

# Primo parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z)

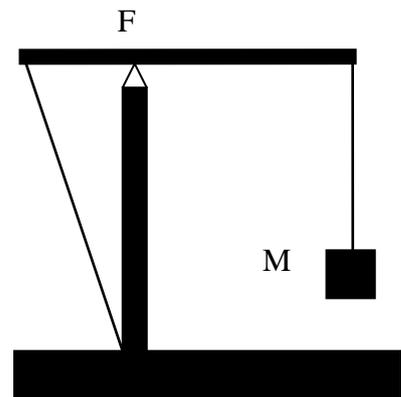
(prof. M. Villa)

26/04/2010

Compito A

## Esercizi:

1. La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore posizione  $\vec{r}(t) = 3t^3\hat{i} + e^t\hat{j} + 2t^2\hat{k}$  (m) con  $t > 0$  espresso in secondi. Determinare la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo ed il raggio di curvatura della traiettoria per  $t=0$  s.
2. Un corpo che si muove lungo una traiettoria rettilinea ha una accelerazione esprimibile come:  $a_x(t) = bt^2$  con  $b=2\text{m/s}^4$ . Sapendo che al tempo pari a  $t=1\text{s}$ , il corpo si trova in  $x=30$  m con velocità pari a 5 m/s, trovare la posizione e la velocità al tempo  $t=3$  s.
3. Un sistema di sollevamento pesi è schematizzabile come costituito da una sbarra verticale lunga  $L$  ed una sbarra orizzontale lunga  $L$  libera di ruotare attorno ad un fulcro  $F$  posto a  $L/3$  da un estremo collegato tramite una fune alla base della sbarra verticale. All'altro estremo della barra orizzontale è fissata una fune che sostiene una massa  $M$ . Sapendo che, in un certo istante, il sistema, in equilibrio statico, solleva una massa  $M=20$  kg, che  $L=3\text{m}$ , che le sbarre e le funi sono ideali e senza massa, trovare le tensioni delle due funi e la reazione vincolare del fulcro  $F$ .



## Domande:

1. Spiegare la legge d'inerzia.
2. Illustrare le caratteristiche principali del moto armonico.
3. Un grave di massa  $M$  in caduta libera in un liquido viscoso ha una forma così particolare che si esercita una forza d'attrito di modulo  $|\vec{F}| = \alpha v^2$  e direzione opposta alla velocità, con  $\vec{v}$  velocità del punto e  $\alpha$  una costante. Sapendo che la velocità di caduta raggiunge un valore limite costante  $v_L$ , determinare quali, tra le seguenti formule, è fisicamente accettabile per  $v_L$ :  
a)  $v_L = Mg / \alpha$     b)  $v_L = M\alpha / g$     c)  $v_L = \alpha g / M$     d)  $v_L = \sqrt{Mg / \alpha}$

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione.  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

# Primo parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z)

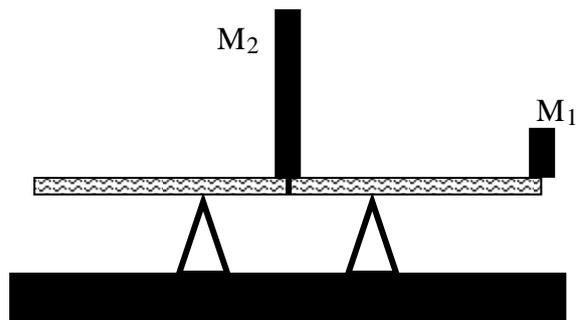
(prof. M. Villa)

26/04/2010

Compito B

## Esercizi:

1. La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore posizione  $\vec{r}(t) = (1 + \cos \omega t)\hat{i} + \hat{j} + \sin \omega t\hat{k}$  (m) con  $t$  espresso in secondi e  $\omega = 2\text{s}^{-1}$ . Determinare la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo. Verificare che il raggio di curvatura della traiettoria è costante e trovarne il valore.
2. Un autobus parte da una fermata con una accelerazione costante pari a  $a = 0,5 \text{ m/s}^2$  fino a raggiungere una velocità pari a  $36 \text{ km/h}$ . In prossimità della fermata successiva rallenta con un'accelerazione costante pari ad  $a = -0,5 \text{ m/s}^2$  fino a fermarsi completamente. Sapendo che le due fermate distano  $D = 1 \text{ km}$ , quanto tempo ha impiegato l'autobus a raggiungere la fermata successiva? Qual'è stata la velocità media?
3. Due pesi, di massa  $M_1 = 6 \text{ kg}$  e  $M_2 = 2M_1$  sono appoggiati su una sbarra ideale senza massa di lunghezza  $L = 1,5 \text{ m}$ . Sapendo che la massa maggiore è appoggiata nel centro della sbarra, quella minore su un estremo, e che la sbarra è appoggiata su due sostegni posti a  $0,5 \text{ m}$  dalle due estremità, determinare se il sistema può essere in condizioni di equilibrio stabile ed in tal caso le reazioni vincolari dovute ai sostegni.



## Domande:

1. Spiegare le condizioni in cui un corpo esteso è in condizioni statiche
2. Spiegare le principali caratteristiche della forza di attrito cinetico (o dinamico)
3. La rotazione terrestre rende il sistema di riferimento terrestre solo approssimativamente inerziale. A causa dell'accelerazione di trascinamento la forza sentita dai corpi sulla superficie terrestre non è esattamente verticale. Questo porta un filo a piombo a non puntare esattamente verso il centro della terra. Rispetto ad una direzione verticale il filo a piombo si discosta di una quantità  $\delta$  che può essere espressa in termini dell'accelerazione di gravità  $\vec{g}$ , della velocità angolare terrestre  $\vec{\omega}$  e del raggio  $R$  della Terra. Tra le possibili forme, indicare quella *presumibilmente* corretta dal punto di vista dimensionale per un corpo a  $45^\circ$  di latitudine:  
a)  $\delta = \sqrt{2}\omega R / g$     b)  $\delta = \omega^2 R / (g\sqrt{2})$     c)  $\delta = \omega^2 g / (R\sqrt{2})$     d)  $\delta = \sqrt{2}g^2 R / \omega$

*Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione.  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$*

# Primo parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z)

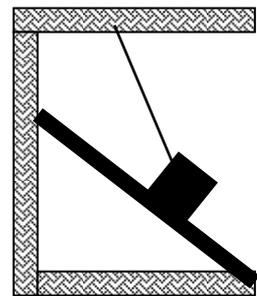
(prof. M. Villa)

26/04/2010

Compito C

## Esercizi:

1. La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore posizione  $\vec{r}(t) = R(1 - 3e^{-t/\tau})\hat{i} + Re^{-t/\tau}\hat{j} + Rk$  (m) con  $t$  espresso in secondi,  $\tau=4s$  e  $R=2m$ . Determinare la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo. Dimostrare che la traiettoria è rettilinea e trovare la legge oraria  $s(t)$ .
2. Una fortificazione ottocentesca è posta a 450 m sul livello del mare ed è distante 2 km dal mare. Sapendo che quando i cannoni sparano da questa postazione in orizzontale i colpi arrivano a malapena sulla spiaggia, determinare velocità di uscita del colpo dal cannone e la distanza a cui arriveranno i colpi quando questi saranno orientati a  $+45^\circ$  rispetto alla direzione orizzontale.
3. Un peso di massa  $M_1=50$  kg è appoggiato ad un piano ruvido inclinato a  $45^\circ$  ed è sostenuto da un filo ideale che risulta inclinato di  $30^\circ$  rispetto alla direzione verticale. Sapendo che il coefficiente di attrito statico vale 0.8 e che si è in regime di attrito statico massimo, trovare la reazione vincolare del piano inclinato e la tensione nel filo.



