispetto al punto più basso della scanalatura, preso come origine di un SRI; il centro della ruota si trova quindi nel punto di coordinate $(-\sqrt{5}R, 2R)$. Al tempo $t=0$ il sistema, fermo nella posizione descritta, viene lasciato libero di muoversi. Ipotizzando che vi sia sufficiente attrito sul punto di contatto, in modo che la ruota rotoli senza strisciare, si indichi e si calcoli:



- 1) si indichi se il moto del centro della ruota sarà: a) uniformemente accelerato; b) curvo ed armonico; c) curvo e periodico, ma non armonico; d) circolare; e) nessuno dei precedenti;
- 2) Si calcoli la massima distanza in x raggiunta dal *centro della ruota* rispetto alla posizione iniziale;
- 3) Si calcoli la velocità angolare della ruota nel momento in cui tocca l'origine del SRI;
- 4) Si calcoli la reazione vincolare quando la ruota passa per l'origine del SRI;
- 5) Si calcoli l'accelerazione angolare della ruota nell'istante iniziale ($t=0$);

Esercizio 2: Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = \alpha(z\hat{i} - z\hat{j} + (x - y)\hat{k})$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale. Trovare il lavoro fatto dal campo di forze su una traiettoria rettilinea che congiunge il punto $A(L, 0, L)$ con il punto $B(L, L, L)$.

Esercizio 3: Un corpo rigido di massa $M=240$ kg, approssimabile come una sbarra ideale AB di lunghezza $L=6$ m, è appoggiato in orizzontale su un supporto come in figura. Sapendo che il supporto è ad una distanza $L/3$ dall'estremo B in cui è appeso una massa m , determinare 1) il valore della massa m sapendo che il sistema è in equilibrio statico e 2) il valore della reazione vincolare in F .



Domande:

1. Enunciare il teorema di Huygens-Steiner e fornire qualche esempio.
2. Enunciare e commentare il teorema di conservazione dell'energia meccanica.
3. Enunciare e commentare il primo principio della dinamica.

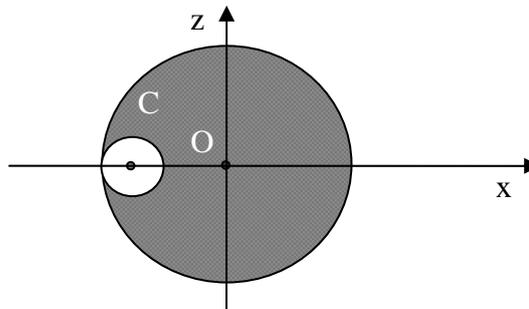
Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Fisica Generale L - Prof. M. Villa

CdL in Ingegneria Edile, Tecnico del Territorio

13 Settembre 2007

Esercizio 1: Sia dato il sistema rappresentato in figura e schematizzabile come un disco di spessore trascurabile, centro O e raggio $4R$, dotato di un foro, anch'esso circolare, di raggio $R=6$ cm, il cui centro C disti $3R$ dal punto O. Supponendo che il sistema abbia una distribuzione di massa omogenea di densità superficiale $\sigma=8$ kg/m², calcolare le espressioni ed i valori delle seguenti grandezze fisiche:



- 1) la posizione del centro di massa del sistema rispetto ad una terna di assi cartesiani coordinati Oxyz, aventi origine in O e con l'asse delle ascisse individuato dal vettore (O-C);
- 2) il momento di inerzia del sistema rispetto al punto O.

Supponendo che il sistema sia posto in un piano verticale e vincolato da un perno nel punto O calcolare le espressioni ed i valori:

- 3) del momento rispetto al punto O della forza peso agente sul sistema;
- 4) della posizione del centro di massa una volta raggiunto l'equilibrio statico.

Esercizio 2: Verificare se il campo di forze:

$$\vec{F}(x, y, z) = \alpha(yz^2(2xy + z^2)\vec{i} + xz^2(2xy + z^2)\vec{j} + 2xyz(xy + 2z^2)\vec{k})$$

è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.

Trovare il lavoro fatto dal campo di forze su una traiettoria rettilinea che congiunge il punto A(L,0,-L) con il punto B(L,L,2L).

