Fisica Generale T2 - Prof. Mauro Villa

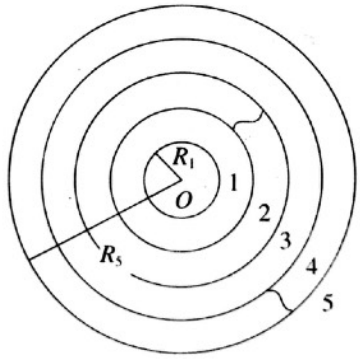
CdL in Ingegneria Elettronica e Telecomunicazioni

13 Giugno 2018

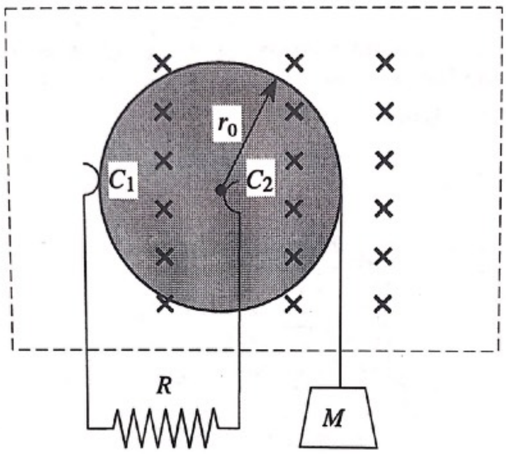
Scritto - Elettromagnetismo

Esercizi:

1) Cinque fogli metallici di spessore trascurabile, sagomati a forma di sfera e tutti concentrici, aventi raggi pari rispettivamente a 1, 2, 3, 4, 5 cm, sono collegati con sottili fili conduttori come in figura. Il sistema è inizialmente scarico. Una carica $q = 10^{-10}$ C è depositata sulla superficie più interna. Calcolare:
    1) la carica presente su ciascuna superficie sferica,
    2) l'energia elettrostatica U_e dell'intero sistema.
    3) Determinare inoltre come variano il campo elettrostatico e l'energia elettrostatica per ognuna di queste modifiche (quando si aggiungono i seguenti contatti): la sfera 1 è posta in contatto con la sfera 2, la sfera 3 con la sfera 4, la sfera 5 è collegata a terra.



2) Si consideri un disco conduttore di raggio $r_0 = 0{,}5$ m, posto in un piano verticale e libero di ruotare attorno ad un asse perpendicolare passante per il suo centro. Nello spazio è presente un campo magnetico costante B perpendicolare al piano del disco, di intensità B0 = 4 T. Dei contatti striscianti sono posti all'estremità del disco (C_1) e nel suo asse (C_2), come mostrato in figura. Quando ruota a velocità angolare costante, produce una corrente I attraverso una resistenza $R = 10\,\Omega$ che chiude il circuito. Un momento torcente viene prodotto da una massa M = 0,1 kg appesa a un filo molto lungo inestensibile avvolto attorno il perimetro del disco. Sapendo che nelle condizioni del presente esercizio il momento d'inerzia del disco è trascurabile ($I_d << MR^2$) e che dato un filo abbastanza lungo il sistema raggiunge una velocità angolare costante, si fornisca:
    1) la spiegazione di come e perché la corrente circola e fornire un'espressione quantitativa della corrente in funzione della velocità angolare;
    2) la velocità angolare in condizioni stazionarie e la corrente associata.



Domande:

1) Discutere l'effetto Hall.
2) Definire l'induttanza e descriverne le sue proprietà.
3) Spiegare il principio di sovrapposizione per il potenziale elettrico.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Negli esercizi occorre spiegare i passi principali che conducono alle soluzioni.
Nel caso servano, si usino i valori $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{C^2/(Nm^2)}$ *e* $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{Ns^2/C^2}$.

Svolgimenti e soluzioni:

1) 1. $q_1 = q_3 = q_5 = q = 10^{-10}\,\mathrm{C}$
$q_2 = q_4 = -q = -10^{-10}\,\mathrm{C}$

2. Il campo elettrico è

$E = \dfrac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \neq 0$ nelle zone A (tra il guscio 1 e 2), B (tra il guscio 3 e 4) e C (fuori dal guscio 5)

Ricordando che l'energia elettrostatica è definita come

$$U_e = \int dU_e = \int \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 d\tau = \int \frac{1}{2}\epsilon_0 \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\right)^2 4\pi r^2 dr = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0}\int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

allora

$$U_e = U_A + U_B + U_C = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4}\right) + \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0}\frac{1}{R_5} = 3{,}51 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{J}$$

3. Se si mettono in contatto le superfici 1 e 2, il campo si annulla nella zona A, quindi $U_A = 0$. Allora

$U_e = U_B + U_C$ e $\Delta U_e = U_A = 2.25 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{J}$.
Nelle zone esterne non succede nulla, per le proprietà di schermo.

Se si mettono in contatto le superfici 3 e 4, il campo si annulla nella zona B, quindi $U_B = 0$. Allora

$U_e = U_A + U_C$ e $\Delta U_e = -0.36 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{J}$.
All'interno e all'esterno non succede nulla.

Se si mettono la superficie 5 a terra, il campo esterno è nullo, quindi $U_C = 0$. Allora

$U_e = U_A + U_B$ e $\Delta U_e = -0.90 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{J}$.
All'interno non cambia nulla.

2) 1. Si consideri un elettrone a distanza r dall'asse. Questo è soggetto a una forza di Lorentz

$$\vec{F} = e(\vec{v} \times \vec{B}) \quad \text{dove} \quad \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

quindi si ha una forza $\vec{F}_r$ che agisce sull'elettrone:

$$\vec{F}_r = e[(\vec{\omega} \times \vec{r}) \times \vec{B}] = e\omega B\vec{r} \qquad \text{dove } e \text{ è la carica dell'elettrone.}$$

Quindi il campo elettrico equivalente è

$$E = -\omega B r$$

e la differenza di potenziale tra C_2 e C_1 è

$$V = -\int_0^{r_0} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \omega B \int_0^{r_0} r dr = \frac{\omega B r_0^2}{2} \ .$$

La corrente I attraverso la resistenza R è, quindi, data da

$$I = \frac{V}{R} = \frac{\omega B r_0^2}{2R} = \omega \frac{2\,\mathrm{T} \cdot (0.5\,\mathrm{m})^2}{2 \cdot 10\,\Omega} = (5 \cdot 10^{-2})\,\mathrm{A\,s}$$

2. La potenza dissipata P nella resistenza può essere scritta come

$$P = I^2 R = \frac{\omega^2 B^2 r_0^4}{4R}$$

Per condizioni stazionarie, assumiamo che $\omega = \omega_f = \text{cost}$, e avendo assunto che $I_d << MR^2$ (quindi trascurabile), possiamo dire che, per la conservazione dell'energia:

$$\frac{\omega^2 B^2 r_0^4}{4R} = Mgr_0\omega_f$$

quindi

$$\omega_f = \frac{4MgR}{B^2 r_0^3} = 19.6\,1/\mathrm{s}$$

La corrente I associata è

$$I_f = \frac{\omega_f B r_0^2}{2R} = 0.98\,\mathrm{A}\ .$$