## Domande:

1. Spiegare le caratteristiche principali del modello del filo inestensibile. In quali condizioni è utile tale modello?
2. Cos'è una forza? Da quali caratteristiche può essere definita?
3. Un pendolo balistico è un sistema in grado di misurare la velocità ( $v$ ) di un proiettile di massa  $m$ , fermandolo in un oggetto di massa  $M$  appeso ad un filo lungo  $L$  (pendolo). L'altezza  $h$  raggiunta dal pendolo fornisce una misura della velocità del proiettile. Sulla base dell'analisi dimensionale, trovare quale relazione può valere in questo sistema:

$$a) v = M\sqrt{3gh/m} \quad b) v = Mg\sqrt{h/m} \quad c) v = \frac{M}{m}\sqrt{2gh} \quad d) v = \frac{2g}{h}\sqrt{Mm}$$

*Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione.  $g = 9,8 m/s^2$*

# Primo parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z)

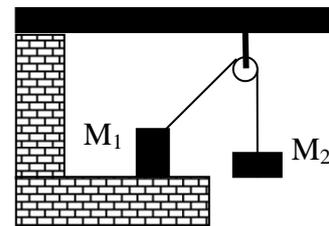
(prof. M. Villa)

26/04/2010

Compito D

## Esercizi:

1. Un corpo che si muove lungo una traiettoria curva ha una accelerazione tangenziale esprimibile come:  $\ddot{s}(t) = a_0 e^{-t/\tau}$  con  $a_0 = 4 \text{ m/s}^2$ ,  $\tau = 10 \text{ s}$ . Sapendo che all'istante iniziale la posizione del corpo è nell'origine del sistema di coordinate curvilinee con velocità nulla, trovare la sua velocità scalare dopo un tempo pari a mezzo minuto. Per tale tempo, trovare inoltre il raggio di curvatura sapendo che l'accelerazione normale è metà di quella tangenziale.
2. Due ciclisti viaggiano ad una velocità costante pari a  $v=6 \text{ m/s}$  lungo una strada rettilinea orizzontale. Ad un certo punto il ciclista davanti si trova a 8 metri di distanza dal ciclista che segue e vuole passargli una bottiglia d'acqua. Effettua quindi un lancio che risulta perfettamente verticale per un osservatore che osserva seduto a bordo strada. Trovare la velocità e la direzione di lancio osservata rispetto al primo ciclista.
3. Un peso di massa  $M_1=10 \text{ kg}$ , appoggiato su un pavimento ruvido, è collegato tramite una fune ed una carrucola ideali (senza massa e senza attriti) ad un peso di massa  $M_2=5 \text{ kg}$  sospeso (come in figura). Sapendo che la fune collegata  $M_1$  è inclinata di  $45^\circ$  rispetto alla direzione orizzontale e che si è in presenza di un attrito statico massimo, determinare la reazione vincolare del pavimento ruvido ed il suo coefficiente di attrito statico.



## Domande:

1. Spiegare l'attrito viscoso.
2. Spiegare il secondo principio della meccanica.
3. Lo spazio  $L$  che è necessario ad un'auto per fermarsi dipende dalla sua velocità ( $v$ ), dall'accelerazione di gravità  $g$  e da un numero adimensionale che misura quanto è scivolosa la strada ( $\mu$ ). Determinare quale formula è accettabile per definire lo spazio  $L$ :

$$a) L = \mu g v \quad b) L = \sqrt{2\mu g / v} \quad c) L = \sqrt{v / (\mu g)} \quad d) L = \frac{v^2}{2\mu g}$$

*Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione.  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$*

**Fisica Generale T - Prof. M. Villa**  
**Ingegneria Edile – Sede di Ravenna**  
**Secondo Parziale - 15 Giugno 2010**

**(1)**

**Esercizio 1:** Un'asta, di massa  $M$  e lunghezza  $L$ , ha una densità variabile come  $\lambda(x) = \lambda_0(3L+x)/L$ , con  $0 < x < L$ . Calcolare: 1) la posizione del centro di massa e 2) il momento d'inerzia rispetto ad un'asse di rotazione coincidente con l'asse  $z$  che passa per l'estremo della sbarra meno denso. Se la sbarra ruota con una velocità angolare  $\omega$  costante (in un piano orizzontale), trovare il modulo della reazione vincolare.

**Esercizio 2:** Sia dato un punto materiale di massa  $M$  su cui agisce una forza conservativa di energia potenziale:  $V(x, y, z) = \alpha x^4 + \beta y^2 z^2$ . Sapendo che le costanti  $\alpha$  e  $\beta$  sono positive, che il punto è inizialmente in  $P(0, L, L)$  con velocità nulla, determinare: 1) l'espressione della forza; 2) le dimensioni e le unità di misura delle costanti  $\alpha$  e  $\beta$ ; 3) la velocità del corpo quando passa per l'origine delle coordinate.

**Esercizio 3:** Un carrello di massa  $M=20$  kg, libero di muoversi su un binario rettilineo (diretto lungo l'asse  $x$ ), ma inizialmente fermo, è colpito da un proiettile di massa  $m=M/20$  che viaggia con velocità  $v=60$ m/s diretto lungo l'asse  $x$ . Nell'ipotesi di un urto totalmente anelastico, determinare: 1) la velocità del centro di massa dopo l'urto e 2) l'energia persa.

**Domande:**

- 1) Enunciare e spiegare il significato della seconda equazione cardinale della dinamica dei sistemi.
- 2) Definire il momento di inerzia e discuterlo.

*Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. (Ricordarsi che  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ )*

**Fisica Generale T - Prof. M. Villa**  
**Ingegneria Edile – Sede di Ravenna**  
**Secondo Parziale - 15 Giugno 2010**

**(2)**

**Esercizio 1:** Un'asta, di massa  $M=4$  kg e lunghezza  $L=1$  m, è incernierata ad un estremo e giace in quiete su un piano orizzontale liscio. Ad un certo punto, per un periodo di tempo di 1s agisce un momento delle forze  $|\vec{M}^{EST}| = 3Nm$  in direzione perpendicolare al piano. Determinare: 1) momento d'inerzia della sbarra; 2) velocità angolare al termine dell'azione del momento delle forze, 3) modulo della reazione vincolare dopo l'azione del momento delle forze.

**Esercizio 2:** Sia dato un punto materiale di massa  $M$  su cui agisce una forza di espressione:  $\vec{F}(x, y, z) = \alpha x\hat{i} - \beta z\hat{j} + \alpha y\hat{k}$ . Sapendo che la costante  $\alpha$  è positiva, che il punto è inizialmente in  $P(L,L,0)$  con velocità  $v$ , determinare: 1) le condizioni per le quali la forza è conservativa, 2) l'espressione dell'energia potenziale; 3) le dimensioni e le unità di misura della costante  $\alpha$ .

**Esercizio 3:** Un carrello di massa  $M$ , libero di muoversi su un binario rettilineo (diretto lungo l'asse  $x$ ), ma inizialmente fermo, è colpito da un proiettile di massa  $m=M/30$  che viaggia con velocità  $v$  diretto lungo l'asse  $x$ . Nell'ipotesi di un urto totalmente elastico, determinare le velocità del carrello e del punto dopo l'urto.

**Domande:**

- 1) Descrivere il moto di un pendolo semplice in regime di piccole oscillazioni.
- 2) Enunciare e spiegare il secondo teorema del centro di massa.

*Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. (Ricordarsi che  $g = 9,8m/s^2$ )*

**Fisica Generale T - Prof. M. Villa**  
**Ingegneria Edile – Sede di Ravenna**  
**Secondo Parziale - 15 Giugno 2010**

**(3)**

**Esercizio 1:** Un proiettile assimilabile ad un cilindro di raggio  $R=3,6\text{mm}$ , massa  $M=12\text{g}$  ed altezza  $h=54\text{mm}$  viene sparato da un fucile ad una velocità  $v=800\text{ m/s}$ . Sapendo che la canna di fucile, lunga  $L=1\text{m}$ , è in grado di imprimere un moto di rotazione al proiettile facendogli compiere un giro completo prima dell'uscita dalla canna e che accelerazione lineare ed accelerazione angolare possono essere considerate costanti durante lo sparo, determinare:

1) il momento d'inerzia del proiettile, 2) l'accelerazione media angolare durante lo sparo, 3) la velocità di rotazione del proiettile quando è in aria.

**Esercizio 2:** Sia dato un punto materiale di massa  $M$  su cui agisce una forza conservativa di energia potenziale:  $V(x, y, z) = \alpha x^3 + \beta y^3 z^3$ . Sapendo che le costanti  $\alpha$  e  $\beta$  sono positive, che il punto è inizialmente in  $P(L,0,0)$  con velocità nulla, determinare: 1) l'espressione della forza; 2) le dimensioni e le unità di misura delle costanti  $\alpha$  e  $\beta$ ; 3) la velocità del corpo quando passa per l'origine delle coordinate.