Esercizio 3: In un opportuno sistema di riferimento in cui l'asse z è verticale è posta un'asta, di lunghezza $L=0,5$ m e massa $M=8$ kg, con un estremo nell'origine del sistema ed un secondo estremo nel punto A(L,0,0). Sapendo che sull'asta agiscono la forza peso, una forza $\vec{F}_A = (100\hat{i} + 30\hat{k})N$ che agisce sul punto A, ed una forza ignota \vec{F}_B che agisce su un punto B della sbarra, determinare la forza \vec{F}_B e le coordinate di B sapendo che la sbarra è in equilibrio statico.

Domande:

1. Descrivere il moto di un proiettile, assimilabile ad un punto materiale di massa m , lanciato, in assenza di attriti, nel campo gravitazionale ad una quota h con una velocità parallela al suolo e di modulo pari a v .
2. Enunciare e spiegare il significato della legge di conservazione dell'energia meccanica.
3. Discutere il terzo principio della meccanica.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8$ m/s²

Soluzioni compito 1

Esercizio 1)

1) Per motivi di simmetria il centro di massa deve trovarsi sull'asse x.

- a) Si può pensare il sistema come la sovrapposizione di due dischi omogenei, uno di densità superficiale di massa positiva e l'altro negativa. Così facendo il centro di massa si calcola facilmente con la seguente somma:

$$x_{CM} = \frac{M_{DiscoP}x_O - m_{DiscoV}x_C}{M_{DiscoP} - m_{DiscoV}} = \frac{\sigma\pi R^2 \cdot 0 - \sigma\pi\left(\frac{R}{4}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3R}{4}\right)}{\sigma\pi\left(1 - \frac{1}{16}\right)R^2} = \frac{\frac{1}{16} \cdot \frac{3R}{4}}{\frac{15}{16}} = \frac{1}{20}R$$

oppure

- b) Se il disco fosse pieno il centro di massa sarebbe individuato dal punto O. Il disco pieno è dato dalla somma del sistema (disco bucato) più il disco piccolo e quindi il centro di massa è dato dalla seguente espressione:

$$x_{DiscoP} = \frac{M_{Sistema}x_{Sistema} + m_{DiscoV}x_C}{M_{Sistema} + m_{DiscoV}} = 0$$

$$x_{Sistema} = \frac{(M_{Sistema} + m_{DiscoV})x_{DiscoP} - m_{DiscoV}x_C}{M_{Sistema}} = \frac{\sigma\pi R^2 \cdot 0 - \sigma\pi\left(\frac{R}{4}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3R}{4}\right)}{\sigma\pi\left(1 - \frac{1}{16}\right)R^2} = \frac{\frac{1}{16} \cdot \frac{3R}{4}}{\frac{15}{16}} = \frac{1}{20}R$$

2) La forza gravitazionale è applicata nel CM

$$\Rightarrow \vec{M} = x_{CM} \vec{i} \wedge (M - m) \vec{g} = \frac{1}{20}R \left(\frac{15}{16} \sigma\pi R^2\right) g \vec{j} = \frac{3}{64} \sigma\pi R^3 g \vec{j}$$

3) La posizione di equilibrio si raggiunge quando il momento delle forze è nullo, cioè quando il CM si trova sull'asse z: $CM = \left(0, 0, -\frac{1}{20}R\right)$

Esercizio 2)

$$U = \alpha(x^2 y^2 z^2 + xyz^4)$$

$$L = U(B) - U(A) = \alpha(4L^6 + 16L^6 - 0) = 20\alpha L^6$$

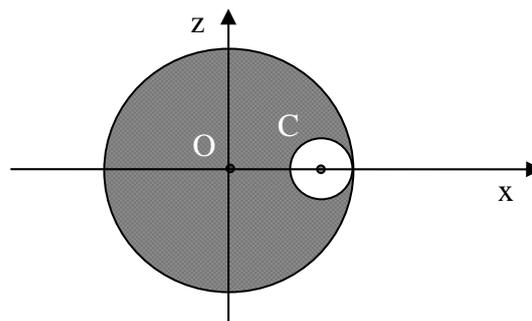
Esame scritto di Fisica Generale LA

(proff. A. Bertin e A. Vitale)

12 /09/2007

(2)

Esercizio 1: Sia dato il sistema rappresentato in figura e schematizzabile come l'insieme di due dischi omogenei di spessore trascurabile, il primo di centro O , raggio R e densità superficiale σ , ed il secondo di raggio $R/4$, densità superficiale 2σ ed il cui centro C disti $(3/4)R$ dal punto O . Calcolare le espressioni delle seguenti grandezze fisiche:



- 1) la posizione del centro di massa del sistema rispetto ad una terna di assi cartesiani coordinati $Oxyz$, aventi origine in O e con l'asse delle ascisse individuato dal vettore $(C-O)$.