**Esercizio 3:** Un carrello di massa  $M$ , si muove su un binario rettilineo (diretto lungo l'asse  $x$ ), con una velocità iniziale  $v$ . Ad un certo punto, il binario è sagomato a formare un "giro della morte" di raggio  $R$ . Determinare: 1) la velocità minima che deve avere il carrello per poter percorrere il binario senza staccarsi da esso, 2) la reazione vincolare nel punto di massima altezza quando la velocità iniziale è pari  $6/5$  di quella minima, 3) l'accelerazione del carrello nel punto di massimo.

**Domande:**

- 1) Enunciare e spiegare teorema di Huygen-Steiner.
- 2) Definire la quantità di moto di un sistema e discuterla.

*Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. (Ricordarsi che  $g = 9,8\text{m/s}^2$ )*

**Fisica Generale T - Prof. M. Villa**  
**Ingegneria Edile – Sede di Ravenna**  
**Secondo Parziale - 15 Giugno 2010**

(4)

**Esercizio 1:** Una slitta di massa  $m$ , assimilabile ad un punto materiale di ugual massa, può muoversi in assenza di attrito all'interno di una guida circolare di raggio  $R$ , contenuta in un piano verticale  $\sigma$ . Determinare l'espressione del valore minimo  $v_{min}$  del modulo della velocità che la slitta deve possedere nel punto più alto  $B$  della guida per poter proseguire il moto senza staccarsene. Al passaggio per il punto più basso  $C$  della guida, un dispositivo permette alla slitta, ad un dato istante, di proseguire il moto su una rotaia orizzontale, priva di attrito, alla fine della quale è fissata una molla ideale, di massa trascurabile e costante elastica  $k$ , il cui estremo libero è dotato di respingente, a sua volta di dimensioni e massa trascurabili. Determinare l'espressione della massima compressione  $d$  subita dalla molla nel caso in cui  $v_B = v_{min}$ .

**Esercizio 2:** Sia dato un punto materiale di massa  $M$  su cui agisce una forza di espressione:  $\vec{F}(x, y, z) = \alpha x^2 \hat{i} - \beta yz \hat{j} + \alpha y^2 \hat{k}$ . Sapendo che la costante  $\alpha$  è positiva, che il punto è inizialmente in  $P(L, 0, 0)$  con velocità  $v$ , determinare: 1) le condizioni per le quali la forza è conservativa, 2) l'espressione dell'energia potenziale; 3) la velocità (modulo, direzione e verso) che il corpo deve avere inizialmente per poter raggiungere l'origine delle coordinate.

**Esercizio 3:** Un'asta, di massa  $M$  e lunghezza  $L$ , ha una densità variabile come  $\lambda(x) = \lambda_0 (2 - x/L)$ , con  $0 < x < L$ . Calcolare: 1) la posizione del centro di massa e 2) il momento d'inerzia rispetto ad un'asse di rotazione coincidente con l'asse  $z$  che passa per  $x=0$ .

**Domande:**

- 1) Discutere l'effetto delle forze di attrito sull'energia di un sistema meccanico.
- 2) Enunciare e spiegare il teorema di Koenig per punti materiali.

*Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. (Ricordarsi che  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ )*

**Fisica Generale T - Prof. M. Villa**  
**Ingegneria Edile – Sede di Ravenna**

**15 Giugno 2010**

**(1)**

**Esercizio 1:** Un'asta, di massa  $M$  e lunghezza  $L$ , ha una densità variabile come  $\lambda(x) = \lambda_0(3L+x)/L$ , con  $0 < x < L$ . Calcolare: 1) la posizione del centro di massa ed 2) il momento d'inerzia rispetto ad un'asse di rotazione coincidente con l'asse  $z$  che passa per l'estremo della sbarra meno denso. Se la sbarra ruota con una velocità angolare  $\omega$  costante (in un piano orizzontale), trovare il modulo della reazione vincolare.

**Esercizio 2:** Sia dato un punto materiale di massa  $M$  su cui agisce una forza conservativa di energia potenziale:  $V(x, y, z) = \alpha x^4 + \beta y^2 z^2$ . Sapendo che le costanti  $\alpha$  e  $\beta$  sono positive, che il punto è inizialmente in  $P(0, L, L)$  con velocità nulla, determinare: 1) l'espressione della forza; 2) le dimensioni e le unità di misura delle costanti  $\alpha$  e  $\beta$ ; 3) la velocità del corpo quando passa per l'origine delle coordinate.

**Esercizio 3:** Un carrello di massa  $M=20$  kg, libero di muoversi su un binario rettilineo (diretto lungo l'asse  $x$ ), ma inizialmente fermo, è colpito da un proiettile di massa  $m=M/20$  che, partendo da fermo si è mosso lungo l'asse  $x$  sottoposto ad una forza  $F=6$ N costante per un periodo di  $T=10$ s prima dell'urto. Trovare la velocità del proiettile prima dell'urto. Nell'ipotesi di un urto totalmente anelastico, determinare la velocità del centro di massa dopo l'urto e l'energia persa.

**Domande:**

- 1) Enunciare e spiegare il significato della seconda equazione cardinale della dinamica dei sistemi.
- 2) Definire il momento di inerzia e discuterlo.
- 3) Spiegare le leggi della statica.

*Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. (Ricordarsi che  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ )*

**Fisica Generale T - Prof. M. Villa**  
**Ingegneria Edile – Sede di Ravenna**

**15 Giugno 2010**

**(2)**

**Esercizio 1:** Un'asta, di massa  $M=4$  kg e lunghezza  $L=1$  m, è incernierata ad un estremo e giace in quiete su un piano orizzontale liscio. Ad un certo punto, per un periodo di tempo di 1 s agisce un momento delle forze  $|\vec{M}^{EST}| = 3Nm$  in direzione perpendicolare al piano. Determinare: 1) momento d'inerzia della sbarra; 2) velocità angolare al termine dell'azione del momento delle forze, 3) modulo della reazione vincolare dopo l'azione del momento delle forze.

**Esercizio 2:** Sia dato un punto materiale di massa  $M$  su cui agisce una forza di espressione:  $\vec{F}(x, y, z) = \alpha x\hat{i} - \beta z\hat{j} + \alpha y\hat{k}$ . Sapendo che la costante  $\alpha$  è positiva, che il punto è inizialmente in  $P(L,L,0)$  con velocità  $v$ , determinare: 1) le condizioni per le quali la forza è conservativa, 2) l'espressione dell'energia potenziale; 3) le dimensioni e le unità di misura della costante  $\alpha$ ; 4) la velocità minima che il corpo deve avere inizialmente per poter raggiungere l'origine delle coordinate.

**Esercizio 3:** Un carrello di massa  $M$ , libero di muoversi su un binario rettilineo ruvido (diretto lungo l'asse  $x$ ), ma inizialmente fermo, è colpito da un proiettile di massa  $m=M/30$  che viaggia con velocità  $v$  diretto lungo l'asse  $x$ . Nell'ipotesi di un urto totalmente elastico, determinare le velocità del carrello e del punto dopo l'urto. Sapendo che il coefficiente di attrito cinetico tra carrello e binario è  $\mu_D$ , trovare lo spazio percorso dal carrello.

**Domande:**

- 1) Descrivere il moto di un pendolo semplice in regime di piccole oscillazioni.
- 2) Enunciare e spiegare il secondo teorema del centro di massa.
- 3) Discutere l'espressione dell'accelerazione in coordinate intrinseche

*Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. (Ricordarsi che  $g = 9,8m/s^2$ )*

**Fisica Generale T - Prof. M. Villa**  
**Ingegneria Edile – Sede di Ravenna**

**15 Giugno 2010**

**(3)**

**Esercizio 1:** Un proiettile assimilabile ad un cilindro di raggio  $R=3,6\text{mm}$ , massa  $M=12\text{g}$  ed altezza  $h=54\text{mm}$  viene sparato da un fucile ad una velocità  $v=800\text{ m/s}$ . Sapendo che la canna di fucile, lunga  $L=1\text{m}$ , è in grado di imprimere un moto di rotazione al proiettile facendogli compiere un giro completo prima dell'uscita dalla canna e che accelerazione lineare ed accelerazione angolare possono essere considerate costanti durante lo sparo, determinare:

1) il momento d'inerzia del proiettile, 2) l'accelerazione media angolare durante lo sparo, 3) la velocità di rotazione del proiettile quando è in aria, 4) l'energia dello sparo.

**Esercizio 2:** Sia dato un punto materiale di massa  $M$  su cui agisce una forza conservativa di energia potenziale:  $V(x, y, z) = \alpha x^3 + \beta y^3 z^3$ . Sapendo che le costanti  $\alpha$  e  $\beta$  sono positive, che il punto è inizialmente in  $P(L,0,0)$  con velocità nulla, determinare: 1) l'espressione della forza; 2) le dimensioni e le unità di misura delle costanti  $\alpha$  e  $\beta$ ; 3) la velocità del corpo quando passa per l'origine delle coordinate.

**Esercizio 3:** Un carrello di massa  $M$ , si muove su un binario rettilineo (diretto lungo l'asse  $x$ ), con una velocità iniziale  $v$ . Ad un certo punto, il binario è sagomato a formare un "giro della morte" di raggio  $R$ . Determinare: 1) la velocità minima che deve avere il carrello per poter percorrere il binario senza staccarsi da esso, 2) la reazione vincolare nel punto di massima altezza quando la velocità iniziale è pari a  $6/5$  di quella minima, 3) l'accelerazione del carrello nel punto di massimo; 4) la velocità del carrello dopo il giro della morte.

**Domande:**

- 1) Enunciare e spiegare teorema di Huygen-Steiner.
- 2) Definire la quantità di moto di un sistema e discuterla.
- 3) Illustrare alcuni esempi di forze inerziali.

*Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. (Ricordarsi che  $g = 9,8\text{ m/s}^2$ )*

**Fisica Generale T - Prof. M. Villa**  
**Ingegneria Edile – Sede di Ravenna**

**15 Giugno 2010**

**(4)**

**Esercizio 1:** Una slitta di massa  $m$ , assimilabile ad un punto materiale di ugual massa, può muoversi in assenza di attrito all'interno di una guida circolare di raggio  $R$ , contenuta in un piano verticale  $\sigma$ . Determinare l'espressione del valore minimo  $v_{min}$  del modulo della velocità che la slitta deve possedere nel punto più alto  $B$  della guida per poter proseguire il moto senza staccarsene. Per tale valore di velocità in  $B$ , determinare la reazione vincolare quando il carrello passa per il punto più basso della guida ( $C$ ). Al passaggio per  $C$ , un dispositivo permette alla slitta, ad un dato istante, di proseguire il moto su una rotaia orizzontale, priva di attrito, alla fine della quale è fissata una molla ideale, di massa trascurabile e costante elastica  $k$ , il cui estremo libero è dotato di respingente, a sua volta di dimensioni e massa trascurabili. Determinare l'espressione della massima compressione  $d$  subita dalla molla.

**Esercizio 2:** Sia dato un punto materiale di massa  $M$  su cui agisce una forza di espressione:  $\vec{F}(x, y, z) = \alpha x^2 \hat{i} - \beta yz \hat{j} + \alpha y^2 \hat{k}$ . Sapendo che la costante  $\alpha$  è positiva, che il punto è inizialmente in  $P(L, 0, 0)$  con velocità  $v$ , determinare: 1) le condizioni per le quali la forza è conservativa, 2) l'espressione dell'energia potenziale; 3) le dimensioni e le unità di misura della costante  $\alpha$ ; 4) la velocità (modulo minimo, direzione e verso) che il corpo deve avere inizialmente per poter raggiungere l'origine delle coordinate.

**Esercizio 3:** Un aereo che viaggia ad una velocità di  $v=800$  km/h effettua una virata mantenendosi in moto su un piano orizzontale. Sapendo che, durante la virata, la forza percepita dai passeggeri dell'aereo è aumentata del 5% rispetto alla forza peso e che appare diretta perpendicolarmente al pavimento della carlinga, determinare il raggio di curvatura dell'aereo e l'inclinazione del pavimento rispetto ad un piano orizzontale.

**Domande:**

- 1) Discutere l'effetto delle forze di attrito sull'energia di un sistema meccanico.
- 2) Enunciare e spiegare il teorema di Koenig per punti materiali.
- 3) Discutere le formule di Poisson ed il loro uso.

*Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. (Ricordarsi che  $g = 9,8 m/s^2$ )*

## Traccia delle soluzioni al compito (1)

**Es 1:** Occorre esprimere la massa in termini di densità lineare, quindi calcolare massa, centro di massa e momento d'inerzia. La sbarra può essere considerata un sistema rigido soggetto solo alla forza vincolare. La reazione vincolare si trova calcolando l'accelerazione del centro di massa.

$$M = \int_0^L \lambda(x) dx = \frac{7}{2} \lambda_0 L \quad x_{CM} = \frac{1}{M} \int_0^L x \lambda(x) dx = \frac{11}{21} L$$

$$I = \int_0^L x^2 \lambda(x) dx = \frac{5}{4} \lambda_0 L^3 = \frac{10}{28} ML^2$$

$$|\vec{R}_v| = M |\vec{a}_{CM}| = M \omega^2 x_{CM} = \frac{11}{21} M \omega^2 L$$

**Es 2.** Data l'energia potenziale possiamo calcolare la forza come meno gradiente dell'energia potenziale. La velocità all'origine è calcolabile facilmente richiedendo la conservazione dell'energia meccanica. Non serve risolvere completamente l'equazione del moto.

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} V = -4\alpha x^3 \hat{i} - 2\beta yz^2 \hat{j} - 2\beta y^2 z \hat{k}$$

$$[\alpha] = [\beta] = [ML^{-2}T^{-2}], \quad \text{unità } kg / m^2 / s^2$$

$$E_{in} = E_{fin} \Rightarrow \beta L^4 = \frac{1}{2} M v^2 \Rightarrow v = L^2 \sqrt{\frac{2\beta}{M}}$$

**Es. 3.** L'accelerazione media si trova come forza diviso massa ed è costante. La velocità alla fine dell'accelerazione è pari a tempo per accelerazione. Nell'urto si conserva la quantità di moto, che per il primo teorema del centro di massa può essere espressa come massa del sistema per velocità del centro di massa. Visto che l'urto è anelastico la velocità del centro di massa è comune ai due punti e quindi è possibile calcolare l'energia finale. L'energia persa è pari all'energia finale meno quella iniziale.

$$a = \frac{F}{m}, \quad v = \frac{F}{m} T = 60 m / s$$

$$Q_{in} = mv = FT = Q_{fin} = (m + M)v_{CM} = \frac{21}{20} M v_{CM} \Rightarrow v_{CM} = \frac{20FT}{21M} = 2,86 m / s$$

$$E_{in} = \frac{1}{2} m v^2 \quad E_{fin} = \frac{1}{2} (m + M) v_{CM}^2 \Rightarrow \Delta E = E_{fin} - E_{in} = -\frac{200}{21} \frac{F^2 T^2}{M} = -1,71 kJ$$

*Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. (Ricordarsi che  $g = 9,8 m / s^2$ )*

## Traccia delle soluzioni al compito (2)

**Es 1:** Occorre calcolare il momento d'inerzia per un asse che si trova ad una distanza  $L/2$  dal centro di massa. Possiamo usare il teorema di Huygens-Steiner. L'azione del momento di forza costante imprime un'accelerazione angolare costante per un tempo fissato. Visto che la sbarra parte da ferma la velocità angolare al termine è calcolabile come accelerazione angolare per tempo. Dopo l'azione del momento delle forze non vi sono più momenti esterni e la sbarra si muove di moto rotatorio uniforme. Il centro di massa si muove di moto circolare. Il vincolo fornisce l'unica forza esterna che (secondo teorema del centro di massa) è collegabile all'accelerazione del CM.

$$I = I_{CM} + MD^2 = \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ML^2 = 1.33kgm^2$$

$$I\dot{\vec{\omega}} = \vec{M}^{EST} \Rightarrow \dot{\vec{\omega}} = \frac{\vec{M}^{EST}}{I} \Rightarrow \vec{\omega}(t) = \vec{\omega}(0) + \frac{\vec{M}^{EST}}{I}t \Rightarrow \omega(T) = \frac{M^{EST}}{I}T = 2,25s^{-1}$$

$$|\vec{R}_v| = M|\vec{a}_{CM}| = M\omega^2L/2 = \frac{81}{8}N = 10,1N$$

**Es 2:** : Una forza è conservativa solo se è irrotazionale. Imponendo che il rotore sia nullo si trova una condizione sulle costanti  $\alpha$  e  $\beta$ . In queste condizioni è possibile calcolare il potenziale. La velocità all'origine è calcolabile facilmente richiedendo la conservazione dell'energia meccanica. Non serve risolvere completamente l'equazione del moto.