Supponendo che il sistema sia posto in un piano verticale e vincolato da un perno nel punto O calcolare le espressioni:

- 2) del momento rispetto al punto O della forza peso agente sul sistema;
- 3) la posizione del centro di massa una volta raggiunto l'equilibrio statico.

Esercizio 2: Verificare se il campo di forze:

$$\vec{F}(x, y, z) = \alpha(2xyz(yz + 2x^2))\vec{i} + x^2z(2yz + x^2)\vec{j} + x^2y(2yz + x^2)\vec{k}$$

è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.

Trovare il lavoro fatto dal campo di forze su una traiettoria rettilinea che congiunge il punto $A(L, 0, -L)$ con il punto $B(L, L, 2L)$.

Domande:

1. Enunciare e spiegare il significato della legge di conservazione del momento angolare.
2. Enunciare e commentare brevemente le tre leggi di Keplero.

Soluzioni compito 2

Esercizio 1)

1) Per motivi di simmetria il centro di massa deve trovarsi sull'asse x. Il centro di massa è dato dalla seguente espressione:

$$x_{CM} = \frac{Mx_o + mx_C}{M + m} = \frac{\sigma\pi R^2 \cdot 0 + 2\sigma\pi\left(\frac{R}{4}\right)^2 \cdot \frac{3R}{4}}{\sigma\pi\left(1 + \frac{2}{16}\right)R^2} = \frac{\frac{1}{8} \cdot \frac{3R}{4}}{\frac{9}{8}} = \frac{1}{12}R$$

2) La forza gravitazionale è applicata nel CM

$$\Rightarrow \vec{M} = x_{CM} \vec{i} \wedge (M + m) \vec{g} = \frac{1}{12}R \left(\frac{9}{8} \sigma\pi R^2 \right) g \vec{j} = \frac{3}{32} \sigma\pi R^3 g \vec{j}$$

3) La posizione di equilibrio si raggiunge quando il momento delle forze è nullo, cioè quando il CM si trova sull'asse z: $CM = \left(0, 0, -\frac{1}{12}R\right)$

Esercizio 2)

$$U = \alpha(x^2 y^2 z^2 + x^4 yz)$$

$$L = U(B) - U(A) = \alpha(4L^6 + 2L^6 - 0) = 6\alpha L^6$$

Esame scritto di Fisica Generale L

CdL in Ingegneria Edile, Tecnico del Territorio

11 Dicembre 2007

Esercizio 1: Un corpo puntiforme di massa M , partendo da fermo, scivola lungo un piano liscio ed inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale. Dopo un tratto l urta una molla, ideale e di massa trascurabile, alla quale rimane attaccato. La molla ha costante elastica K . Trascurando tutti gli attriti, calcolare:

- 1) Modulo, direzione e verso della reazione vincolare \vec{R} del piano;
- 2) L'espressione del lavoro L compiuto dalla forza di gravità durante il tratto l ;
- 3) L'espressione della deformazione massima, Δx , della molla;
- 4) Il valore di Δx nel caso in cui: $M=0.5$ kg, $l=3$ m, $\theta=45^\circ$ e $K=400$ N/m.

Esercizio 2: Un corpo è soggetto al campo di forze $\vec{F}(x, y) = \alpha(y^2 - x^2)\vec{i} + 3\alpha xy\vec{j}$. Calcolare il lavoro fatto da \vec{F} quando il corpo si muove dal punto $A=(0,0)$ al punto $B=(2L,4L)$ lungo i due percorsi seguenti:

- a) lungo l'asse x da A a $(2L,0)$ e poi parallelamente all'asse y fino a B ;
- b) lungo l'asse y da A a $(0,4L)$ e poi parallelamente all'asse x fino a B .

Il campo è conservativo? Se sì, calcolarne l'energia potenziale.

Esercizio 3: Un filo di acciaio lungo $L=20$ m è fissato tramite perni a due edifici separati da una strada in modo da risultare perfettamente orizzontale. Successivamente si colloca al centro del filo un semaforo di massa $M=3$ kg. Sapendo che al centro il filo si abbassa di 30 cm rispetto alla condizione precedente, trovare la reazione vincolare sui perni.