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \beta = -\alpha$$

$$V(x, y, z) = -\alpha \frac{x^2}{2} - \alpha yz$$

$$[\alpha] = [\beta] = [MT^{-2}], \quad \text{unità } kg/s^2$$

$$E_{in} = E_{fin} \Rightarrow -\alpha L^2/2 + \frac{1}{2}Mv^2 = 0 \Rightarrow v = L\sqrt{\frac{\alpha}{M}}$$

**Es. 3.** L'urto è collineare ed elastico. Imponendo la conservazione della quantità di moto e l'energia si trovano due equazioni nelle due incognite velocità del punto e del carrello dopo l'urto. Nell'urto il carrello acquista una energia cinetica che disperde a causa dell'attrito. Tutta l'energia cinetica è persa in lavoro della forza d'attrito. Poiché questa forza è costante, è possibile determinare la lunghezza del percorso fatto dal carrello senza passare per l'equazione del moto.

*Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. (Ricordarsi che  $g = 9,8m/s^2$ )*

$$v_p = -\frac{29}{31}v \quad v_c = \frac{2}{31}v$$

$$Q_{in} = mv = FT = Q_{fin} = (m+M)v_{CM} = \frac{21}{20}Mv_{CM} \Rightarrow v_{CM} = \frac{20FT}{21M}$$

$$E_{in} = \frac{1}{2}Mv_c^2 \quad E_{fin} = 0 \Rightarrow \Delta E = E_{fin} - E_{in} = L(F_{att}) = -\mu_D Mgl \Rightarrow l = \frac{v_c^2}{2\mu_D g}$$

### Traccia delle soluzioni al compito (3)

**Es 1:** Un cilindro è essenzialmente un disco con uno spessore non trascurabile, ma quando ruota attorno al suo asse, il suo momento d'inerzia è calcolabile come quello di un disco. Sapendo che il moto è uniformemente accelerato, riusciamo a trovare sia il valore dell'accelerazione che il tempo di accelerazione. Sapendo che in quel tempo il proiettile ha fatto un giro su se stesso riusciamo a calcolare l'accelerazione angolare e quindi la velocità angolare finale.

$$I = \frac{1}{2}MR^2 \quad l = \frac{1}{2}aT^2, \quad v = aT \Rightarrow T = \frac{2l}{v} = 2.5ms \quad a = v/T = 320km/s^2$$

$$\theta = \frac{1}{2}\alpha T^2 = 2\pi \Rightarrow \alpha = \frac{4\pi}{T^2} = 2,01Ms^{-2} \Rightarrow \omega = \alpha T = \frac{4\pi}{T} = 5,03kHz$$

$$E_{tot} = E_{cin} + E_{rot} = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = 3.84MJ$$

**Es 2:** Data l'energia potenziale possiamo calcolare la forza come meno gradiente dell'energia potenziale. La velocità all'origine è calcolabile facilmente richiedendo la conservazione dell'energia meccanica. Non serve risolvere completamente l'equazione del moto.

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}V = -3\alpha x^2 \hat{i} - 3\beta y^2 z^3 \hat{j} - 3\beta y^3 z^2 \hat{k}$$

$$[\alpha] = [ML^{-1}T^{-2}], \quad \text{unità } kg/m/s^2 \quad [\beta] = [ML^{-4}T^{-2}], \quad \text{unità } kg/m^4/s^2$$

$$E_{in} = E_{fin} \Rightarrow \alpha L^3 = \frac{1}{2}Mv^2 \Rightarrow v = L\sqrt{\frac{2\alpha L}{M}}$$

**Es. 3.** Affinché il carrello non si stacchi è necessario che la reazione vincolare del binario sia sempre rivolta verso l'interno della curva. Nel punto più in alto del giro della morte, oltre alla forza peso deve essere presente una reazione vincolare verso il basso. Visto che queste forze sono perpendicolari alla direzione di moto, esse sono legate all'accelerazione normale. Basterà richiedere che l'accelerazione normale sia superiore all'accelerazione di gravità in quel punto e automaticamente si avrà una reazione vincolare rivolta verso il basso. Per trovare la velocità minima di partenza occorrerà fare un bilancio energetico. Quando la velocità di partenza è più grande, nel punto di massima altezza si arriverà con una velocità maggiore e ci sarà una maggiore accelerazione normale. La reazione vincolare è calcolabile dal bilancio dinamico delle forze.

*Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. (Ricordarsi che  $g = 9,8m/s^2$ )*

$$\frac{v_{alto}^2}{R} > g \quad v_{alto} > \sqrt{gR} \quad E_{basso} = \frac{1}{2}Mv^2 = E_{alto} = \frac{1}{2}Mv_{alto}^2 + 2MgR \Rightarrow v = \sqrt{v_{alto}^2 + 4gR} > \sqrt{5gR} = v_{min}$$

$$R_v = M\left(\frac{v_{alto}^2}{R} - g\right) = M\left(\frac{(6v_{min}/5)^2 - 4gR}{R} - g\right) = \frac{11}{5}Mg$$

$$v_{fin} = v_{in} = 6v_{min}/5$$

## Traccia delle soluzioni al compito (4)

**Es 1:**

$$v_{min} = \sqrt{gR} \quad v_c = \sqrt{5gR}$$

$$R_v = Mv_c^2 / R + Mg = 6Mg$$

$$E_{in} = \frac{1}{2}Mv_{min}^2 + 2MgR = E_{fin} = \frac{1}{2}kd^2 \Rightarrow d = \sqrt{\frac{5MgR}{k}}$$

**Es 2:** Una forza è conservativa solo se è irrotazionale. Imponendo che il rotore sia nullo si trova una condizione sulle costanti  $\alpha$  e  $\beta$ . In queste condizioni è possibile calcolare il potenziale. La velocità all'origine è calcolabile facilmente richiedendo la conservazione dell'energia meccanica. Non serve risolvere completamente l'equazione del moto.

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \beta = -2\alpha \quad V(x, y, z) = -\alpha \frac{x^3}{3} - \alpha y^2 z$$

$$[\alpha] = [ML^{-1}T^{-2}], \quad \text{unità } kg/m/s^2$$

$$E_{in} = E_{fin} \Rightarrow -\alpha L^3 / 3 + \frac{1}{2}Mv^2 = 0 \Rightarrow v = L\sqrt{\frac{2\alpha L}{3M}}$$

**Es. 3.** Prima della curva il passeggero sente solo la forza peso. Durante la curva, il passeggero è soggetto ad una accelerazione centripeta. Dal SUO punto di vista però vede la realtà da un sistema di riferimento non inerziale. Il pavimento della carlinga produce una reazione vincolare maggiore di prima. C'è una componente verticale che bilancia la forza peso ed una orizzontale diretta verso l'interno della curva (quella che fa muovere il passeggero di moto accelerato). Dato che sappiamo che la componente verticale è nota e che il modulo è aumentato del 5%, possiamo calcolarci la componente orizzontale della forza, l'accelerazione normale e quindi il raggio di curvatura.

$$R = \frac{v^2}{g\sqrt{1.05^2 - 1}} = 15,7km \quad tg\theta = \sqrt{1.05^2 - 1} \quad \theta = 17,8^\circ$$

**Es. 3 parziale.**

*Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. (Ricordarsi che  $g = 9,8m/s^2$ )*

# Esame scritto di Fisica Generale T

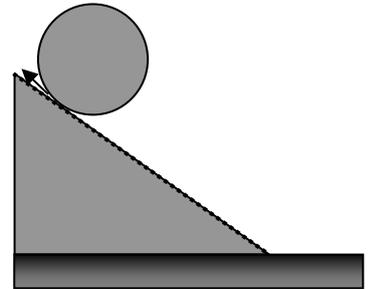
INGEGNERIA EDILE – Prof. M. Villa

05/07/2010

(1)

**Esercizio 1:** Un disco omogeneo di massa  $M=4$  kg e raggio  $R=20$  cm è collocato in verticale e fermo su un piano ruvido ed inclinato di  $45^\circ$  rispetto ad una direzione orizzontale. Sapendo che il coefficiente d'attrito dinamico tra piano e disco è pari  $\mu_D=0.2$  e che all'istante  $t=0$  s il disco è lasciato libero di muoversi ed inizia a scivolare, determinare:

- 1) la velocità del centro di massa al tempo  $t=T=1$  s;
- 2) la velocità angolare di rotazione del disco al tempo  $T$ ;
- 3) Il lavoro della forza d'attrito dinamico fatto tra l'inizio ed il tempo  $T$ .