Domande:

1. Definire i sistemi isolati ed enunciarne le proprietà. Il sistema descritto nell'esercizio 1) è isolato?
2. Enunciare le equazioni cardinali della dinamica; specificarle al caso di un corpo rigido in rotazione attorno a un asse fisso e spiegare il significato fisico dei simboli usati.
3. In presenza di attrito cinetico un corpo può scivolare lungo un piano inclinato a velocità costante. In questa condizione, trovare la relazione che esiste tra l'angolo θ del piano inclinato, μ_c costante di attrito cinetico, m massa del corpo che scivola e g accelerazione di gravità.

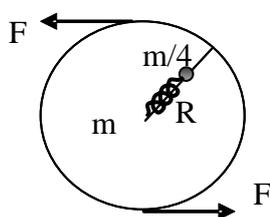
ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE L

CdL in Ingegneria Edile e Tecnico del Territorio - Prof. M. Villa

19/03/2008

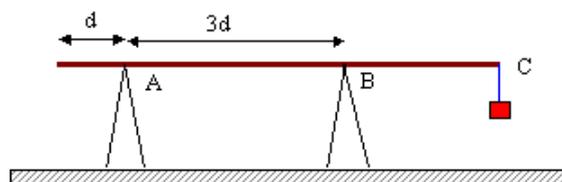
Esercizi:

1) Un corpo puntiforme di massa $m/4$ è appoggiato, con attrito trascurabile, sulla guida radiale ideale di un disco sottile, omogeneo e rigido, di raggio R e massa m . Il corpo è attaccato al centro del disco tramite una molla ideale, di lunghezza a riposo $R/2$, costante elastica K e massa trascurabile. Il sistema è inizialmente in quiete sul piano orizzontale. Ad un certo istante una coppia di forze, di modulo costante pari a F , è applicata al sistema come mostrato in figura, per il tempo sufficiente a fargli raggiungere la velocità angolare $|\vec{\omega}_f| = \sqrt{K/m}$. Calcolare le espressioni delle seguenti quantità:



- a) il momento d'inerzia iniziale I_o del sistema, rispetto a un asse verticale passante per il centro del disco;
- b) l'accelerazione angolare $\dot{\omega}$ del sistema nell'istante in cui si applica la coppia;
- c) l'allungamento finale Δl della molla, quando il sistema ruota e il corpo è nuovamente in quiete rispetto al disco.

Esercizio 2: In condizioni di equilibrio statico un'asta omogenea di massa $3m$ e lunghezza $6d$ poggia su due supporti lisci in A e B. All'estremità C dell'asta è appeso un filo con un corpo di massa m . Determinare in quale punto dell'asta bisogna appoggiare un corpo puntiforme di massa $2m$ affinché le reazioni vincolari in A e B siano uguali in modulo.



Esercizio 3: Stabilire se il campo di forze $\vec{F} = 2\alpha xy \cdot \vec{i} + \alpha x^2 \cdot \vec{j} + \beta \cdot \vec{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, la funzione energia potenziale. Determinare inoltre le dimensioni e le unità di misura delle costanti α e β .

Domande:

- 4) Enunciare la legge di conservazione del momento della quantità di moto ed illustrarla con un esempio semplice.
- 5) Discutere le seguenti affermazioni indicando quali sono vere e quali false:
 - I. l'energia meccanica totale di un sistema fisico può essere negativa;
 - II. in un campo di forze conservativo le forze sono costanti;
 - III. il raggio di curvatura della traiettoria di un corpo che si muove di moto rettilineo ed uniforme è nullo;
 - IV. se su una determinata linea chiusa il lavoro di una forza è nullo, la forza è conservativa;

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere alle domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

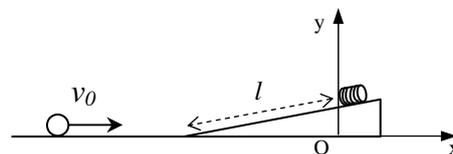
ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE L

CdL in Ingegneria Edile e Tecnico del Territorio - Prof. M. Villa

09/04/2008

Esercizi:

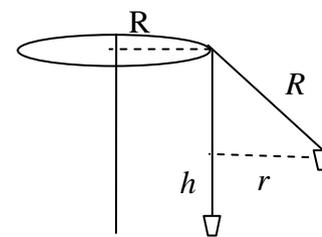
1) Un oggetto puntiforme di massa m si sta muovendo su un piano orizzontale liscio con velocità v_0 . Ad un certo istante incontra un piano inclinato anch'esso liscio e con inclinazione di 30° rispetto all'orizzontale. Dopo aver percorso un tratto l su tale piano incontra una molla inizialmente a riposo e di costante elastica k .



Calcolare le espressioni delle seguenti quantità:

1. la velocità v dell'oggetto nell'istante in cui incontra la molla;
2. la massima compressione della molla;
3. il vettore accelerazione a cui è soggetto il corpo nell'istante di massima compressione della molla rispetto al sistema di riferimento cartesiano disegnato in figura.

2) Sia data una giostra (vedi figura) schematizzabile da un palo di massa trascurabile, sormontato da un disco sottile omogeneo di massa M e raggio R , liberi di ruotare attorno al proprio asse. Al disco è attaccato un filo di massa trascurabile e lunghezza R al cui estremo è appeso un seggiolino di massa m . Calcolare:



- a. il momento d'inerzia del sistema (disco e seggiolino) quando la giostra è ferma;
- b. la velocità angolare ω che deve possedere la giostra affinché il seggiolino si muova di moto circolare ed uniforme ad una distanza $R+r$ dall'asse di rotazione con $r = R/2$ (vedi figura);
- c. l'energia cinetica del sistema (disco e seggiolino) in tali condizioni.

3) Stabilire se il campo di forze $\vec{F} = -\alpha(y+2x)\hat{i} - \alpha(x-z)\hat{j} + \alpha y\hat{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, la funzione energia potenziale. Quali sono le dimensioni e le unità di misura della costante α ?

Domande:

- 4) Enunciare la legge di conservazione dell'energia ed illustrarla con un esempio semplice.
- 5) Discutere le seguenti affermazioni indicando quali sono vere e quali false:
 - I. l'energia cinetica dipende dall'accelerazione;
 - II. la forza di Stokes è conservativa;
 - III. il momento totale delle forze agenti su un sistema non dipende mai dal polo;
 - IV. il momento angolare intrinseco di un sistema dipende dalla velocità del centro di massa.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere alle domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Esercizio 1

1) Tutte le forze agenti sul sistema sono conservative quindi utilizzo la conservazione dell'energia:

$$E = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh \quad \text{dove} \quad h = l \sin \vartheta = \frac{1}{2}l$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - gl}$$

2) Applico ancora la conservazione dell'energia:

$$E = \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh' + \frac{1}{2}k\Delta l^2 \quad \text{dove} \quad h' = h + \Delta l \sin \vartheta = (l + \Delta l) \sin \vartheta = \frac{1}{2}(l + \Delta l)$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mg(l + \Delta l) + \frac{1}{2}k\Delta l^2$$

$$k\Delta l^2 + mg\Delta l - m(v_0^2 - gl) = 0$$

$$\Delta l = \frac{-mg \pm \sqrt{m^2g^2 + 4mk(v_0^2 - gl)}}{2k} \Rightarrow \Delta l = \frac{mg}{2k} \left(-1 + \sqrt{1 + 4 \frac{k(v_0^2 - gl)}{mg^2}} \right)$$

3) Il corpo è soggetto alla forza di gravità, diretta verticalmente, e alla forza elastica della molla, diretta lungo il piano:

$$\vec{a} = -\frac{k\Delta l}{m} \cos \vartheta \vec{i} - \left(\frac{k\Delta l}{m} \sin \vartheta + g \right) \vec{j}$$

Esercizio 2

Le forze agenti sul seggiolino dal punto di vista del sistema di riferimento non inerziale sono la forza di gravità, la tensione della catena e la forza centrifuga, la cui somma vettoriale deve essere nulla.

$$\begin{cases} m\omega^2(R+r) = T \sin \vartheta \\ T \cos \vartheta = mg \end{cases} \quad \text{dove} \quad \begin{cases} r = \sqrt{l^2 - (l-h)^2} = \sqrt{l^2 - \frac{l^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}l \\ \vartheta = 60^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = \frac{mg}{\cos \vartheta} \\ m\omega^2 \left(R + \frac{\sqrt{3}}{2}l \right) = mg \tan \vartheta = \sqrt{3}mg \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2g\sqrt{3}}{(2R + \sqrt{3}l)}} \end{cases}$$

Esercizio 3 Il rotore del campo è nullo, dunque il campo è conservativo. Calcolando il lavoro su un cammino rettilineo a tratti tra l'origine e il punto generico $C(x,y,z)$ si ottiene il potenziale U . La funzione energia potenziale vale $V = -U = \alpha(xy + x^2 - zy)$. La costante α ha dimensioni $[MT^{-2}]$ e unità di misura N/m .