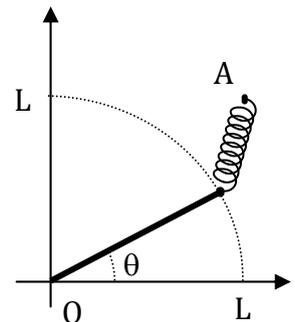


**Esercizio 2:** Sia dato un campo di forza la cui espressione cartesiana è data dalla relazione

$$\vec{F}(x, y, z) = -2\alpha xz\hat{i} - \alpha x^2\hat{k}$$

Verificare se il campo è conservativo, e in caso affermativo determinarne l'espressione della energia potenziale  $V$ , imponendo che essa si azzeri nel punto  $P(x, y, z)$  di coordinate  $(2,2,2)$ . Determinare inoltre dimensioni ed unità di misura della costante  $\alpha$ .

**Esercizio 3:** Una sbarra di massa  $M=3$  kg e lunghezza  $L=0,5$  m è in grado di muoversi solo in un piano verticale ed ha un estremo incernierato in  $O$ . L'altro estremo è collegato ad una molla, di costante elastica pari a  $k = 50$  N/m e lunghezza a riposo nulla, che è fissata in un punto  $A$  del piano verticale che si trova spostato di  $+L$  a destra ed ad una quota  $+L$  più in alto del punto  $O$ . Determinare, all'equilibrio statico, l'angolo  $\theta$  e la reazione vincolare in  $A$ .



**Domande:**

- 1) Illustrare il terzo principio della dinamica con alcuni esempi.
- 2) Definire il momento d'inerzia di un sistema di punti materiali rispetto ad un determinato asse, e discuterne le principali proprietà.
- 3) Formulare e discutere l'espressione della velocità di un generico punto materiale  $P$  appartenente ad un sistema rigido in moto roto-traslatorio rispetto al sistema di riferimento del laboratorio.

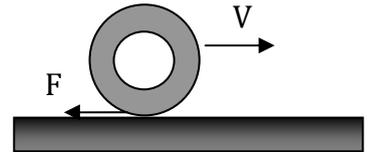
# Esame scritto di Fisica Generale T

INGEGNERIA EDILE - Prof. M. Villa

05/07/2010

(2)

**Esercizio 1:** Un cilindro cavo di massa  $M=3$  kg, schematizzabile come un disco di raggio  $R=4$  cm a cui è stato praticato un foro concentrico di raggio  $r=2$  cm, è lanciato in orizzontale su un piano ruvido di coefficiente d'attrito dinamico  $\mu_D=0.4$ . Nel momento del lancio, il cilindro non ruota ed inizia a strisciare sul piano, ma dopo un certo tempo, il cilindro rotola senza strisciare. Studiare il moto del cilindro durante la fase di rotolamento in presenza della forza di attrito *dinamico*, e, sapendo che la velocità iniziale è di 10 m/s, determinare in particolare:



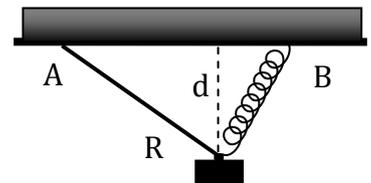
- 1) il momento d'inerzia del cilindro;
- 2) la velocità di traslazione ed angolare del cilindro quando rotola senza strisciare;
- 3) l'energia cinetica finale.

**Esercizio 2:** Sia dato un campo di forza, la cui espressione cartesiana è data dalla relazione:

$$\vec{F}(x, y, z) = -2\alpha yz\hat{j} - \alpha y^2\hat{k}$$

Verificare se il campo è conservativo, e, in caso affermativo, determinarne l'espressione dell'energia potenziale  $V$ , imponendo che essa si azzeri nel punto  $P(x, y, z)$  di coordinate (3,3,3). Determinare inoltre dimensioni ed unità di misura della costante  $\alpha$ .

**Esercizio 3:** Un punto materiale di peso  $|\vec{P}| = 6N$  è fissato al soffitto in un punto A tramite un cavo inestensibile di massa trascurabile e lunghezza  $R = 1$  m e tramite una molla di lunghezza a riposo trascurabile ( $l_0 = 0$  m) e costante elastica  $k = 40$  N/m collegata nel punto B. Cavo e molla sono entrambi fissati in un'estremità al soffitto (punti A e B, rispettivamente, posti a distanza  $R$  l'uno dall'altro) e nell'altra al punto materiale. Calcolare, all'equilibrio statico, la distanza  $d$  del punto dal soffitto e la tensione nel filo.



**Domande:**

- 1) Definire il centro di massa di un sistema di punti materiali rispetto a un determinato riferimento cartesiano, e discuterne le principali proprietà.
- 2) Formulare e discutere l'espressione dell'accelerazione di un generico punto materiale  $P$  appartenente ad un sistema rigido in moto roto-traslatorio rispetto al sistema di riferimento del laboratorio.
- 3) Illustrare il principio di funzionamento di un dinamometro come strumento per la misura delle caratteristiche vettoriali delle forze.

# Esame scritto di Fisica Generale T

INGEGNERIA EDILE – Prof. M. Villa

26/07/2010

(1)

**Esercizio 1:** Un sistema meccanico, in quiete su un piano orizzontale liscio, è composto da un disco omogeneo di spessore trascurabile, massa  $2M$  e raggio  $R$ , e da un punto materiale di massa  $M$ , posto a distanza  $4R$  dal centro del disco.

Calcolare le espressioni:

a) della distanza  $D$  del centro di massa del sistema dal centro del disco.

b) del momento d'inerzia  $I_{CM}$  del sistema rispetto ad un asse baricentrico perpendicolare al piano orizzontale.

**Esercizio 2:** Un punto materiale  $P$  di massa  $4M$  si trova nell'origine d'un sistema di riferimento cartesiano con velocità  $\vec{v} = v_0\hat{i} + 2v_0\hat{j}$  ed è soggetto a un campo di forza conservativo la cui energia potenziale è data dall'espressione  $V(x,y,z) = Ay^2z + Bx - C$ , dove  $A$ ,  $B$  e  $C$  sono costanti aventi opportune dimensioni.

Determinare le espressioni

1. del modulo dell'accelerazione tangenziale del punto  $P$ .
2. del raggio di curvatura  $\rho$  della traiettoria.

**Esercizio 3:** Un punto materiale  $P$  di massa  $m$  è appoggiato su una piattaforma orizzontale priva d'attrito, ruotante con velocità angolare  $\omega$  attorno ad un asse verticale. Sotto l'effetto della forza centrifuga, il punto  $P$  si sposta dal centro verso la periferia del disco. Calcolare il lavoro della forza centrifuga quando  $P$  passa dalla distanza  $r_1$  alla distanza  $r_2$  dall'asse di rotazione.

**Domande:**

- 1) Enunciare e dimostrare il teorema di König.
- 2) Enunciare e dimostrare il teorema delle forze vive.

# Esame scritto di Fisica Generale T

INGEGNERIA EDILE – Prof. M. Villa

26/07/2010

(2)

**Esercizio 1:** Un sistema meccanico, in quiete su un piano orizzontale liscio, è composto da una sbarra omogenea di dimensioni trasversali trascurabili, massa  $2M$  e lunghezza  $L/2$ , e da due punti materiali, ciascuno di massa  $M$ , allineati con la sbarra e situati da una stessa parte rispetto a questa. Il centro  $C$  della sbarra e ciascuno dei due punti materiali sono posti a distanza  $2L$  l'uno dall'altro.

Calcolare le espressioni:

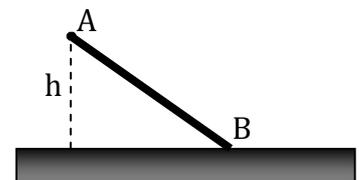
- della distanza  $D$  del centro di massa del sistema dal centro della sbarra.
- del momento d'inerzia  $I_{CM}$  del sistema rispetto ad un asse baricentrico perpendicolare al piano orizzontale.

**Esercizio 2:** Un punto materiale  $P$  di massa  $M$  si trova nell'origine di un sistema di riferimento cartesiano con velocità  $\vec{v} = 2v_0\hat{i} - v_0\hat{k}$  ed è soggetto a un campo di forza conservativo la cui energia potenziale è data dall'espressione  $V(x,y,z) = Ax^2y + Bz - C$ , dove  $A$ ,  $B$  e  $C$  sono costanti aventi opportune dimensioni.

Determinare le espressioni

- del modulo dell'accelerazione tangenziale del punto  $P$ .
- del raggio di curvatura  $\rho$  della traiettoria.

**Esercizio 3:** Una sbarra  $AB$  di massa  $M=8$  kg e lunghezza  $L=40$  cm ha l'estremo  $A$  incernierato in un punto posto ad una quota  $h=15$  cm dal pavimento ed appoggia in  $B$  sul pavimento. Determinare le reazioni vincolari in  $A$  ed in  $B$ .



**Domande:**

- Enunciare e dimostrare il teorema di conservazione dell'energia meccanica.
- Illustrare alcune conseguenze del terzo principio della dinamica.

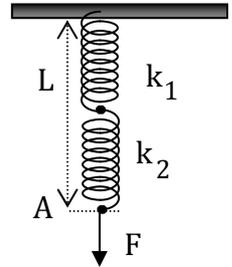
# Esame scritto di Fisica Generale T

INGEGNERIA EDILE – Prof. M. Villa

03/09/2010

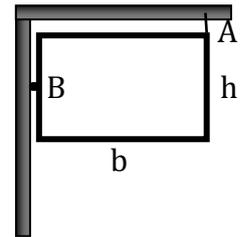
(1)

**Esercizio 1:** Due molle di costanti elastiche rispettivamente  $k_1 = 15 \text{ N/m}$   $k_2 = 25 \text{ N/m}$  e lunghezze di riposo  $l_1 = 12 \text{ cm}$ ,  $l_2 = 18 \text{ cm}$ , sono collegate in serie come in figura e sottoposte a trazione tramite l'applicazione nel punto A di una forza  $\vec{F}$  parallela alle molle. Per effetto di questa forza la lunghezza del sistema delle due molle è  $L = 50 \text{ cm}$ . Calcolare la lunghezza di ciascuna molla nella situazione di deformazione prodotta dalla forza  $\vec{F}$ .



**Esercizio 2:** Su un punto materiale agiscono due forze:  $\vec{F}_1 = F\hat{i}$  e  $\vec{F}_2 = 2\alpha y\hat{j}$ , con  $F$  e  $\alpha$  costanti. Determinare se la risultante è una forza conservativa ed eventualmente calcolare l'energia potenziale.

**Esercizio 3:** Un'insegna a bandiera, di massa complessiva  $M = 18 \text{ kg}$ , schematizzabile come una figura piana rettangolare di base  $b = 100 \text{ cm}$  e altezza  $h = 60 \text{ cm}$ , è fissata ad un palo ad  $L$  nei punti A e B. In A, la bandiera è sostenuta da un filo verticale; in B (punto medio di un lato corto) l'insegna è fissata tramite vite (vincolo puntiforme). Determinare le reazioni vincolari in A ed in B.



**Domande:**

- 1) Illustrare le proprietà del Centro di Massa di un sistema di punti.
- 2) Spiegare il terzo principio della meccanica.

# Esame scritto di Fisica Generale T

INGEGNERIA EDILE – Prof. M. Villa

03/09/2010

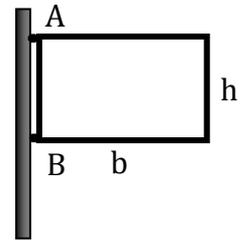
(2)

**Esercizio 1:** Un oggetto scivola, partendo da fermo, lungo un piano ruvido inclinato di un angolo  $\alpha = 30^\circ$  rispetto ad una direzione orizzontale. Sapendo che il coefficiente d'attrito dinamico è  $\mu_c = 0.12$ , determinare:

- la velocità acquisita dall'oggetto dopo un percorso  $L = 4$  m;
- il lavoro della forza d'attrito nello stesso percorso.

**Esercizio 2:** Su un punto materiale agiscono due forze:  $\vec{F}_1 = \alpha x \hat{i}$  e  $\vec{F}_2 = \beta z \hat{k}$ , con  $\alpha$  e  $\beta$  costanti. Determinare se la risultante è una forza conservativa ed eventualmente calcolare l'energia potenziale.

**Esercizio 3:** Un'insegna a bandiera, di massa complessiva  $M=18$  kg, schematizzabile come una figura piana rettangolare di base  $b=80$  cm e altezza  $h=50$  cm, è fissata ad un palo, tramite viti (vincolo puntiforme), nei punti A e B. Determinare le reazioni vincolari in A ed in B.



**Domande:**

- Definire il momento angolare ed illustrarne le caratteristiche.
- Illustrare il concetto di forze apparenti.

**Esame scritto di Fisica Generale T**  
**INGEGNERIA EDILE – Prof. M. Villa**  
**16/09/2010**

**(1)**

**Esercizio 1:** Due punti materiali  $P_1$  e  $P_2$  aventi la stessa massa inerziale  $m = 10 \text{ g}$  sono lanciati verso l'alto, in assenza di attrito, con velocità avente lo stesso modulo  $v = 50 \text{ m/s}$ , ma rispettivamente lungo la verticale ( $P_1$ ) e lungo una direzione che forma un angolo di  $\pi/3$  con l'orizzontale ( $P_2$ ). Determinare i valori delle massime quote  $h_1$  e  $h_2$  raggiunte dai due punti materiali.

**Esercizio 2:** Un campo di forza è definito in tutto lo spazio dall'espressione

$$\vec{F} = (4k_1xyz^3 + k_2)\hat{i} + (2k_1x^2z^3 + 3k_2)\hat{j} + 6k_1x^2yz^2\hat{k}$$

con  $k_1$  e  $k_2$  costanti note aventi le opportune dimensioni. Verificare se il campo è conservativo, e in tal caso determinarne l'energia potenziale  $V$ . Determinare le dimensioni di  $k_1$  e  $k_2$ .

**Esercizio 3:** Un'asta di lunghezza  $L$  e massa complessiva  $M$ , schematizzabile come un'entità unidimensionale, è disposta lungo l'asse  $x$  di un sistema di riferimento, tra i punti A ( $x_A = -L/2$ ) e B ( $x_B = +L/2$ ). Sapendo che la massa è distribuita in modo non omogeneo con una densità lineare data da:

$$\lambda(x) = \lambda_0 \left( 1 + \frac{x^2}{L^2} \right),$$

calcolare le espressioni del centro di massa della sbarra ed il momento d'inerzia rispetto ad un asse di rotazione passante per il centro di massa e diretto come l'asse  $z$ .

**Domande:**

1. Definire e discutere le differenze tra forza centrifuga e forza centripeta.
2. Discutere il teorema dell'impulso.

**Esame scritto di Fisica Generale T**  
**INGEGNERIA EDILE – Prof. M. Villa**  
**16/09/2010**

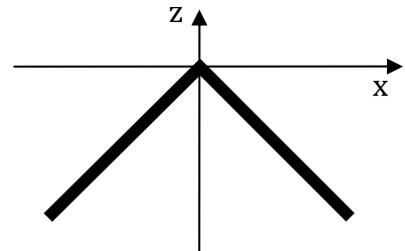
**(2)**

**Esercizio 1:** Un cannone di massa  $M$  spara dall'origine d'un piano verticale  $(x,y)$  un proiettile di massa  $m \ll M$  con velocità di modulo  $v_0$  e con un angolo d'inclinazione  $\theta$  rispetto all'asse  $x$  orizzontale. Dopo un breve tratto percorso rinculando sull'asse delle  $x$  il cannone comincia a risalire un piano inclinato di un angolo  $\alpha$  rispetto all'orizzontale. Trascurando ogni tipo di attrito e trattando il cannone come un punto materiale, determinare le espressioni delle seguenti quantità:

1. il modulo della velocità  $V$  assunta dal cannone subito dopo lo sparo;
2. la lunghezza  $l$  del tratto che il cannone percorre sul piano inclinato prima di fermarsi;
3. la coordinata  $x$  d'arrivo (gittata) del proiettile.

**Esercizio 2:** Si scrivano le equazioni cartesiane del moto di un punto materiale di massa  $m$  situato in un campo di forze conservativo avente energia potenziale definita in tutto lo spazio dalla funzione  $V(x,y,z) = ky$  (con  $k$  costante), sapendo che all'istante iniziale  $t=0$  il punto materiale si trova nella posizione definita dalla terna di coordinate  $(0,y_0,0)$  con velocità  $\vec{v}_0 = v_{0x} \hat{i}$ .

**Esercizio 3:** Un sistema rigido è costituito da due aste omogenee uguali di lunghezza  $L$  e massa  $M$  collegate a  $90^\circ$  in uno dei loro estremi. L'estremo in comune è un vincolo puntuale del sistema. Le due aste ruotano attorno ad un asse che passa per la bisettrice dell'angolo tra le due aste (vedi figura). Calcolare la posizione del centro di massa ed il momento d'inerzia del sistema.



**Domande:**

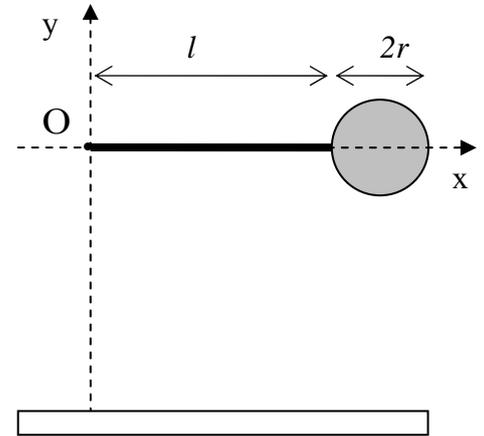
1. Definire la velocità areolare e la velocità angolare e spiegarne le differenze dimensionali.
2. Illustrare con un caso semplice e *numerico* la perdita di energia in urti totalmente anelastici.

**Fisica Generale T - Prof. M. Villa**  
**Ingegneria Edile – Sede di Ravenna**

**17 Gennaio 2011**

**Esercizi:**

1) Un'asta omogenea ha lunghezza  $l$ , spessore trascurabile e massa  $M$ . Ad una sua estremità è fissato un disco omogeneo di raggio  $r$  e massa  $m$ , mentre l'altra estremità è vincolata ad un asse ortogonale al piano della Figura e passante per il punto  $O$ , asse attorno al quale l'asta può ruotare con attrito trascurabile nel piano verticale. L'asta, che si trova inizialmente ferma nella posizione orizzontale, ad un dato istante comincia a cadere. Determinare le espressioni delle seguenti grandezze: a) il momento d'inerzia totale  $I_O$  del sistema rispetto all'asse orizzontale passante per  $O$ ; b) la coordinata  $x_G$  del centro di massa del sistema nella condizione iniziale; c) la massima velocità angolare  $\omega_{max}$  assunta dal sistema in funzione di  $M$ ,  $m$ ,  $I_O$  e del modulo dell'accelerazione di gravità  $g$ .



2) Un sistema dimostrativo è costituito da un piano orizzontale e da un piano inclinato di  $30^\circ$  rispetto al primo a cui è raccordato con continuità. Sui due piani è presente una scanalatura per guidare la caduta ed il moto di corpi di prova. Sul piano inclinato, rispettivamente a 1 m e a 2 m dall'incontro dei piani vengono collocate due oggetti uguali, di massa  $m=50$  g, inizialmente fermi. Ad un certo punto entrambi i corpi vengono lasciati liberi di scivolare. Trascurando ogni forma di attrito e assumendo che l'inevitabile urto tra i due corpi sia totalmente elastico, determinare le velocità dei corpi (a) immediatamente prima dell'urto e (b) immediatamente dopo l'urto.

3) Stabilire per quale valore del parametro  $\lambda$  il campo di forze  $\vec{F} = -\alpha(x + \lambda z)\hat{i} - \beta y^2 \hat{j} - 2\alpha x \hat{k}$  è conservativo e calcolarne in tal caso la funzione energia potenziale. Quali sono le dimensioni e le unità di misura delle costanti  $\alpha$  e  $\beta$ ? Quanto vale il lavoro della forza su un punto materiale che passa dall'origine al punto di coordinate generiche  $P(L, 0, 2L)$ ?

**Domande:**

4) Enunciare e dimostrare il teorema di Huygens-Steiner.

5) Discutere la prima equazione cardinale della meccanica. Spiegare il ruolo dei tre principi della meccanica nell'espressione dell'equazione cardinale.

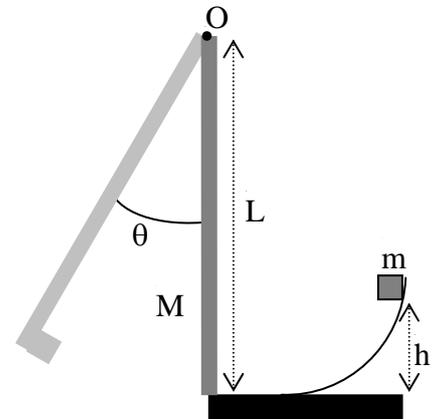
*Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. (Ricordarsi che  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ )*

**Fisica Generale T - Prof. M. Villa**  
**Ingegneria Edile – Sede di Ravenna**

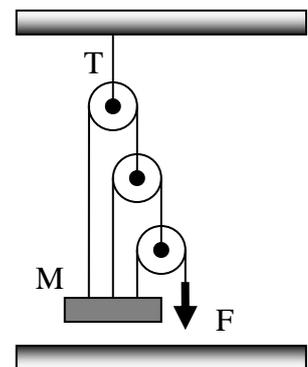
**7 Febbraio 2011**

**Esercizi:**

1) Un corpo di massa  $m=0.2$  kg, inizialmente fermo e schematizzabile come puntiforme, scivola giù per una superficie priva d'attrito per una altezza  $h=30$  cm e va ad urtare l'estremità di un'asta verticale ferma, appesa nel punto  $O$  e di lunghezza  $L=1$  m e massa  $M=1.5$  kg, alla quale si appiccica. A causa dell'urto, l'asta compie un movimento di ampiezza massima  $\theta$ . Determinare le espressioni ed i valori delle seguenti grandezze: a) la velocità con la quale la massa  $m$  urta l'asta, b) il momento d'inerzia totale  $I$  del sistema asta+corpo rispetto all'asse orizzontale passante per  $O$ , c) l'energia persa nell'urto, d) l'angolo di ampiezza massima  $\theta$ .



2) Un sistema di sollevamento pesi è costituito da tre carrucole, collegate come in figura. Assumendo che le carrucole siano senza massa e che le funi possano scorrere liberamente senza attrito nelle loro gole, calcolare (a) il valore della massa  $M$  e (b) la tensione  $T$  della fune collegata al soffitto, sapendo che tutto il sistema è in condizioni statiche quando la forza  $F$ , diretta verso il basso, vale 2 N.



3) Su un sistema meccanico piano, descrivibile nel piano cartesiano  $(x,y)$ , agisce un sistema di sole 3 forze esterne costituito dai vettori:  $\vec{F}_1 = 3\hat{i} + 7\hat{j}$  applicato in  $A(0,0)$ ,  $\vec{F}_2 = -5\hat{i} + 3\hat{j}$  applicato in  $B(2,0)$  e  $\vec{F}_3 = x\hat{i} + y\hat{j}$  applicato in  $C(1, h)$  (forze espresse in Newton, posizioni in metri). Trovare i valori di  $x$ ,  $y$  e  $h$  affinché il sistema sia *isolato*.

**Domande:**

- 4) Spiegare le caratteristiche della forza di attrito viscoso.
- 5) Enunciare e discutere il teorema dell'impulso.
- 6) Spiegare il primo principio della dinamica.

*Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. (Ricordarsi che  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ )*