Primo parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

23/04/2012

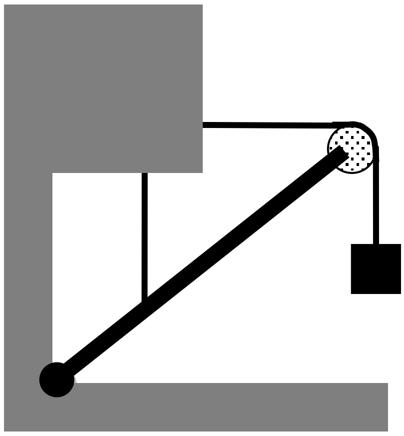
Compito A

Esercizi:

1. La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore:
   $\vec{r} = 2t^2\,\hat{\imath} + 3t\,\hat{\jmath} + t^3\,\hat{k}$ (m) con t espresso in secondi. Determinare la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo ed il raggio di curvatura della traiettoria per *t=0 s.*

2. Un auto parte da un semaforo con una accelerazione costante pari a a=0,6 m/s^2 fino a raggiungere una velocità pari a 72 km/h. In prossimità del semaforo successivo rallenta con un'accelerazione costante pari ad a=-0.6m/s^2 fino a fermarsi completamente. Sapendo che i due semafori distano D = 2,5 km, in quanto tempo l'auto si arresta al secondo semaforo? Qual è stata la velocità media?

3. Un sistema meccanico è costituito da una sbarra inclinabile lunga L di massa m = 8 kg che termina in una carrucola ideale libera di ruotare senza attrito. Il filo che sostiene il blocco di massa M = 12 kg passa per la carrucola e arriva orizzontalmente sulla superficie verticale. La sbarra viene poi sostenuta da un cavo verticale connesso alla sbarra ad L/3 rispetto al perno. Sapendo che la sbarra è inclinata di 45° rispetto ad una direzione orizzontale, trovare la reazione vincolare del perno e le tensioni dei due fili quando il sistema è in condizioni statiche.



Domande:

1. Spiegare le caratteristiche principali del moto circolare uniforme.
2. Enunciare i primi due principi della dinamica.
3. La velocità di fuga da un pianeta è la velocità minima che deve avere un corpo per vincere definitivamente l'attrazione gravitazionale del pianeta. Sapendo che la velocità di fuga dipende solo dal raggio del pianeta R e dalla sua accelerazione di gravità g al livello della superficie, determinare quali tra le seguenti formule è quella che può essere fisicamente corretta.
   $a)\ v_F = 4gR \quad b)\ v_F = \sqrt{3g/R} \quad c)\ v_F = \sqrt{2gR}\ \ d) \quad d)\ v_F = 2(gR)^2$

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\,m/s^2$

Primo parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

23/04/2012

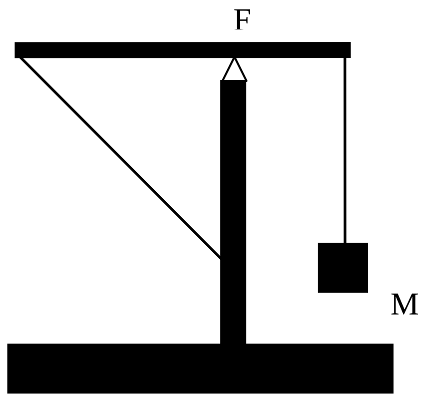
Compito B

Esercizi:

1. La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore:
   $\vec{r}(t) = (1 - \cos\omega t)\hat{\imath} + \hat{\jmath} + \sin\omega t\ \hat{k}$ (m) con t espresso in secondi e $\omega = 2s^{-1}$. Determinare la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo. Dimostrare che il raggio di curvatura è costante e trovarne il valore.

2. Un corpo che si muove lungo una traiettoria rettilinea ha una accelerazione esprimibile come: $a_x(t) = k(t+1)$ (m/s^2) con $k = 2$m/s^3. Sapendo che al tempo pari a t=1s, il corpo si trova in x=20 m con velocità pari a 8 m/s, trovare la posizione e la velocità al tempo t=10 s.

3. Un sistema di sollevamento pesi è schematizzabile come costituito da una sbarra verticale lunga L ed una sbarra orizzontale lunga L libera di ruotare attorno ad un fulcro F posto a (2/3)L. Un estremo della sbarra orizzontale è collegato tramite una fune ad L/3 dalla base della sbarra verticale. All'altro estremo della barra orizzontale è fissata una fune che sostiene una massa M=250 kg. Sapendo che il sistema si trova in equilibrio statico, che L=9m e che le sbarre e le funi sono ideali e senza massa, trovare le tensioni delle due funi e la reazione vincolare del fulcro F.



Domande:

1. Illustrare le caratteristiche principali del moto armonico.
2. Spiegare le caratteristiche principali della forza di attrito statico.
3. Un grave di massa M in caduta libera in un liquido viscoso ha una forma così particolare che si esercita una forza d'attrito di modulo $|\vec{F}| = \alpha v^2$ e direzione opposta alla velocità, con $\vec{v}$ velocità del punto e α una costante. Sapendo che la velocità di caduta raggiunge un valore limite costante v_L, determinare quali, tra le seguenti formule, è fisicamente accettabile.

$$v_L: \qquad a)\ v_L = Mg\alpha \qquad b)\ v_L = M/g\alpha \qquad c)\ \sqrt{Mg/\alpha} \qquad d)\ \sqrt{M/g\alpha}$$

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\,m/s^2$

Primo parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

23/04/2012

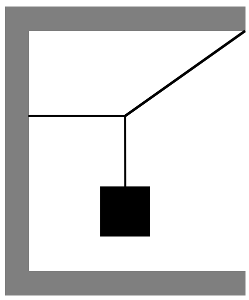
Compito C

Esercizi:

1. La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore: $\vec{r}(t) = 3L\,\hat{\imath} + L\left(2 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\hat{\jmath} + L\,e^{-\frac{t}{\tau}}\,\hat{k}$ (m) con t espresso in secondi, τ=1s e L=2m. Determinare la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo. Dimostrare che la traiettoria è rettilinea e trovare la legge oraria s(t).

2. Un corpo che si muove lungo una traiettoria curva ha un'accelerazione tangenziale esprimibile come: $\ddot{s} = a_0\cos(\omega t)$ con $a_0 = 1\,m/s^2$ $, \omega = 4\pi\ s^{-1}$. Sapendo che all'istante iniziale la posizione del corpo è nell'origine del sistema di coordinate curvilinee con velocità nulla, trovare la sua posizione e la sua velocità dopo un tempo pari a 2 s.

3. Un peso di massa M=80 kg è sostenuto attraverso un filo verticale ideale inestensibile che si unisce a due fili, anch'essi ideali ed inestensibili, uno inclinato a 30° rispetto all'orizzontale ed un altro perfettamente orizzontale, come in figura. Sapendo che il peso è in condizioni statiche, determinare le tensioni di ogni filo nel sistema.



Domande:

1. Mostrare e spiegare il concetto il velocità di trascinamento.
2. Illustrare il concetto di coordinate intrinseche del moto
3. Un mattone di massa *M = 3 kg* è lanciato con una velocità iniziale *v = 6 m/s* su un piano orizzontale ruvido. Durante il moto, tra mattone e piano è presente una forza di attrito proporzionale ad un coefficiente adimensionale k = 0.8. Indicando con g = 9,8 m/s^2 l'accelerazione di gravità, discutere quali di queste formule può descrivere lo spazio percorso *L* dal mattone prima di fermarsi.

$$a)\ L = kMgv \qquad b)\ L = \frac{kv^2}{2g} \qquad c)\ L = \frac{v^2}{2kg} \qquad d)\ L = \frac{g^2}{kv}$$

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\,m/s^2$

Primo parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

23/04/2012

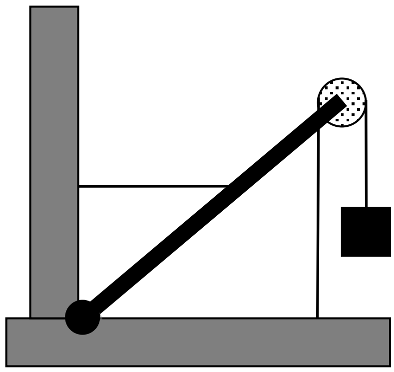
Compito D

Esercizi:

1. La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore:
   $\vec{r}(t) = 2t\hat{\imath} + (t^2 - \lambda)\,\hat{\jmath} + t^3\,\hat{k}$ con t espresso in secondi e λ parametro noto. Determinare la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo. Trovare il raggio di curvatura per t=0 s.

2. Una macchina da formula uno si inserisce sul rettilineo del traguardo con una velocità di 80 Km/h, iniziando ad accelerare a 2 m/s^2. Contemporaneamente una seconda macchina riparte da ferma dopo un pit-stop nella corsia dei box che corre parallela al rettilineo, con una accelerazione pari a 1.5 m/s^2. Sapendo che il pilota ai box, nel momento in cui parte, ha un vantaggio di 500 m sul pilota in pista, e sapendo che l'uscita della corsia box si trova a 400 m dal punto in cui riparte il secondo pilota, indicare se questo rientrerà in pista davanti all'avversario o no. Indicare la velocità relative tra i due piloti quando il secondo rientra in pista.

3. Il sistema di sollevamento pesi mostrato in figura è costituito da una sbarra inclinabile lunga 3 m di massa m = 80 kg che termina in una carrucola ideale, libera di ruotare senza attrito. Alla carrucola è avvolto un cavo che da un lato sostiene un peso M = 200 kg, mentre l'altro è vincolato al pavimento. Un cavo d'acciaio orizzontale connette la superficie verticale con il centro della sbarra inclinabile. Trovare la tensione del cavo orizzontale e la reazione vincolare del perno su cui la sbarra è incernierata quando il sistema è in condizioni statiche sapendo che la sbarra è inclinata di 45°.



Domande:

1. Spiegare le caratteristiche principali del modello del filo in estensibile. In quali condizioni è utile tale modello?
2. Enunciare e spiegare il secondo principio della dinamica con uno o più esempi pratici.
3. Un pendolo balistico è un sistema in grado di misurare la velocità di un proiettile di massa m, fermandolo in un oggetto di massa M appeso ad un filo lungo L (pendolo). L'altezza h raggiunta dal pendolo fornisce una misura della velocità del proiettile. Sulla base dell'analisi dimensionale, trovare quale relazione può valere in questo sistema:

$$a)\ v = 2Mgh/m \quad b)\ v = Mg\sqrt{hm} \quad c)\ v = \frac{2g}{h}\sqrt{mM} \quad d)\ v = \frac{M}{m}\sqrt{2gh}$$

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

Primo parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

23/04/2012

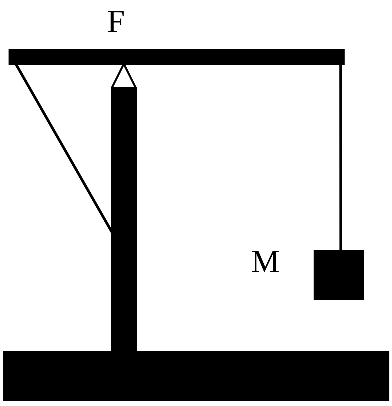
Compito E

Esercizi:

1. La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore: $\vec{r}(t) = (3 - \sin\omega t)\,\hat{\imath} + (2 + \cos\omega t)\,\hat{\jmath} - \omega t\,\hat{k}$ (m) con t espresso in secondi e $\omega=2s^{-1}$. Determinare la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo. Verificare che il raggio di curvatura della traiettoria è costante e trovarne il valore.

2. Un punto materiale, posto inizialmente (per t=0 s) in *x=0*, possiede una velocità pari a $v(t) = \dot{x} = v_0 \cos(\omega t + \phi)$ per t>0, con $v_0 = 2\,m/s$, $\omega = 0{,}1\,s^{-1}$ e $\phi = \pi/2$. Determinare la legge del moto x(t), indicarne eventuale periodicità e la massima distanza percorsa dal punto iniziale.

3. Un sistema di sollevamento pesi è schematizzabile come costituito da una sbarra verticale lunga L ed una sbarra orizzontale lunga L libera di ruotare attorno ad un fulcro F posto a L/4. Un estremo della sbarra orizzontale è collegato tramite una fune al centro della sbarra verticale. All'altro estremo della barra orizzontale è fissata una fune che sostiene una massa M=130 kg. Sapendo che il sistema si trova in equilibrio statico, che L=12m e che le sbarre e le funi sono ideali e senza massa, trovare le tensioni delle due funi e la reazione vincolare del fulcro F.



Domande:

1. Spiegare la legge d'inerzia.
2. Spiegare le principali caratteristiche del dinamometro e il suo utilizzo.
3. La rotazione terrestre rende il sistema di riferimento terrestre solo approssimativamente inerziale. A causa dell'accelerazione di trascinamento la forza sentita dai corpi sulla superficie terrestre non è esattamente verticale. Questo porta un filo a piombo a non puntare esattamente verso il centro della terra. Rispetto ad una direzione verticale il filo a piombo si discosta di una quantità δ che può essere espressa in termini dell'accelerazione di gravità $\vec{g}$, della velocità angolare terrestre $\vec{\omega}$ e del raggio *R* della Terra. Tra le possibili forme, indicare quella *presumibilmente* corretta dal punto di vista dimensionale per un corpo a 45° di latitudine:

   $a)\ \delta = R\sqrt{2}/\omega^2 g$ $\quad b)\ \delta = \sqrt{2}\,\omega^2 R/g$ $\quad c)\ \delta = \omega g/\sqrt{2}\,R$ $\quad d)\ \delta = \omega^2 g/(R\sqrt{2})$

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\,m/s^2$

Primo parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

23/04/2012

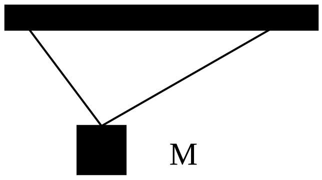
Compito F

Esercizi:

1. La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore:
   $\vec{r}(t) = (4t - 3)\hat{\imath} + t^2\hat{\jmath} + e^{-3t}\hat{k}$ con t > 0 espresso in secondi. Determinare la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo ed il raggio di curvatura della traiettoria per *t=0 s*.

2. Un calciatore fa un cross in avanti ad un compagno di squadra che sta correndo verso la porta avversaria a 4 m/s, imprimendo al pallone una velocità di 16 m/s con una inclinazione di 30°. A che distanza dovranno trovarsi i due calciatori al momento del lancio del pallone affinché l'azione vada a buon fine, ovvero in modo tale che il pallone arrivi a terra proprio sui piedi del secondo giocatore? A che distanza dal primo giocatore la palla raggiunge la massima altezza?

3. Un peso di massa M=30 kg è sostenuto da due funi (ideali) di lunghezza L_1=5 m e L_2=12 m agganciate al soffitto in due punti distanti D=13 m. Trovare le tensioni delle funi e le reazioni vincolari del soffitto.



Domande:

1. Cos'è una forza? Da quali caratteristiche può essere definita?
2. Cos'è una grandezza fisica? Quali sono le grandezze fondamentali in meccanica?
3. Lo spazio L che è necessario ad un treno per fermarsi dipende dalla sua velocità (v), dall'accelerazione di gravità g e da un numero adimensionale che misura quanto è scivolosa la rotaia (μ). Determinare quale formula è accettabile:

$$a)\ L = \frac{v^2}{2\mu g} \qquad b)\ L = \mu v g \qquad c) = \sqrt{2v/\mu g} \qquad d)\ = \sqrt{2g/\mu v}$$

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

Primo parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

23/04/2012

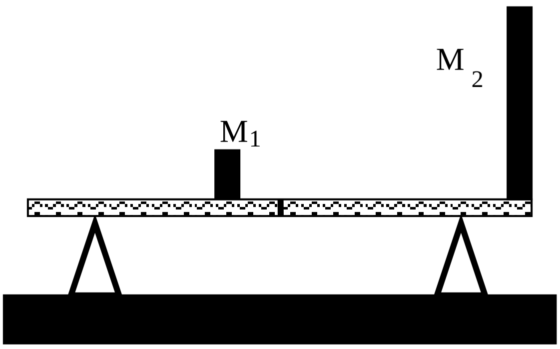
Compito G

Esercizi:

1. La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore: $\vec{r}(t) = R\,\hat{\imath} + R\left(1 + \frac{5}{2}e^{-\frac{2t}{\tau}}\right)\hat{\jmath} + 6Re^{-\frac{2t}{\tau}}\,\hat{k}$ con t espresso in secondi, τ=3 s e R=1m. Determinare la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo. Dimostrare che la traiettoria è rettilinea e trovare la legge oraria s(t).

2. Due motoGP percorrono un curvone alla velocità costante di 80 km/h staccati di 3 decimi di secondo. In uscita di curva accelerano contemporaneamente, il pilota in testa con con a_1 = 7 m/s^2, mentre il pilota in seconda posizione con a_2 =7,3 m/s^2. Indicare quanto tempo occorre al pilota in seconda posizione per raggiungere il primo. Un rettilineo di 400 m è sufficiente affinché il sorpasso avvenga?

3. Due pesi, di massa M_1=3 kg e M_2= 4M_1 sono appoggiati su una sbarra ideale senza massa di lunghezza L=10m. Sapendo che la massa maggiore è appoggiata al bordo destro della sbarra, quella minore a 2/5 L, e che la sbarra è appoggiata su due sostegni posti ad 1m dalle due estremità, determinare se il sistema può essere in condizioni di equilibrio stabile ed in tal caso le reazioni vincolari dovute ai sostegni.



Domande:

1. Cos'è un dinamometro? Attraverso quali caratteristiche è in grado di misurare dei vettori?
2. Spiegare le principali caratteristiche della forza di attrito viscosa.
3. L'accelerazione di gravità g ($\approx$ 9,8 m/s^2) dipende principalmente dalla forza di gravità, ma ha anche un piccolo contributo Δg dovuto al fatto che la terra ruota su se stessa ogni $T \approx$24h. Determinare quali tra le seguenti formule può descrivere il contributo Δg per un corpo posto all'equatore, sapendo che questo dipende solo da T e dal raggio R della Terra

$$a)\ \Delta g = 2\frac{\pi R}{T} \qquad b)\ \Delta g = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \qquad c)\ \Delta g = 2\frac{\pi}{TR} \qquad d)\ \Delta g = 2\frac{\pi R^2}{T}$$

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\,m/s^2$

Primo parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

23/04/2012

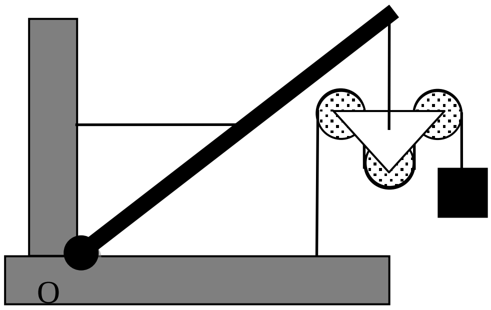
Compito H

Esercizi:

1. La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore: $\vec{r}(t) = (1 + \sin \omega t)\,\hat{\imath} + \hat{\jmath} - \cos \omega t\ \hat{k}$ (m) con t espresso in secondi e $\omega = 2s^{-1}$. Determinare la velocità e l'accelerazione ad ogni istante di tempo. Dimostrare che il raggio di curvatura è costante e trovarne il valore.

2. Un corpo che si muove lungo una traiettoria rettilinea ha una accelerazione esprimibile come: $a = a_0 e^{-t/\tau}$ per t> 0 con a_0 = 2 m/s^2 e τ = 1 s. Sapendo che all'istante iniziale la posizione del corpo è nell'origine del sistema di coordinate con velocità pari a 1 m/s, trovare la sua posizione e la sua velocità dopo un tempo pari a 10 s.

3. Il sistema di sollevamento pesi mostrato in figura è costituito da una sbarra inclinabile lunga 4 m di massa m = 60 kg, libera di ruotare senza attrito intorno ad un perno in O. All'altra estremità è appeso un sistema a 3 carrucole come in figura, su cui è avvolto un cavo che da un lato sostiene un blocco di massa M = 120 kg, e dall'altro viene connesso a terra. Un cavo d'acciaio orizzontale connette il muro verticale con il centro della sbarra inclinabile. Trovare la tensioni del cavo orizzontale e la reazione vincolare del perno su cui la sbarra è incernierata quando il sistema è in condizioni statiche sapendo che la sbarra è inclinata di 30°.



Domande:

1. Mostrare e spiegare la formula che lega la velocità di un oggetto in un sistema di riferimento fisso rispetto a quella di uno mobile.
2. Mostrare e spiegare con un esempio il funzionamento del dinamometro.
3. Uno studente lascia libero di scendere rotolando da un piano inclinato un disco pieno di massa M e raggio R = 2 cm (senza strisciare). Inizialmente la ruota è tenuta ferma. Si vuole determinare la velocità del disco al termine del piano inclinato, quando è sceso di una quota h=30 cm. Quale delle seguenti formule potrebbe essere quella fisicamente corretta?

$$a)\, v = \sqrt{gh} \qquad b)\ v = \sqrt{gR/M} \qquad c)\ v = \sqrt{R/gh} \qquad d)\ v = \sqrt{Mgh}/R$$

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

II Scritto parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) , Prof. M. Villa

13/06/2012

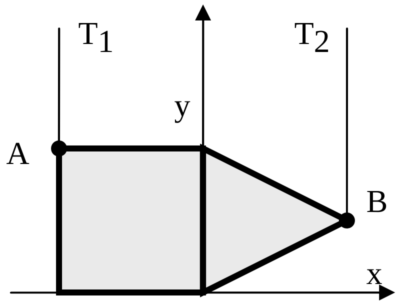
Compito A

Esercizi:

1. Un corpo di massa M=3.4 kg viene lanciato verso l'alto da una altezza h=4.9 m, con una velocità iniziale v_i= 6 m/s. Il corpo poi ricade a terra e raggiunge il suolo con una velocità finale v_f=5 m/s. Determinare il lavoro fatto dalla resistenza dell'aria.

2. Dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha y\hat{i} + (\alpha z - \beta x)\hat{j} - \beta y\hat{k}$ determinare:
   a. le dimensioni fisiche delle costanti *α e β;*
   b. stabilire per quali valori delle costanti *α e β* il campo di forze è conservativo e calcolare in tal caso l'energia potenziale;
   c. trovare il lavoro compiuto dalla forza conservativa quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (1,0,0) al punto B di coordinate (0,2,2), nell'ipotesi di *α=1* nelle opportune unità del SI.

3. Un'insegna, assimilabile ad una figura piana, è costituita da un quadrato e da un triangolo equilatero uniti da un lato (di lunghezza L) come in figura. L'insegna, di massa complessiva M, è appesa nei punti A e B tramite funi perfettamente verticali. Determinare il centro di massa della figura e le tensioni delle funi.



Domande:

1. Spiegare il terzo principio della dinamica.
2. Illustrare le caratteristiche principali dei moti rotatori.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\,m/s^2$

II Scritto parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) ,   Prof. M. Villa

13/06/2012

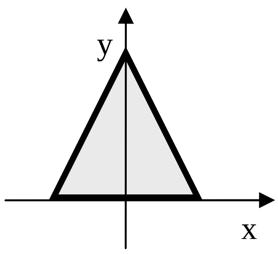
Compito B

Esercizi:

1. Dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = 2\alpha xy\hat{i} + (\alpha x^2 - \beta z)\hat{j} - \beta y\hat{k}$ determinare:
   a. le dimensioni fisiche delle costanti *α e β;*
   b. stabilire se il campo di forze è conservativo e calcolarne eventualmente l'energia potenziale;
   c. trovare il lavoro compiuto dalla forza quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (0,4,1) al punto B di coordinate (2,0,2).

2. Un corpo di massa m, inizialmente fermo, scivola senza attrito, a partire da un'altezza h, lungo un piano inclinato di massa M, libero anch'esso di muoversi sopra il piano orizzontale su cui è appoggiato, senza attrito, anch'esso inizialmente fermo. Qual è la velocità del piano inclinato quando la massa m è giunta alla fine del piano stesso? Si indichi con α l'inclinazione del piano.

3. Una piastra, a forma di triangolo equilatero, di massa M =0.5 kg e lato L=20 cm è posto in rotazione attorno ad una sua altezza (asse y) con una velocità angolare pari a $\omega = 2\,s^{-1}$. Determinare il momento d'inerzia della piastra e l'energia cinetica immagazzinata.



Domande:

1. Spiegare le equazioni cardinali della dinamica dei sistemi.
2. Enunciare e spiegare il teorema dell'impulso.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\,m/s^2$

II Scritto parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) , Prof. M. Villa

13/06/2012

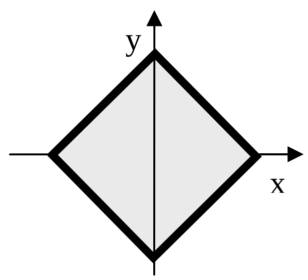
Compito C

Esercizi:

1. Dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = 2\alpha xy\hat{\imath} + (\alpha z - \beta x^2)\hat{\jmath} - \beta y\hat{k}$ determinare:
   a. le dimensioni fisiche delle costanti *α e β;*
   b. stabilire per quali valori delle costanti *α e β* il campo di forze è conservativo e calcolare in tal caso l'energia potenziale;
   c. trovare il lavoro compiuto dalla forza conservativa quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (0,4,0) al punto B di coordinate (0,1,2), nell'ipotesi di *α=1* nelle opportune unità del SI.

2. Una pallina di massa m e velocità iniziale v urta in modo perfettamente elastico un'altra pallina di massa M, ferma. Sapendo che l'urto è collineare e la pallina iniziale rimbalza indietro con una velocità pari alla metà di quella iniziale, si calcoli: la massa M in funzione di m e la velocità finale di M.

3. Una piastra, a forma quadrata, di massa M =0.8 kg e lato L=30 cm è posto in rotazione attorno ad una sua diagonale (asse y) ed accumula una energia cinetica pari a 2 J. Determinare il momento d'inerzia della piastra e la sua velocità angolare.



Domande:

1. Spiegare l'utilità del centro di massa per l'analisi dei moti rotatori.
2. Illustrare le differenze tra urti elastici e urti totalmente anelatici.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

II Scritto parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) , Prof. M. Villa

13/06/2012

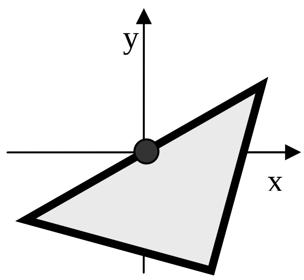
Compito D

Esercizi:

1. Un disco, di massa M e raggio R, ha una densità superficiale dipendente linearmente dalla coordinata radiale $\sigma(r) = k\,r$ (r=distanza dal centro del disco). Determinare il momento d'inerzia per un asse perpendicolare al disco passante per il suo centro.

2. Dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = (\alpha x y^2 - \beta z)\hat{i} + \alpha x^2 y \hat{j} - \beta x \hat{k}$ determinare:
   a. le dimensioni fisiche delle costanti *α e β;*
   b. stabilire se il campo di forze è conservativo e calcolarne eventualmente l'energia potenziale;
   c. trovare il lavoro compiuto dalla forza quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (0,0,0) al punto B di coordinate (2,2,2).

3. Una piastra a forma di triangolo rettangolo isoscele di massa M e cateto L è collocata in un piano verticale, ed il punto mediano dell'ipotenusa costituisce un vincolo puntuale attorno a cui la figura può ruotare. Determinare il momento d'inerzia della piastra, rispetto al centro di rotazione ed il periodo delle piccole oscillazioni.



Domande:

1. Spiegare il teorema di Konig per i corpi rigidi.
2. Quali sono le principali caratteristiche dei corpi estesi? Quali grandezze fisiche si possono associare?

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\,m/s^2$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) ,   Prof. M. Villa

13/06/2012

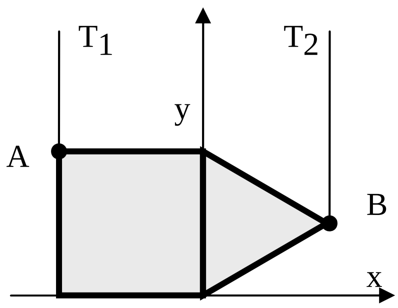
Compito A

Esercizi:

1. Un corpo di massa M=3.4 kg viene lanciato verso l'alto da una altezza h=4.9 m, con una velocità iniziale v_i= 6 m/s. Il corpo poi ricade a terra e raggiunge il suolo con una velocità finale v_f=5 m/s. Determinare il lavoro fatto dalla resistenza dell'aria.

2. Dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha y\hat{i} + (\alpha z - \beta x)\hat{j} - \beta y\hat{k}$ determinare:
   a. le dimensioni fisiche delle costanti *α e β;*
   b. stabilire per quali valori delle costanti *α e β* il campo di forze è conservativo e calcolare in tal caso l'energia potenziale;
   c. trovare il lavoro compiuto dalla forza conservativa quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (1,0,0) al punto B di coordinate (0,2,2), nell'ipotesi di *α=1* nelle opportune unità del SI.

3. Un'insegna, assimilabile ad una figura piana, è costituita da un quadrato e da un triangolo equilatero uniti da un lato (di lunghezza L) come in figura. L'insegna, di massa complessiva M, è appesa nei punti A e B tramite funi perfettamente verticali. Determinare il centro di massa della figura e le tensioni delle funi.



4. In una gara ciclistica, due corridori partendo appaiati, percorrono, a velocità costante, una pista rettilinea di 2 km di lunghezza. Sapendo che il secondo arriva 5" dopo il primo, determinare la distanza tra i due quando il primo taglia il traguardo, se la velocità media del primo è stata di 15 m/s. Determinare inoltre la velocità relativa.

Domande:

1. Spiegare il terzo principio della dinamica.
2. Illustrare le caratteristiche principali dei moti rotatori.
3. Spiegare le ragioni che hanno portato al concetto di forze inerziali.
4. Fornire una definizione completa di forza

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) , Prof. M. Villa

13/06/2012

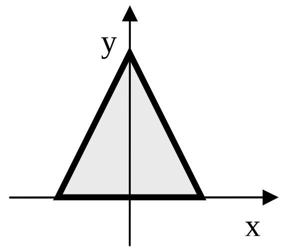
Compito B

Esercizi:

1. Dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = 2\alpha xy\hat{i} + (\alpha x^2 - \beta z)\hat{j} - \beta y\hat{k}$ determinare:
   a. le dimensioni fisiche delle costanti *α e β;*
   b. stabilire se il campo di forze è conservativo e calcolarne eventualmente l'energia potenziale;
   c. trovare il lavoro compiuto dalla forza quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (0,4,1) al punto B di coordinate (2,0,2).

2. Un corpo di massa m, inizialmente fermo, scivola senza attrito, a partire da un'altezza h, lungo un piano inclinato di massa M, libero anch'esso di muoversi sopra il piano orizzontale su cui è appoggiato, senza attrito, anch'esso inizialmente fermo. Qual è la velocità del piano inclinato quando la massa m è giunta alla fine del piano stesso? Si indichi con α l'inclinazione del piano.

3. Una piastra, a forma di triangolo equilatero, di massa M =0.5 kg e lato L=20 cm è posto in rotazione attorno ad una sua altezza (asse y) con una velocità angolare pari a $\omega = 2\,s^{-1}$. Determinare il momento d'inerzia della piastra e l'energia cinetica immagazzinata.



4. Una ruota, il cui diametro è pari a 50 cm, rotola senza strisciare su un pavimento orizzontale con una velocità del centro pari a 4 m/s. Si determini i vettori velocità ed accelerazione dei punti della periferia della ruota che, in un certo istante, si trovano agli estremi del diametro orizzontale.

Domande:

1. Spiegare le equazioni cardinali della dinamica dei sistemi.
2. Enunciare e spiegare il teorema dell'impulso.
3. Spiegare l'utilità delle forze fittizie.
4. Spiegare nel dettaglio le forze di attrito di contatto.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\,m/s^2$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) ,   Prof. M. Villa

13/06/2012

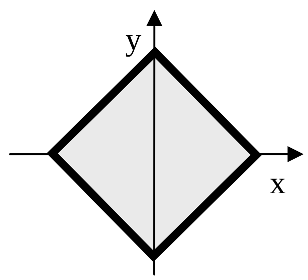
Compito C

Esercizi:

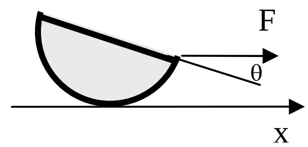
1. Dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = 2\alpha xy\hat{i} + (\alpha z - \beta x^2)\hat{j} - \beta y\hat{k}$ determinare:
    a. stabilire per quali valori delle costanti α *e* β il campo di forze è conservativo e calcolare in tal caso l'energia potenziale;
    b. trovare il lavoro compiuto dalla forza conservativa quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (0,4,0) al punto B di coordinate (0,1,2), nell'ipotesi di $\alpha=1$ nelle opportune unità del SI.

2. Una pallina di massa m e velocità iniziale v urta in modo perfettamente elastico un'altra pallina di massa M, ferma. Sapendo che l'urto è collineare e la pallina iniziale rimbalza indietro con una velocità pari alla metà di quella iniziale, si calcoli: la massa M in funzione di m e la velocità finale di M.

3. Una piastra, a forma quadrata, di massa M =0.8 kg e lato L=30 cm è posto in rotazione attorno ad una sua diagonale (asse y) ed accumula una energia cinetica pari a 2 J. Determinare il momento d'inerzia della piastra e la sua velocità angolare.



4. Una semisfera di raggio R e massa M è trascinata su un piano con velocità costante $\vec{v}$ da una forza orizzontale $\vec{F}$ applicata come in figura. Il coefficiente di attrito è pari a 1/3. Determinare l'angolo θ di inclinazione della semisfera sapendo che il centro di massa della semisfera dista (3/8) R dalla sua superficie piana.



Domande:

1. Spiegare l'utilità del centro di massa per l'analisi dei moti rotatori.
2. Illustrare le differenze tra urti elastici e urti totalmente anelatici.
3. Spiegare l'importanza dei moti armonici.
4. Spiegare il primo principio della dinamica.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\,m/s^2$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) , Prof. M. Villa

13/06/2012

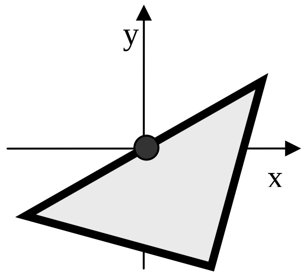
Compito D

Esercizi:

1. Un disco, di massa M e raggio R, ha una densità superficiale dipendente linearmente dalla coordinata radiale $\sigma(r) = k\,r$ (r=distanza dal centro del disco). Determinare il momento d'inerzia per un asse perpendicolare al disco passante per il suo centro.

2. Dato il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = (\alpha x y^2 - \beta z)\hat{\imath} + \alpha x^2 y \hat{\jmath} - \beta x \hat{k}$ determinare:
    a. le dimensioni fisiche delle costanti *α e β;*
    b. stabilire se il campo di forze è conservativo e calcolarne eventualmente l'energia potenziale;
    c. trovare il lavoro compiuto dalla forza quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (0,0,0) al punto B di coordinate (2,2,2).

3. Una piastra a forma di triangolo rettangolo isoscele di massa M e cateto L è collocata in un piano verticale, ed il punto mediano dell'ipotenusa costituisce un vincolo puntuale attorno a cui la figura può ruotare. Determinare il momento d'inerzia della piastra, rispetto al centro di rotazione ed il periodo delle piccole oscillazioni.



4. In una molla di costante elastica k=1200 N/m è inizialmente posta, compressa di 5 cm, tra un muro e una massa M=2 kg ferma. Sapendo che la massa è appoggiata su un piano ruvido orizzontale di coefficiente d'attrito dinamico μ=0.3, determinare la distanza massima percorsa dalla massa quando è lasciata libera di muoversi.

Domande:

1. Spiegare il teorema di Konig per i corpi rigidi.
2. Quali sono le principali caratteristiche dei corpi estesi? Quali grandezze fisiche si possono associare?
3. Spiegare le trasformazioni di velocità tra sistemi di riferimento in moto relativo.
4. Spiegare il significato di raggio di curvatura di una traiettoria.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

Soluzioni scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) , Prof. M. Villa

13/06/2012

Esercizi Compito A:

1. Un corpo di massa M=3.4 kg viene lanciato verso l'alto da una altezza h=4.9 m, con una velocità iniziale v_i= 6 m/s. Il corpo poi ricade a terra e raggiunge il suolo con una velocità finale v_f=5 m/s. Determinare il lavoro fatto dalla resistenza dell'aria.

   Risoluzione: Il corpo si muove sotto l'azione della forza peso e della resistenza dell'aria. Quest'ultima è l'unica forza non conservativa presente nel problema. Il lavoro di tale forza è dato dalla variazione dell'energia meccanica tra la condizione finale e quella iniziale. Con un ovvio significato dei simboli si ha:

   $$E_i = \frac{1}{2}Mv_i^2 + Mgh = 224{,}5J$$

   $$E_f = \frac{1}{2}Mv_f^2 = 42{,}5J$$

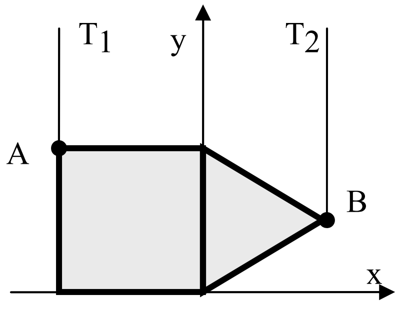
   $$L = E_f - E_i = -182J$$

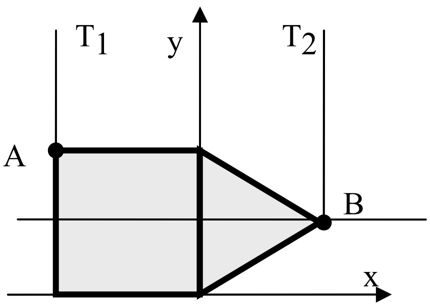
   Commento: il lavoro fatto dalla resistenza dell'aria è negativo, come deve essere per una forza d'attrito.

2. Dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha y\hat{i} + (\alpha z - \beta x)\hat{j} - \beta y\hat{k}$ determinare:
   a. le dimensioni fisiche delle costanti *α e β;*
   b. stabilire per quali valori delle costanti *α e β* il campo di forze è conservativo e calcolare in tal caso l'energia potenziale;
   c. trovare il lavoro compiuto dalla forza conservativa quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (1,0,0) al punto B di coordinate (0,2,2), nell'ipotesi di $\alpha=1$ nelle opportune unità del SI.

Risoluzione: a) La forza ha le dimensioni di [MLT^{-2}], mentre le coordinate x,y e z hanno le dimensioni di [L]. α e β hanno le dimensioni di una forza diviso per una coordinata, cioè di [MT^{-2}]. b) La forza è conservativa solo se ha rotore nullo. Calcolando il rotore ed imponendo che questo si annulli identicamente, si arriva alla condizione α=- β. L'energia potenziale in tal caso vale $V(x,y,z) = -\alpha xy - \alpha yz$. c) $L = V_A - V_B = 4\,J$.

3. Un'insegna, assimilabile ad una figura piana, è costituita da un quadrato e da un triangolo equilatero uniti da un lato (di lunghezza L) come in figura. L'insegna, di massa complessiva M, è appesa nei punti A e B tramite funi perfettamente verticali. Determinare il centro di massa della figura e le tensioni delle funi.





Risoluzione: Per determinare il centro di massa della figura data è conveniente considerarla come l'unione di due figure regolari, un quadrato ed un triangolo rettangolo di cui è noto il centro di massa. Per il quadrato, il CM è nel punto intersezione delle due diagonali, che nel sistema di riferimento proposto si trova in : $CMq = \left(-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right)$. Per il triangolo equilatero, il CM si trova nell'incrocio delle tre altezze, ad una distanza di 1/3 da ogni lato. Nel SR proposto, la Y del CM è ovviamente L/2, la X del cm è ad un terzo dell'altezza, cioè ad un terzo della coordinata X del punto B: $X = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}L}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6}L$. Indicando con σ la densità superficiale delle due figure, si ha che le masse delle due figure si possono scrivere come: $m_Q = \sigma L^2$, $m_T = \sigma\frac{1}{2}L^2\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}\sigma L^2$. La X del CM della figura è ottenibile come il CM di due punti materiali, uno di massa mq ed uno di massa mT collocati nei CM delle rispettive figure. Quindi: $X_{CM} = \frac{m_Q(-\frac{L}{2}) + m_T\frac{\sqrt{3}}{6}L}{m_Q + m_T}$, la Y del CM è ovviamente uguale ad L/2. Le tensioni si trovano chiedendo che i momenti delle forze siano nulli. Come polo, conviene usare A per trovare T2 e B per trovare T1.

4. In una gara ciclistica, due corridori partendo appaiati, percorrono, a velocità costante, una pista rettilinea di 2 km di lunghezza. Sapendo che il secondo arriva 5" dopo il primo, determinare la distanza tra i due quando il primo taglia il traguardo, se la velocità media del primo è stata di 15 m/s. Determinare inoltre la velocità relativa.

Risoluzione: Il primo impiega un tempo di percorrenza pari a t=2000/15= 133,3 s. Il secondo arriva 5 s dopo impiegandoci 138,3 s e viaggiando ad una velocità media pari a 2000/138,3=14,46 s. Dopo 133,3 s, il secondo ha percorso uno spazio di v(2)*t=1927,7 m, cioè si trova ad una distanza di 72,3 m dal primo. La loro velocità relativa è pari alla differenza di velocità medie ed è di 0.54 m/s.

Esercizi Compito B:

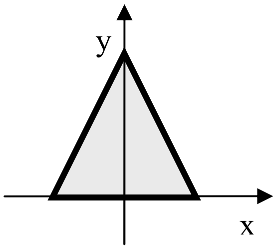
1. Dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = 2\alpha xy\hat{i} + (\alpha x^2 - \beta z)\hat{j} - \beta y\hat{k}$ determinare:
   a. le dimensioni fisiche delle costanti *α e β;*
   b. stabilire se il campo di forze è conservativo e calcolarne eventualmente l'energia potenziale;
   c. trovare il lavoro compiuto dalla forza quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (0,4,1) al punto B di coordinate (2,0,2).

Risoluzione: a) La forza ha le dimensioni di [MLT^{-2}], mentre le coordinate x,y e z hanno le dimensioni di [L]. α ha le dimensioni di una forza diviso per una coordinata al quadrato, cioè di [M $L^{-1}T^{-2}$] e β ha le dimensioni di una forza diviso per una coordinata, cioè di [MT^{-2}]. b) La forza è conservativa solo se ha rotore nullo, come è in questo caso. L'energia potenziale in tal caso vale $V(x,y,z) = -\alpha xy^2 + \beta yz$. c) $L = V_A - V_B = 4\beta$.

2. Un corpo di massa m, inizialmente fermo, scivola senza attrito, a partire da un’altezza h, lungo un piano inclinato di massa M, libero anch’esso di muoversi sopra il piano orizzontale su cui è appoggiato, senza attrito, anch’esso inizialmente fermo. Qual è la velocità del piano inclinato quando la massa m è giunta alla fine del piano stesso? Si indichi con α l’inclinazione del piano.

Risoluzione: il sistema ha inizialmente una energia di natura solo potenziale pari a mgh. Alla fine ha solo energie di natura cinetica sia nel punto di massa m che nel piano di massa M. Per il terzo principio della dinamica il sistema piano+massa m conserva la quantità di moto in direzione orizzontale. Dalla conservazione della quantità di moto si può trovare la velocità di m in funzione di quella di M; dalla conservazione dell’energia si determina la velocità di M.

3. Una piastra, a forma di triangolo equilatero, di massa M =0.5 kg e lato L=20 cm è posto in rotazione attorno ad una sua altezza (asse y) con una velocità angolare pari a $\omega = 2\,s^{-1}$. Determinare il momento d’inerzia della piastra e l’energia cinetica immagazzinata.



4. Una ruota, il cui diametro è pari a 50 cm, rotola senza strisciare su un pavimento orizzontale con una velocità del centro pari a 4 m/s. Si determini i vettori velocità ed accelerazione dei punti della periferia della ruota che, in un certo istante, si trovano agli estremi del diametro orizzontale.

Esercizi Compito C:

1. Dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = 2\alpha xy\hat{\imath} + (\alpha z - \beta x^2)\hat{\jmath} - \beta y\hat{k}$ determinare:
   a. stabilire per quali valori delle costanti α *e* β il campo di forze è conservativo e calcolare in tal caso l'energia potenziale;
   b. trovare il lavoro compiuto dalla forza conservativa quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (0,4,0) al punto B di coordinate (0,1,2), nell'ipotesi di $\alpha=1$ nelle opportune unità del SI.

Risoluzione: a) La forza è conservativa solo se ha rotore nullo, in questo caso si verifica solo se α e β sono opposti: α = - β. L'energia potenziale (con α = 1 e quindi β = -1) in tal caso vale $V(x,y,z) = -x^2y - yz$ b) $L_{AB} = V_A - V_B = 2$ [J].

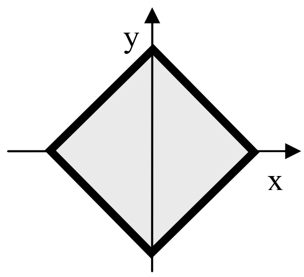
2. Una pallina di massa m e velocità iniziale v urta in modo perfettamente elastico un'altra pallina di massa M, ferma. Sapendo che l'urto è collineare e la pallina iniziale rimbalza indietro con una velocità pari alla metà di quella iniziale, si calcoli: la massa M in funzione di m e la velocità finale di M.

Risoluzione: In un urto perfettamente elastico si conservano sia la quantità di moto che l'energia cinetica totale. Applicando queste due condizioni (e ponendo attenzione al segno che lega la velocità della prima pallina prima e dopo l'urto: $v_m^f = -\frac{1}{2}v_m^i = -\frac{1}{2}v$ si ricava che

$$m = \frac{1}{3}M$$

$$v_M^f = +\frac{1}{2}v_m^i = \frac{1}{2}v$$

3. Una piastra, a forma quadrata, di massa M =0.8 kg e lato L=30 cm è posto in rotazione attorno ad una sua diagonale (asse y) ed accumula una energia cinetica pari a 2 J. Determinare il momento d'inerzia della piastra e la sua velocità angolare.



Risoluzione: Il momento di inerzia della figura si può trovare sommando i 4 momenti di inerzia dei 4 triangoli rettangoli isosceli che la compongono (ipotenusa L, cateti L$\sqrt{2}/2$). Il momento di inerzia di uno dei triangoli (triangolo primo quadrante) puo' essere trovato impostando il seguente integrale:

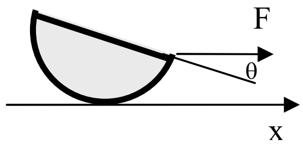
$$\mathrm{I}_{\mathrm{triangolo}} = \int \mathrm{x}^2\mathrm{dm} = \int x^2\sigma dS = \sigma \int_0^{\frac{L\sqrt{2}}{2}} x^2 y(x)dx = \frac{M}{L^2}\int_0^{L\sqrt{2}/2} x^2y(x)dx$$

$$= \frac{M}{L^2}\int_0^{L\sqrt{2}/2} x^2(L\frac{\sqrt{2}}{2} - x)dx = \cdots = \frac{ML^2}{48}$$

$$I_{quadrato} = \frac{ML^2}{12}$$

Dato che l'energia cinetica rotazionale è nota, e deve esesere uguale a $\frac{1}{2}I\omega^2$, è possibile ricavare ω = 25.82 rad/s

4. Una semisfera di raggio R e massa M è trascinata su un piano con velocità costante $\vec{v}$ da una forza orizzontale $\vec{F}$ applicata come in figura. Il coefficiente di attrito è pari a 1/3. Determinare l'angolo θ di inclinazione della semisfera sapendo che il centro di massa della semisfera dista (3/8) R dalla sua superficie piana.



Risoluzione: Il sistema si muove di moto rettilineo uniforme quindi è possibile affermare che la risultante delle forze e dei momenti deve essere nulla. Sul corpo agiscono 4 forze (Forza peso, forza attrito dinamico, forza F e reazione perp. piano), queste generano i seguenti momenti rispetto al polo O (il punto medio del diametro del semicerchio)

$$M_P = +Mg\frac{3}{8}R\ sen\ \theta$$

$$M_{Att} = -Mg\mu_D R$$

$$M_F = +FR\ sen\ \theta$$

$$M_R = R_v * R\ sen\ 0 = 0$$

Imponendo il loro annullamento si trova che

$$\theta = arcsen\frac{8Mg}{24F + 9\ Mg}$$

Imponendo poi l'annullamento della risultante delle forze lungo x (F e Fatt) si ottiene che

$F = - F_{Att} = -(-Mg\mu) = Mg\mu$

quindi

$$\theta = arcsen\frac{8Mg}{Mg(24\mu + 9\ )} = arcesen\ 0{,}4 = \ 28^{\text{o}}$$

Esercizi Compito D:

1. Un disco, di massa M e raggio R, ha una densità superficiale dipendente linearmente dalla coordinata radiale $\sigma(r) = k\,r$ (r=distanza dal centro del disco). Determinare il momento d'inerzia per un asse perpendicolare al disco passante per il suo centro.

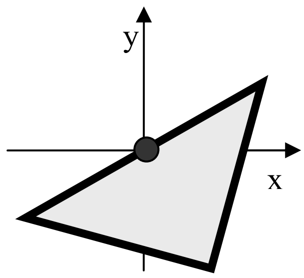
Risoluzione: Il momento di inerzia si trova impostando il seguente integrale in cordinate polari data la simmetria centrica della figura (cerchio) e funzione di densità (kr):

$$I = \int r^2 dm = \int r^2 \sigma(r) dS = \int_0^R \int_0^{2\pi} r^2 kr\, r d\theta\, dr = 2k\pi \int_0^R r^4 dr = \frac{2}{5} k\pi R^5$$

2. Dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = (\alpha xy^2 - \beta z)\hat{\imath} + \alpha x^2 y\hat{\jmath} - \beta x\hat{k}$ determinare:
    a. le dimensioni fisiche delle costanti *α e β;*
    b. stabilire se il campo di forze è conservativo e calcolarne eventualmente l'energia potenziale;
    c. trovare il lavoro compiuto dalla forza quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (0,0,0) al punto B di coordinate (2,2,2).

Risoluzione: a) La forza ha le dimensioni di [MLT^{-2}], mentre le coordinate x,y e z hanno le dimensioni di [L]. α ha le dimensioni di una forza diviso per una coordinata al cubo, cioè di [$M L^{-2}T^{-2}$] e β ha le dimensioni di una forza diviso per una coordinata, cioè di [MT^{-2}]. b) La forza è conservativa solo se ha rotore nullo, come in questo caso (qualunque sia α e β). L'energia potenziale in tal caso vale $V(x,y,z) = -\frac{\alpha}{2}x^2y^2 + \beta xz$ c) $L_{AB} = V_A - V_B = 8\alpha - 4\beta\ [J]$.

3. Una piastra a forma di triangolo rettangolo isoscele di massa M e cateto L è collocata in un piano verticale, ed il punto mediano dell'ipotenusa costituisce un vincolo puntuale attorno a cui la figura può ruotare. Determinare il momento d'inerzia della piastra, rispetto al centro di rotazione ed il periodo delle piccole oscillazioni.



Risoluzione: Si può calcolare il momento d'inerzia del triangolo come la metà del momento di inerzia del quadrato che ha per diagonale l'ipotenusa del triangolo stesso. Nel caso di una piastra rettangolare *a x b* il momento di inerzia rispetto all'asse baricentrico perpendicolare alla sua superficie e' dato da

$$I_{retangolo} = \frac{1}{12} M_{rettangolo} (a^2 + b^2)$$

$$I_{quadrato} = \frac{1}{12} M_{quadrato} (L^2 + L^2) = \frac{1}{12} 2M(2L^2) = \frac{1}{3} ML^2$$

$$I_{triangolo} = \frac{1}{2} I_{quadrato} = \frac{1}{6} ML^2$$

Il periodo delle piccole oscillazioni si ottiene, nel caso del pendolo fisico, uguagliando il momento della forza peso ad $I\dot{\omega}$ epplicando l'approssimazione per le piccole oscillazioni ovvero $sen\,\theta \simeq \theta$. Per trovare il momento della forza di gravità in questo particolare pendolo fisico occorre risolvere le coordinate del baricentro: in un qualsiasi triangolo il baricentro si trova nel comune punto di incontro delle mediane che le divide in due parti che stanno sempre in rapporto 2:1. Il baricentro di questo triangolo rettangolo e isoscele di cateto L si troverà pertanto lungo l'asse di simmetria ad una distanza di $L\frac{\sqrt{2}}{2} * \frac{1}{3} = L\frac{\sqrt{2}}{6}$ dalla base e quindi dal punto di sospensione. Questa distanza rappresenta anche il braccio della forza peso rispetto al punto di rotazione.

$$M^{ext} = I\dot{\omega}$$

$$-Mg\,L\ \frac{\sqrt{2}}{6}\ sen\,\theta = \frac{1}{6}ML^2\,\ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{\sqrt{2}g}{L}\theta = 0$$

Dove $\omega^2 = \frac{\sqrt{2}g}{L}$ quindi il periodo delle piccole oscillazioni vale

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\sqrt{2}g}}$$

4. In una molla di costante elastica k=1200 N/m è inizialmente posta, compressa di 5 cm, tra un muro e una massa M=2 kg ferma. Sapendo che la massa è appoggiata su un piano ruvido orizzontale di coefficiente d'attrito dinamico μ=0.3, determinare la distanza massima percorsa dalla massa quando è lasciata libera di muoversi.

Risoluzione: si determina inizialmente la velocità con cui la massa viene rilasciata quando la molla arriva al suo punto di riposo (lo spostamento Δx_1corrisponde alla compressione della molla):

$$L_{att} = \Delta E^{meccanica} = U_f + T_f - (U_i + T_i)$$

$$-Mg\,\mu_D\Delta x_1 = \frac{1}{2}Mv_O{}^2 - \frac{1}{2}k\Delta x_1{}^2$$

$$v_O = 1.21\,m/s$$

Si calcola poi lo spazio Δx_2 percorso per inerzia dalla massa sulla superficie ruvida una volta che la massa viene rilasciata dalla molla. Tutta l'energia cinetica viene dissipata dall'attrito:

$$L_{attrito} = \Delta T$$

$$-Mg\mu_D\Delta x_2 = 0 - \frac{1}{2}Mv_O^2$$

$$\Delta x_2 = 0.50\,m$$

$$\Delta x_{TOT} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 0.05 + 0.50 = 0.55\,m$$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) , Prof. M. Villa

04/07/2012

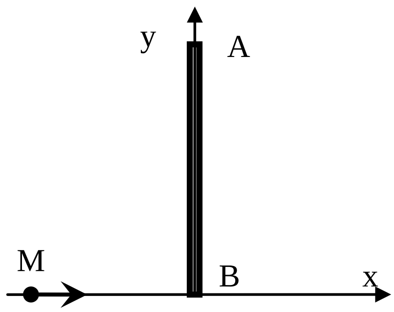
Compito A

Esercizi:

1. Un pallone da calcio di massa M=0.42 kg viene lanciato verso il pavimento da una altezza h=1.2 m, con una velocità iniziale v= 4 m/s. Il pallone, rimbalzando, riesce a raggiungere una altezza di h=2 m, avendo in quel punto una velocità orizzontale di 1 m/s. Determinare l'energia persa nell'urto con il pavimento.

2. Un punto materiale, di massa m=0.5 kg, può muoversi lungo una retta (descritta dalla coordinata x) e su di esso agisce una forza avente energia potenziale $V(x) = \alpha x e^{\beta x}$, con α>0. Determinare:
   a) le dimensioni dei parametri α e β;
   b) per quali valori di β si hanno configurazioni di equilibrio stabile;
   c) nel caso β=1 e α=5 (nelle opportune unità del SI), trovare il punto di equilibrio stabile ed il periodo delle piccole oscillazioni.

3. Un'asta di massa 3M e lunghezza L è libera di muoversi su un piano orizzontale liscio ed è inizialmente ferma nella posizione in figura. Un punto materiale di massa M, che si muove lungo l'asse x con velocità iniziale v, urta in modo totalmente anelastico l'asta nel suo estremo B. Dopo l'urto, determinare la traiettoria del centro di massa del sistema, la velocità del CM e la velocità di rotazione.



Domande:

1. Spiegare il secondo principio della dinamica.
2. Illustrare le caratteristiche principali dei moti rotatori puri.
3. Spiegare il teorema dell'impulso.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) , Prof. M. Villa

04/07/2012

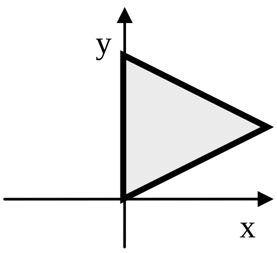
Compito B

Esercizi:

1. In una gara podistica, due corridori partono appaiati e percorrono, a velocità costante, una pista rettilinea di 4 km di lunghezza. Sapendo che il secondo arriva 10" dopo il primo, determinare la distanza tra i due quando il primo taglia il traguardo, se la velocità media del primo è stata di 6 m/s. Determinare inoltre la velocità relativa.

2. Dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha y\hat{\imath} + \beta x\hat{\jmath} + \alpha z\hat{k}$ determinare:
   a. le dimensioni fisiche delle costanti *α e β;*
   b. per quali valori delle costanti *α e β* il campo di forze è conservativo e calcolarne in quei casi l'energia potenziale;
   c. trovare il lavoro compiuto dalla forza conservativa con *α*=4, nelle opportune unità del SI, quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (0,4,1) al punto B di coordinate (2,1,2).

3. Una piastra, a forma di triangolo equilatero, di massa M =2.5 kg e lato L=30 cm è posto in rotazione attorno ad un suo lato (asse y) con una velocità angolare pari a $\omega = 6\ s^{-1}$. Determinare il momento d'inerzia della piastra e l'energia cinetica immagazzinata.



Domande:

1. Spiegare le equazioni cardinali della dinamica dei sistemi.
2. Spiegare le leggi di Poisson.
3. Spiegare le caratteristiche della forza di attrito viscoso. Fornire qualche esempio.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\,m/s^2$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) , Prof. M. Villa

04/07/2012

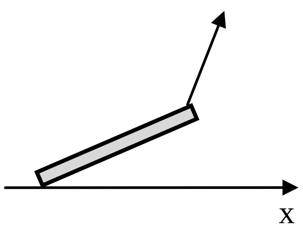
Compito C

Esercizi:

1. Un proiettile di massa M=3 kg e velocità iniziale v=8 m/s urta elasticamente e collinearmente un corpo fermo di massa 2M. Determinare:
   a. le velocità finali dei due corpi;
   b. la velocità di un sistema di riferimento S' nel quale l'energia cinetica del sistema è quella minima.

2. Un punto materiale, di massa m=0.8 kg, può muoversi lungo una retta (descritta dalla coordinata x). Sul punto agisce una forza avente energia potenziale $V(x) = \frac{\alpha}{1+\beta x^2}$. Determinare:
   a. le dimensioni dei parametri α e β;
   b. l'intervallo di valori di α e β per i quali si hanno configurazioni di equilibrio stabile;
   c. nel caso β=1 e α=-5 (nelle opportune unità del SI), trovare il punto di equilibrio ed il periodo delle piccole oscillazioni.

3. Un'asta di massa M e lunghezza L appoggia con un estremo su un piano orizzontale ruvido ed è sostenuta da una fune collegata all'altro estremo. Sapendo che l'asta è ferma ed inclinata di 30° rispetto al piano orizzontale e che la fune è inclinata di 60°, determinare la tensione nella fune e la forza d'attrito statico (modulo, direzione e verso) che si esercita tra piano e l'asta.



Domande:

1. Enunciare e spiegare il teorema di Huygens-Steiner.
2. Enunciare e dimostrare il teorema delle forze vive.
3. Spiegare l'importanza delle piccole oscillazioni.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\, m/s^2$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) , Prof. M. Villa

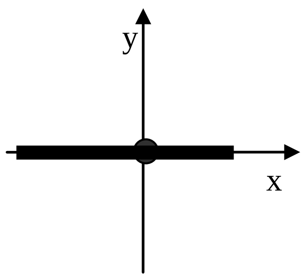
04/07/2012

Compito D

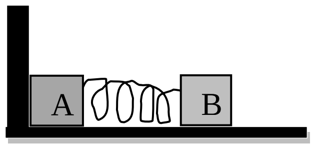
Esercizi:

1. Dato il campo di forze forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha z\hat{\imath} - \alpha y\hat{\jmath} + \beta x\hat{k}$ determinare:
   a. le dimensioni fisiche delle costanti *α e β;*
   b. per quali valori delle costanti α *e* β il campo di forze è conservativo e calcolarne in quel caso l'energia potenziale;
   c. trovare il lavoro compiuto dalla forza conservativa quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (0,0,0) al punto B di coordinate (2,2,2) quando β=2 nelle opportune unità del SI.

2. Un'asta, di massa M=8 kg e lunghezza L=60 cm, è collocata in piano verticale ed è libera di ruotare attorno ad un punto posto ad L/3 da un suo estremo. Inizialmente l'asta è ferma in posizione orizzontale. Determinare:
   a. l'accelerazione angolare dell'asta;
   b. la velocità angolare che ha quando passa per una configurazione verticale
   c. il periodo delle piccole oscillazioni.



3. Un sistema è costituito da due masse (A e B), ognuna di M=2 kg, unite da una molla di costante elastica k=120 N/m e disposte su un piano orizzontale liscio. Inizialmente la massa A è appoggiata ad un muro verticale (vedi figura) e la molla risulta compressa di 5 cm. Lasciando il sistema libero di muoversi al tempo t=0, determinare:
   a. quando la massa A si stacca dal muro;
   b. la velocità del centro di massa dopo tale istante;
   c. l'energia meccanica del sistema.



Domande:

1. Dai principi della meccanica derivare le condizioni della statica per i corpi rigidi.
2. Spiegare l'utilità del momento d'inerzia.
3. Illustrare il teorema di conservazione dell'energia meccanica.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) , Prof. M. Villa

04/07/2012 SOLUZIONI

Compito A

Esercizi:

1. Un pallone da calcio di massa M=0.42 kg viene lanciato verso il pavimento da una altezza h=1.2 m, con una velocità iniziale v= 4 m/s. Il pallone, rimbalzando, riesce a raggiungere una altezza di h=2 m, avendo in quel punto una velocità orizzontale di 1 m/s. Determinare l'energia persa nell'urto con il pavimento.
   Soluzione

   La perdita di energia dovuta all'impatto corrisponde alla viariazione di energia meccanica del pallone.

$$\Delta E_{mecc} = E_{mecc}^{f} - E_{mecc}^{i} = Mgh_f + \frac{1}{2}Mv_f^2 - Mgh_i + \frac{1}{2}Mv_i^2 = 0{,}143\ [J]$$

2. Un punto materiale, di massa m=0.5 kg, può muoversi lungo una retta (descritta dalla coordinata x) e su di esso agisce una forza avente energia potenziale $V(x) = \alpha x e^{\beta x}$, con α>0. Determinare:
   a) le dimensioni dei parametri α e β;
   b) trovare il punto di equilibrio e determinare per quali valori di β questo è stabile;
   c) nel caso β=1 e α=5 (nelle opportune unità del SI), trovare il periodo delle piccole oscillazioni.

Soluzione

a) L'esponenziale è un numero puro (adimensionale), così come deve esserlo l'esponente →

$$[\alpha][L][1] = [E] = [F][L] = [MLT^{-2}][L] = [ML^2T^{-2}];$$

$$[\alpha] = [MLT^{-2}]$$

$$[\beta][L] = 1;\ [\beta] = [L^{-1}]$$

b) Dato il potenziale V, i punti di equilibrio x_0 corrispondono ai massimi e ai minimi della funzione $V(x)$, soddisfano quindi la condizione:

$$V'(x) = \frac{dV}{dx} = -F(x) = 0;$$

$$V'(x) = \alpha x\beta e^{\beta x} + \alpha e^{\beta x} = \alpha e^{\beta x}(\beta x + 1) = 0;$$

$$x_0 = -\frac{1}{\beta}$$

I punti di equilibrio STABILE corrispondono ai MINIMI della funzione $V(x)$. Tra tutti i punti di equilibrio trovati, sono stabili quelli che soddisfano la condizione:

$$V''(x) = \frac{d^2V}{dx^2} = -F'(x) > 0;$$

$$\alpha\beta^2 x e^{\beta x} + \alpha\beta e^{\beta x} + \alpha\beta e^{\beta x} > 0;$$

$$\alpha\beta e^{\beta x}(\beta x + 2) > 0;$$

Sostituendo x_0 si trova $V''(x_0)$: Per quali valori di $\alpha\ e\ \beta$ questo e' positivo?

$$V''(x_0) = \frac{\alpha\beta}{e} > 0$$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) , Prof. M. Villa

04/07/2012 SOLUZIONI

Il denominatore e' sempre positivo (e = 2,7182... e' una costante positiva). Il numeratore e' positivo qundo $\alpha\ e\ \beta$ sono concordi (stesso segno) → Il potenziale ha un punto di equilibrio stabile in $x_0 = -\frac{1}{\beta}$ quando $\alpha\ e\ \beta$ sono concordi.

c) Per trovare il periodo delle picole oscillazioni intorno al punto di equilibrio stabile x_0, si approssima nell'intorno di x_0 la funzione potenziale $V(x)$ ad un potenziale quadratico per mezzo dello sviluppo in serie di Taylor fino al secondo ordine.

$$V(x) \simeq V(x_0) + V'(x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2}V''(x_0)(x - x_0)^2$$

(approssimazione valida SOLO nell'intorno di x_0, nel nostro caso $x_0 = -1/\beta$)

Per quanto detto al punto b), $V'(x_0) = 0$ poiche' si tratta di un punto di equilibrio, mentre $V''(x_0) = \alpha\beta/e = k$ (dove k=costante POSITIVA perche' si tratta di equilibrio stabile) →

$$V(x) \simeq V(x_0) + \frac{1}{2}k(x - x_0)^2$$

A questo potenziale corrisponde una forza $\vec{F} = -\vec{\nabla}V = -\partial V/\partial x\ \hat{\imath} = -k(x - x_0)\,\hat{\imath}$ equivalente ad una forza elastica con punto di riposo in x_0. Ci si ricollega quindi all'oscillatore armonico generato da una forza elastica per ottenere la pulsazione ed il periodo:

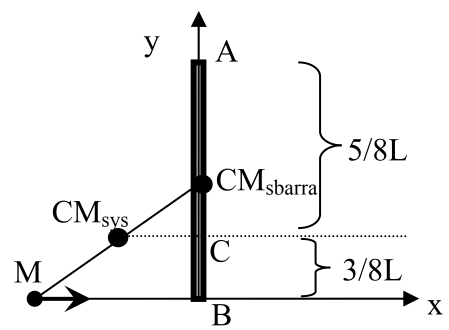
$$\omega = \sqrt{k/m} = \sqrt{V''(x_0)/m} = \sqrt{\alpha\beta/em}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{em/\alpha\beta}$$

Utilizzando $\alpha = 5\ N,\quad \beta = 1\ m^{-1}$ ed $m = 0{,}5\ kg$ →

$$T = 2\pi\sqrt{e(0.5)/5} = 3.27\ s$$

3. Un'asta di massa 3M e lunghezza L è **libera di muoversi** su un piano orizzontale liscio ed è inizialmente ferma nella posizione in figura. Un punto materiale di massa M, che si muove lungo l'asse x con velocità iniziale v, urta in modo totalmente anelastico l'asta nel suo estremo B. **Dopo l'urto**, determinare la **traiettoria** del centro di massa del sistema, **la velocità del CM** e la **velocità di rotazione**.



Soluzione

Prima dell'urto: Il punto M si sposta solo lungo l'asse x (la sua corrdinata y e' fissa a 0), la sbarra e' ferma → la coorinata y del CM e' fissa durante il moto di M:

$$y_{CM}^{sys} = \overline{CB} = (y_{CM}^{Asta} * 3M + y_{CM}^{Punto} * M)/4M = 3/8L$$

Il CM si muove quindi lungo una **retta orizzontale a quota y = 3/8 L**

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) , Prof. M. Villa

04/07/2012 SOLUZIONI

La velocita' del centro di massa:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{\vec{Q}_{TOT}}{M+3M} = \frac{M\vec{v}}{4M} = \frac{\vec{v}}{4}$$

Il momento angolare totale, nell'istante immediatamente precedente all'urto, e' dato dal moto della sola massa M che si trova quasi a contatto con la sbarra a distanza 3/8L dal CM del sistema (che prendiamo come polo di riduzione):

$$\vec{K}^i_{CM} = m\vec{r}^i_M \wedge \vec{v}^i_M = M\frac{3}{8}Lv_M\,\hat{k}$$

Dopo l'urto: Il punto rimane attaccato sull'estremo inferiore dell'asta. Il centro di massa del sistema ora coincide con il punto C a quota 3/8L.

Inoltre, il sistema punto-sbarra e' isolato (non ci sono vincoli o forze esterne) quindi:

a) Si conserva la quantita' di moto totale $\vec{Q}_{TOT}$ prima e dopo l'urto → la velocita' del CM $\vec{v}_{CM} = \frac{\vec{Q}_{TOT}}{M_{TOT}}$ rimarra' invariata →

$$\boldsymbol{v^f_{CM}} = v^i_{CM} = \boldsymbol{\frac{v}{4}}$$

La velocita' si conserva vettorialmente quindi, oltre a mantenere lo stesso modulo, mantiene anche la stessa direzione e verso, quindi anche la stessa traiettoria rettilinea a quota y=3/8 L.

b) Si conserva il momento della quantita' di moto (momento angolare) prima e dopo l'urto, e il sistema puo' ruotare solo intorno al proprio centro di massa (→polo di riduzione in CM)

$$\vec{K}^f_{CM} = \vec{K}^i_{CM}$$

$$I^{CMsys}_{zz\ \ TOT}\ \omega = \frac{3}{8}LMv_M$$

Occorre ricavare il momento di inerzia TOTALE del sistema $I^{CMsys}_{zz\ \ TOT}$ rispetto all'asse di rotazione (lungo z, passante per il CM del sistema). Si sommano i momenti di inerzia della sbarra e del punto facendo attenzione che entrambi siano riferiti allo stesso asse (altrimenti non si possono sommare!). Li calcoliamo entrambi gia' riferiti all'asse di rotazione del sistema.

Momento di inerzia del punto rispetto all'asse di rotazione del sistema:

$$I^{CMsys}_{zz\ \ punto} = Md^2 = M * \overline{CB}^2 = M\left(\frac{3}{8}L\right)^2 = \frac{9}{64}ML^2$$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) ,   Prof. M. Villa

04/07/2012 SOLUZIONI

Momento di inerzia della sola sbarra rispetto all'asse di rotazione del sistema:

Utilizzo H. S. a partire dal momento di inerzia noto di una sbara rispetto ad un asse perpendicolare ad essa e passante per IL SUO CM, e osservando che la distanza tra il CM della sbarra ed il CM dell'intero sistema e' L/8).

$$I_{zz}^{CMsys}{}_{sbarra} = I_{zz}^{CMsbarra}{}_{sbarra} + 3M\left(\frac{L}{8}\right)^2 = \frac{3ML^2}{12} + \frac{3}{64}ML^2 = \frac{19}{64}ML^2$$

Quindi il momento totale dato dalla somma dei due:

$$I_{zz}^{CMsys}{}_{TOT} \;=\; I_{zz}^{CMsys}{}_{punto} + \; I_{zz}^{CMsys}{}_{sbarra} = \frac{7}{16}ML^2$$

Possiamo finalmente ricavare ω dalla conservazione del momento angolare

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{3LMv_M}{8\, I_{zz}^{CMsys}{}_{TOT}} = \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{7}}\frac{\boldsymbol{v_{CM}}}{\boldsymbol{L}}$$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) , Prof. M. Villa

04/07/2012 SOLUZIONI

Compito B

Esercizi:

1. In una gara podistica, due corridori partono appaiati e percorrono, a velocità costante, una pista rettilinea di 4 km di lunghezza. Sapendo che il secondo arriva 10" dopo il primo, determinare la **distanza tra i due** quando il primo taglia il traguardo, se la velocità media del primo è stata di 6 m/s. Determinare inoltre la **velocità relativa**.

   Soluzione

   Tempo impiegato dal primo corridore: $t_1 = D/v_1 = 4000/6 = 666{,}7\ s$
   Tempo impiegato dal secondo corridore: $t_2 = t_1 + 10\ s = 676{,}7\ s$
   Velocita' del secondo corridore $v_2 = D/t_2 = 5{,}911\ m/s$
   Posizione del secondo corridore quando il primo arriva: $x_2(t_1) = v_2 * t_1 = 3941\ m$
   Distanza relativa $\Delta x = x_1 - x_2 = 4000 - 3941 = 59\ m$
   Velocita' relativa $\Delta v = v_1 - v_2 = 6 - 5{,}911 = 0{,}089\ m/s$

2. Dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha y\hat{\imath} + \beta x\hat{\jmath} + \alpha z\hat{k}$ determinare:
   a. le dimensioni fisiche delle costanti *α e β;*
   b. per quali valori delle costanti *α e β* il campo di forze è conservativo e calcolarne in quei casi l'energia potenziale;
   c. trovare il lavoro compiuto dalla forza conservativa con *α*=4, nelle opportune unità del SI, quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (0,4,1) al punto B di coordinate (2,1,2).

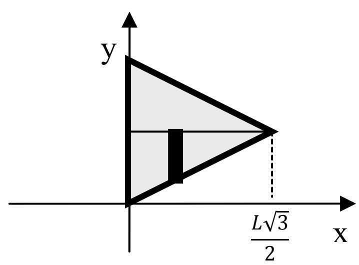
   Soluzione

   a) $[\alpha]\,[L] = [F] = [MLT^{-2}]$; $[\alpha] = [MT^{-2}]$; β idem
   b) Applicando la proprieta' $\vec{\nabla} \wedge \vec{F} = 0$ si ottiene

   $$\beta\hat{k} - \alpha\hat{k} = 0$$

   Dunque, quando $\beta = \alpha$ il campo e' conservativo.
   L'energia potenziale e' uguale a $-\alpha xy - \frac{1}{2}\alpha z^2$
   c) $L_{AB} = V_A - V_B = 14\ [J]$

3. Una piastra, a forma di triangolo equilatero, di massa M =2.5 kg e lato L=30 cm è posto in rotazione attorno ad un suo lato (asse y) con una velocità angolare pari a $\omega = 6\ s^{-1}$. Determinare il momento d'inerzia della piastra e l'energia cinetica immagazzinata.



   Soluzione

   Data la simmetria, posso calcolare il momento di inerzia di uno dei due triangoli rettangoli (es. quello inferiore) e dire che il momento di inerzia totale del triangolo equilatero e' il doppio.

$$I_{yy}^{EQ} = 2\, I_{yy}^{RET}$$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) , Prof. M. Villa

04/07/2012 SOLUZIONI

$$I_{yy}^{RET} = \int x^2 dm = \int_0^{\frac{L\sqrt{3}}{2}} x^2 \sigma\, y(x)\, dx$$

Dove $y(x) = \frac{L}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}}x$ e' la funzione che rappresenta l'altezza della fettina evidenziata in figura di area $dS = y(x)dx$ e conseguentemente di massa $dm = \sigma dS = \sigma y(x)dx$.

$$I_{yy}^{EQ} = 2\, I_{yy}^{RET} = 2\sigma \int_0^{\frac{L\sqrt{3}}{2}} x^2 \left(\frac{L}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}}x\right) dx = \frac{1}{8} ML^2 = 0{,}028\ [kg\ m^2]$$

L'energia immagazzinata dalla triangolo in rotazione attorno all'asse y e'

$$T_{rot} = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{16} ML^2\omega^2 = 0{,}506\ [J]$$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

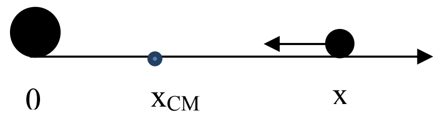
INGEGNERIA EDILE (A-Z) , Prof. M. Villa

04/07/2012 SOLUZIONI

Compito C

Esercizi:

1. Un proiettile di massa M=3 kg e velocità iniziale v=8 m/s urta elasticamente e collinearmente un corpo fermo di massa 2M. Determinare:
   a. le velocità finali dei due corpi;
   b. la velocità di un sistema di riferimento S' nel quale l'energia cinetica del sistema è quella minima.



Soluzione

a) Urto elastico → conservazione della quantita' di moto e dell'energia cinetica prima e dopo l'urto. Sistema di 2 equazioni in 2 incognite:

$$v_2^f = \frac{2}{3}v = 5{,}3\ m/s$$
$$v_1^f = -\frac{1}{3}v = -2{,}7\ m/s$$

b) Il sistema di riferimento in cui l'energia cinetica e' minima e' il sistema del centro di massa.

$$\vec{v}_{CM} = \frac{\vec{Q}_{TOT}}{M+2M} = \frac{M\vec{v}}{3M} = \frac{\vec{v}}{3}$$

2. Un punto materiale, di massa m=0.8 kg, può muoversi lungo una retta (descritta dalla coordinata x). Sul punto agisce una forza avente energia potenziale $V(x) = \frac{\alpha}{1+\beta x^2}$. Determinare:
   a. le dimensioni dei parametri α e β;
   b. trovare il punto di equilibrio e l'intervallo di valori di α e β per i quali si hanno configurazioni di equilibrio stabile;
   c. nel caso β=1 e α=-5 (nelle opportune unità del SI), trovare il periodo delle piccole oscillazioni.

Soluzione

a) Il numero 1 al denominatore e' un numero puro, perche' non specificato altrimenti. A numeri puri si sommano solo numeri puri (adimensionali), quindi:

$$[\beta][L^2] = [1]; \quad [\beta] = [L^{-2}]$$

Mentre al numeratore

$$\frac{[\alpha]}{[1]} = [E] = [F][L] = [ML^2\, T^{-2}]$$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) , Prof. M. Villa

04/07/2012 SOLUZIONI

b) Metodo risolutivo: vedi compito A.

$$V'(x) = -\frac{2\alpha\beta x}{|1+\beta x^2|^2}; \quad V''(x) = \frac{6\alpha\beta^3x^4 + 4\alpha\beta^2x^2 - 2\alpha\beta}{|1+\beta x^2|^4}$$

Punto di equilibrio $V'(x_0) = 0$ con $x_0 = 0$
Studio del segno della derivata seconda del potenziale nel punto di equilibrio:
$V''(x_o) = -2\alpha\beta > 0$ quando α e βsono discordi (segno opposto) → equilibrio stabile quando α e βsono discordi.

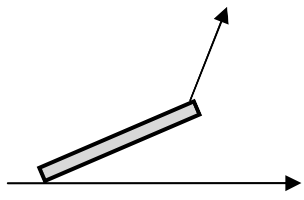
c) Metodo risolutivo: vedi compito A.

$k = V''(x_o) = -2\alpha\beta = -2(-5)(1) = 10\, N/m$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{-2\alpha\beta}{m}} = \sqrt{\frac{10}{0.8}} = 3.536\, rad^{-1}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 1.776\, s$

3. Un'asta di massa M e lunghezza L appoggia con un estremo su un piano orizzontale ruvido ed è sostenuta da una fune collegata all'altro estremo. Sapendo che l'asta è ferma ed inclinata di 30° rispetto al piano orizzontale e che la fune è inclinata di 60°, determinare la tensione nella fune e la forza d'attrito statico (modulo, direzione e verso) che si esercita tra piano e l'asta.



Soluzione

Problema di statica → applicare condizioni della statica.

$\sum\vec{F} = 0$:

$$i)\ F_{att} + T_x = 0$$
$$j)\ R_\perp + P + T_y = 0$$

Con $T_x = T\cos 60 = T/2$ e $T_y = T\,\mathrm{sen}\ 60 = T\sqrt{3}/2$

$$i)\ F_{att} = -\frac{T}{2}$$
$$j)\ R_\perp = Mg - \frac{\sqrt{3}}{2}T$$

$\sum\vec{M}_o = 0$:

$$-Mg\frac{L}{2}sen\ 60 + TLsen30 = 0$$
$$T = \frac{\sqrt{3}}{2}Mg$$

Quindi

$$\vec{T} = \frac{\sqrt{3}}{4}Mg\,\hat{\imath} + \frac{3}{4}Mg\,\hat{\jmath}$$
$$\vec{F}_{att} = -\frac{\sqrt{3}}{4}Mg\,\hat{\imath}$$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) , Prof. M. Villa

04/07/2012 SOLUZIONI

Compito D

Esercizi:

1. Dato il campo di forze forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha z\hat{\imath} - \alpha y\hat{\jmath} + \beta x\hat{k}$ determinare:
   a. le dimensioni fisiche delle costanti *α e β;*
   b. per quali valori delle costanti *α e β* il campo di forze è conservativo e calcolarne in quel caso l'energia potenziale;
   c. trovare il lavoro compiuto dalla forza conservativa quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (0,0,0) al punto B di coordinate (2,2,2) quando β=2 nelle opportune unità del SI.

Soluzione

a) $[\alpha]\,[L] = [F] = [MLT^{-2}]$; $[\alpha] = [MT^{-2}]$; β idem

b) Applicando la proprieta' $\vec{\nabla} \wedge \vec{F} = 0$ si ottiene

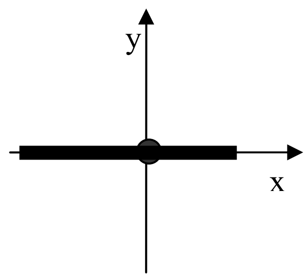
$$\alpha\hat{\jmath} - \beta\hat{\jmath} = 0$$

Dunque, quando $\beta = \alpha$ il campo e' conservativo.

L'energia potenziale e' uguale a $\frac{1}{2}\alpha y^2 - \alpha xz$

c) $L_{AB} = V_A - V_B = 4\ [J]$

2. Un'asta, di massa M=8 kg e lunghezza L=60 cm, è collocata in piano verticale ed è libera di ruotare attorno ad un punto posto ad L/3 da un suo estremo. Inizialmente l'asta è ferma in posizione orizzontale. Determinare:
   a. l'accelerazione angolare dell'asta;
   b. la velocità angolare che ha quando passa per una configurazione verticale
   c. il periodo delle piccole oscillazioni.



Soluzione

a) H.S. per trovare il momento di inerzia rispetto al perno.

$$I_{zz}^{O} = I_{zz}^{CM} + M\left(\frac{L}{6}\right)^2 = \frac{1}{9}ML^2$$

$$M^{ext} = I_{zz}^{O}\dot{\omega}$$

$$\dot{\omega} = \frac{MgL/6}{I_{zz}^{O}} = \frac{3}{2}\frac{g}{L} = 24{,}5\ rad/s^2$$

b) $U_{pot}^{i} = T^{fin}$

$$Mg\frac{L}{6} = \frac{1}{2}I_{zz}^{O}\omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{L}} = 7\ rad/s$$

c) $M^{ext} = I_{zz}^{0}\dot{\omega}$

$$Mg\frac{L}{6}\ sen\,\theta = \frac{1}{9}ML^2\ddot{\theta}$$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE (A-Z) ,   Prof. M. Villa

04/07/2012 SOLUZIONI

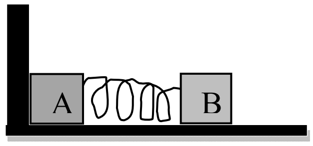
Approssimazione per le piccole oscillazioni (pendolo fisico) $sen\theta \simeq \theta$

$$\ddot{\theta} = \frac{3}{2}\frac{g}{L}\,\theta$$

$$\frac{3g}{2L} = \omega^2$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}} = 1{,}269\ s$$

3. Un sistema è costituito da due masse (A e B), ognuna di M=2 kg, unite da una molla di costante elastica k=120 N/m e disposte su un piano orizzontale liscio. Inizialmente la massa A è appoggiata ad un muro verticale (vedi figura) e la molla risulta compressa di 5 cm. Lasciando il sistema libero di muoversi al tempo t=0, determinare:



   a. quando la massa A si stacca dal muro;
   b. la velocità del centro di massa dopo tale istante;
   c. l’energia meccanica del sistema.

Soluzione

a) La massa A si stacca dal muro quando la forza elastica anziche’ spingerla contro il muro tende a tirarla verso B. Questo accade quando B passa oltre il punto di riposo della molla, ovvero quando l’oscillatore compie un quarto di periodo di oscillazione.

$$t = \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}} = 0{,}2\ s$$

b) La velocita’ di B quando passa per la posizione di riposo della molla e’

$$v_B^O = \omega * R = \sqrt{\frac{k}{m}} * 0{,}05 = 0.387\ m/s$$

Il centro di massa si trova sempre a meta’ delle due masse, pertanto la sua velocita’ (quando A si stacca dal muro) e’ ½ v_B^O = 0.194 m/s.

c) L’energia meccanica del sistema si conserva poiche’ intervengono solo forze conservative. Calcoliamola nell’istante iniziale quando B e’ fermo:

$$E_{mecc}^i = U^i = \frac{1}{2}kx^2 = \ 0.15\ [J]$$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE, Prof. M. Villa

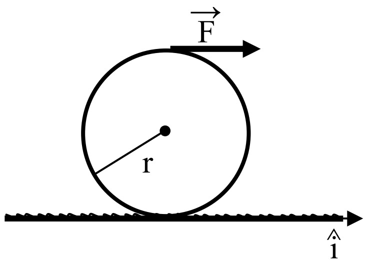
16/07/2012

Compito A

Esercizi:

1. Un punto materiale di massa m=2 kg si muove nello spazio secondo la seguente legge oraria:
$$\begin{cases} x(t) = 2t^2 + t \\ y(t) = t^2 + 3 \\ z(t) = 4t \end{cases}$$
(dove t è espresso in secondi e x,y,z in metri), determinare:
a) la velocità istantanea e l'accelerazione istantanea;
b) l'angolo formato dai vettori velocità ed accelerazione al tempo t = 2s;
c) la forza e l'energia cinetica al tempo t=2s.

2. Un disco rigido ed omogeneo, di massa m = 4 kg, raggio r = 0.2 m, inizialmente fermo, rotola senza strisciare su di un piano orizzontale scabro lungo la direzione $\hat{\imath}$ a causa di una forza costante $\vec{F} = 20N\hat{\imath}$ applica nell'estremo superiore del disco. Determinare le espressioni ed i valori delle seguenti quantità:
a) il modulo dell'accelerazione del centro di massa del disco;
b) la forza di attrito (modulo, direzione e verso) fornita dal piano orizzontale scabro;
c) il momento angolare del disco (rispetto al suo centro di massa) al tempo t = 5 s supponendo che la sua velocità nell'istante iniziale sia nulla.



3. Un punto materiale, di massa m=0.8 kg, può muoversi lungo una retta (descritta dalla coordinata x) e su di esso agisce una forza avente energia potenziale $V(x) = -\alpha e^{-\beta x^2}$, con α>0. Determinare:
a) le dimensioni dei parametri α e β;
b) trovare il punto di equilibrio e determinare per quali valori di β questo è stabile;
c) nel caso β=1 e α=2 (nelle opportune unità del SI), trovare il periodo delle piccole oscillazioni.

Domande:

1. Spiegare il terzo principio della dinamica.
2. Illustrare le caratteristiche delle forze di attrito.
3. Spiegare il teorema di Huygens-Steiner.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

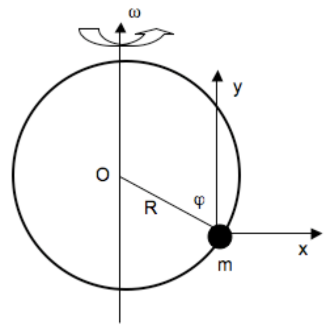
INGEGNERIA EDILE, Prof. M. Villa

16/07/2012

Compito B

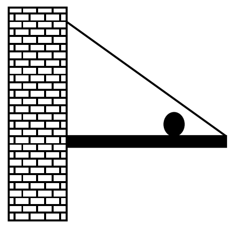
Esercizi:

1. Una pallina di massa m = 10 g è vincolata a muoversi su una guida a forma di anello circolare di raggio R = 10 cm posta nel un piano verticale. L'anello è messo in rotazione attorno al diametro verticale con una velocità angolare ω =14 rad/s. Calcolare rispetto a un sistema solidale con la massa m (vedi figura):
   a) l'angolo rispetto alla verticale formato dal raggio vettore che congiunge la pallina al centro dell'anello quando questa in cui si trova in condizioni di equilibrio;
   b) la reazione vincolare esercitata dalla guida sulla pallina.



2. Dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha yx\hat{\imath} + \beta x^2\hat{\jmath} + \alpha z^2\hat{k}$ determinare:
   a. le dimensioni fisiche delle costanti *α e β;*
   b. per quali valori delle costanti *α e β* il campo di forze è conservativo e calcolarne in quei casi l'energia potenziale;
   c. trovare il lavoro compiuto dalla forza conservativa con *α*=4, nelle opportune unità del SI, quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (2,0,2) al punto B di coordinate (1,4,1).

3. Un'asta di lunghezza L = 150 cm e massa M = 2.5 kg è incernierata ad un estremo ad un muro tramite un perno privo di attrito, mentre l'altro estremo è tenuto orizzontalmente da una corda fissata al muro a distanza L come in figura. Una massa m = 2 kg è posta a distanza 2/3 dal perno. Calcolare:
   a) la tensione della fune in condizioni di equilibrio;
   b) la reazione vincolare del perno in condizioni di equilibrio.
   c) Se ad un certo istante la fune si spezza, quanto vale inizialmente l'accelerazione angolare del sistema?



Domande:

1. Spiegare la seconda equazione cardinale della dinamica dei sistemi nel caso dei corpi rigidi.
2. Discutere quali grandezze fisiche si conservano negli urti.
3. Spiegare il teorema di Konig.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE, Prof. M. Villa

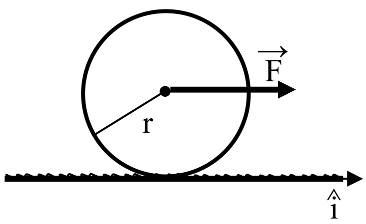
16/07/2012

Compito C

Esercizi:

1. Un punto materiale di massa m=3 kg si muove nello spazio secondo la seguente legge oraria:
$$\begin{cases} x(t) = 2t^2 + t \\ y(t) = t^3 - 4t \\ z(t) = 4 - t \end{cases}$$
(dove t è espresso in secondi e x,y,z in metri), determinare:
   a) la velocità istantanea e l'accelerazione istantanea;
   b) la forza responsabile del moto;
   c) il lavoro di tale forza nell'intervallo t=[0, 2]s.

2. Un disco rigido ed omogeneo, di massa m = 6 kg, raggio r = 0.4 m, inizialmente fermo, rotola senza strisciare su di un piano orizzontale scabro lungo la direzione $\hat{\imath}$ a causa di una forza costante $\vec{F} = 30N\hat{\imath}$ applica nel centro di massa del disco. Determinare le espressioni ed i valori delle seguenti quantità:
   a) il modulo dell'accelerazione del centro di massa del disco;
   b) la forza di attrito (modulo, direzione e verso) fornita dal piano orizzontale scabro;
   c) l'energia cinetica del disco al tempo t = 3 s.



3. Un punto materiale, di massa m=1.8 kg, può muoversi lungo una retta (descritta dalla coordinata x) e su di esso agisce una forza avente energia potenziale $V(x) = \alpha\cos(\beta x)$. Determinare:
   a) le dimensioni dei parametri α e β;
   b) trovare il punto di equilibrio e determinare per quali valori di β questo è stabile;
   c) nel caso β=1 e α=-2 (nelle opportune unità del SI), trovare il periodo delle piccole oscillazioni.

Domande:

1. Spiegare il primo principio della dinamica.
2. Definire il momento angolare per un corpo rigido.
3. Spiegare l'importanza delle forze conservative.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE, Prof. M. Villa

16/07/2012

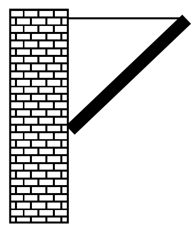
Compito D

Esercizi:

1. Una pallina di massa m = 100 g è vincolata tramite un filo di lunghezza L=20 cm ad un punto fisso sul soffitto di una stanza. La pallina compie un moto circolare uniforme in un piano orizzontale quando il filo forma un angolo di 45° rispetto alla verticale. Calcolare:
   a) la tensione nel filo;
   b) la velocità angolare della pallina.

2. Dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha y^2 \hat{\imath} + \beta xy \hat{\jmath} + \alpha z^2 \hat{k}$ determinare:
   a. le dimensioni fisiche delle costanti α *e* β;
   b. per quali valori delle costanti α *e* β il campo di forze è conservativo e calcolarne in quei casi l'energia potenziale;
   c. trovare il lavoro compiuto dalla forza conservativa con α=2, nelle opportune unità del SI, quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (1,3,1) al punto B di coordinate (4,4,2).

3. Un'asta di lunghezza L = 200 cm e massa M = 8 kg è incernierata ad un estremo ad un muro tramite un perno privo di attrito, mentre l'altro estremo è vincolato da una corda tesa orizzontalmente e fissata al muro come in figura. Sapendo che l'asta forma un angolo di 45° rispetto ad una direzione orizzontale, calcolare:
   a) la tensione della fune in condizioni di equilibrio;
   b) la reazione vincolare del perno in condizioni di equilibrio.
   c) Se ad un certo istante la fune si spezza, quanto vale inizialmente l'accelerazione angolare del sistema?



Domande:

1. Spiegare la prima equazione cardinale della dinamica nel caso di un sistema costituito da due punti di uguale massa.
2. Illustrare il concetto di potenza di una forza.
3. Spiegare il teorema dell'impulso.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE, Prof. M. Villa

10/09/2012

Compito A

Esercizi:

1. Un punto materiale di massa m=2 kg si muove nel piano secondo la seguente legge oraria:
$$\begin{cases} x(t) = 2t^2 - e^{-t} \\ y(t) = t^2 + 2 \\ z(t) = e^{-t} \end{cases}$$
(dove t è espresso in secondi e x,y,z in metri), determinare:
a) la velocità istantanea e l'accelerazione istantanea;
b) l'angolo formato dai vettori velocità ed accelerazione al tempo t = 0s;
c) la forza e l'energia cinetica al tempo t=1s.

2. Una fune inestensibile e priva di massa viene avvolta attorno al bordo di un disco di massa *M* e raggio *R/2.* L'altro estremo della fune è fissato al soffitto del laboratorio. Il disco, inizialmente fermo, viene lasciato cadere facendo srotolare la fune che rimane sempre tesa. Supponendo che non agiscano forze dissipative e applicando rispettivamente il teorema di conservazione dell'energia meccanica e le due equazioni cardinali della dinamica, determinare le espressioni dei moduli delle seguenti quantità:
a) la velocità angolare ω del disco dopo una caduta di lunghezza *L;*
b) l'accelerazione angolare istantanea del disco;
c) la tensione della fune.

3. Un punto materiale, di massa m=1.5 kg, può muoversi lungo una retta (descritta dalla coordinata x) e su di esso agisce una forza avente energia potenziale $V(x) = -\alpha x^2(1+\beta x^2)$, con β>0. Determinare:
   a) le dimensioni dei parametri α e β;
   b) trovare il punto di equilibrio e determinare per quali valori di α questo è stabile;
   c) nel caso β=4 e α=-2 (nelle opportune unità del SI), trovare il periodo delle piccole oscillazioni.

Domande:

1. Spiegare il primo principio della dinamica.
2. Illustrare le caratteristiche delle forze di attrito.
3. Spiegare il teorema dell'impulso.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE, Prof. M. Villa

10/09/2012

Compito B

Esercizi:

1. Due punti materiali aventi ugual massa di *1 kg* sono successivamente lanciati da terra (rispettivamente agli istanti $t_1 = 0s$ e $t_2 = 2s$), con la stessa velocità iniziale $\vec{v}_0 = 20\vec{j}\ m/s$, partendo dall'origine dell'asse y verticale, finché all'istante t_u si urtano istantaneamente con modalità totalmente anelastica. Trascurando gli effetti dell'attrito dell'aria, determinare i valori delle seguenti quantità:
   a) il tempo t_u;
   b) la velocità v' del sistema subito dopo l' urto.
   c) l'energia ΔE dissipata nell'urto.

2. Una ruota è costituita da una parte interna a forma di disco di raggio ¾ R, di massa m, e da una corona circolare anch'essa di massa complessiva m, che si estende da un raggio minimo pari a ¾ R fino ad un raggio massimo pari a R. Partendo da ferma tale ruota rotola senza strisciare lungo un piano inclinato scendendo di una quota h. Determinare:
   a) Il momento d'inerzia della ruota;
   b) La velocità della ruota al termine del piano inclinato.

3. Dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha z\hat{\imath} + \alpha y\hat{\jmath} - \beta x\hat{k}$ determinare:
   a. le dimensioni fisiche delle costanti *α e β;*
   b. per quali valori delle costanti *α e β* il campo di forze è conservativo e calcolarne in quei casi l'energia potenziale;
   c. trovare il lavoro compiuto dalla forza conservativa con *α*=2, nelle opportune unità del SI, quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (1,-1,1) al punto B di coordinate (1,3,2).

Domande:

1. Spiegare la seconda equazione cardinale della dinamica dei sistemi nel caso dei corpi rigidi.
2. Discutere quali grandezze fisiche si conservano negli urti.
3. Spiegare il teorema di Konig.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\,m/s^2$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE, Prof. M. Villa

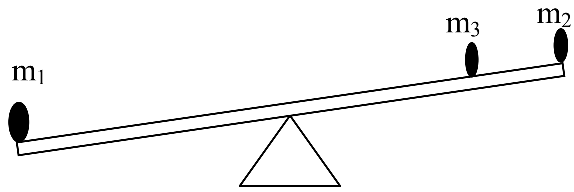
10/09/2012

Compito C

Esercizi:

1. Un treno, di massa totale 400 tonnellate, che viaggia su un binario rettilineo orizzontale decelera uniformemente a causa della forza d'attrito, passando dalla velocità di 16 m/s alla velocità di 4 m/s in 1000 m. Determinare:
    a. L'accelerazione del treno (decelerazione);
    b. Il lavoro della forza d'attrito;
    c. Il minimo valore del coefficiente di attrito statico tra ruote e binari in grado di dare quella decelerazione.

2. Tre bambini, di massa m_1, m_2 ed m_3, giocano su di un'altalena schematizzabile come un'asta omogenea di massa M = 100 kg poggiante su di un perno centrale di massa trascurabile con quattro seggiolini posti simmetricamente a distanza $2/3L$ *e* L dal perno, con L=1.5 m (vedi figura). Sapendo che le masse di due dei tre bambini valgono m_1 = 25 kg e m_2 = 17 kg, calcolare:
    a) la massa m_3 del terzo affinché l'altalena sia in equilibrio;
    b) la reazione vincolare del perno sull'asta dell'altalena;
    c) il momento di inerzia del sistema.
    Se m_3 scende dall'altalena, calcolare:
    d) la distanza del centro di massa del sistema dal perno lungo l'asta.



3. Un punto materiale di massa m è posto in un campo di forze la cui energia potenziale ha l'espressione $V(x,y,z) = \alpha y^2$ (con α costante positiva) e sapendo che al tempo $t_0 = 0$ il punto si trova nel punto $P = (x_0, y_0, z_0)$ con velocità $\overrightarrow{v_0} = v_0\,\hat{\imath}$, determinare:
    a) la forza a cui è soggetto il punto all'istante t_0;
    b) le equazioni cartesiane del moto;
    c) il lavoro fatto dalla forza dall'istante iniziale al tempo $t_1 = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{2\alpha}}$.

Domande:

1. Spiegare alcune conseguenze del principio di azione e reazione.
2. Definire il momento angolare per un corpo rigido.
3. Spiegare l'importanza delle forze conservative.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\,m/s^2$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE, Prof. M. Villa

10/09/2012

Compito D

Esercizi:

1. Due carrelli per esperimenti didattici di massa M=4 kg e 2M viaggiano su un binario rettilineo privo di attrito alla velocità di 2 m/s. I due carrelli sono inizialmente uniti attraverso un filo che mantiene compressa per 20 cm una molla, solidale con uno dei due carrelli e avente costante elastica k=40 N/m. Ad un certo punto il filo si rompe e la molla inizia ad agire. Trascurando gli effetti di attrito, determinare i valori delle seguenti quantità:

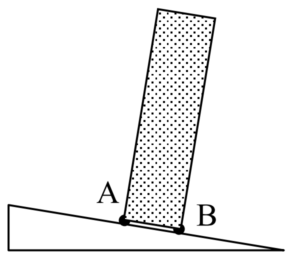
   a) le velocità dei due carrelli dopo la rottura del filo, nell'ipotesi che il carrello di massa minore preceda quello di massa maggiore;

   b) la variazione di energia cinetica del sistema;

   c) la velocità finale del centro di massa del sistema.

2. Dato il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = \alpha y\hat{\imath} + \beta x\hat{\jmath} + \alpha z\hat{k}$ determinare:
   a. le dimensioni fisiche delle costanti *α e β;*
   b. per quali valori delle costanti *α e β* il campo di forze è conservativo e calcolarne in quei casi l'energia potenziale;
   c. trovare il lavoro compiuto dalla forza conservativa con *α*=2, nelle opportune unità del SI, quando sposta il suo punto di applicazione dal punto A di coordinate cartesiane (1,3,1) al punto B di coordinate (4,4,2).

3. Una colonna di marmo (densità di 2,7 kg/dm^3) ha la forma di un parallelepipedo a base quadrata (lato L=30 cm) e altezza h=2,5 m ed è appoggiata in *verticale* su un piano ruvido, inclinato di un angolo θ rispetto ad una direzione orizzontale. Schematizzando il parallelepipedo come una figura piana che appoggia sul piano inclinato solo nei punti A e B in figura (distanti L), determinare:



   a) Le reazioni vincolari nei punti A e B;
   b) Per quali valori di θ la colonna può rimanere in verticale senza cadere;
   c) Il minimo valore del coefficiente di attrito statico in grado di tenere ferma la colonna su un piano inclinato di θ =5°.

Domande:

1. Enunciare e discutere la legge di composizione delle velocità nel problema dei moti relativi.
2. Illustrare il concetto di momento d'inerzia.
3. Spiegare il teorema delle forze vive.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\,m/s^2$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE, Prof. M. Villa

11/01/2013

Compito A

Esercizi:

1. Tre auto A, B, C, di uguale massa M =1575 kg ed inizialmente ferme, vengono collegate fra loro attaccando dei cavi ai paraurti ed il motore di A viene usato per accelerarle tutte e tre, lungo un percorso rettilineo, fino ad una velocità di modulo v=32 km/h. Sapendo che questa velocità è raggiunta dopo una distanza d=60m, determinare, trascurando l'attrito:
    a. il modulo F della forza media applicata dal motore di A;
    b. le tensioni dei cavi di traino: T_{AB} fra A e B e T_{BC} fra B e C.

2. Due dischetti hanno momenti d'inerzia I_1 e I_2 rispetto allo stesso asse fisso coincidente con l'asse di simmetria ad essi perpendicolare. Inizialmente il disco *1* è fermo, mentre il disco *2* ruota intorno all'asse di simmetria con velocità angolare $\vec{\omega}_2 = \omega_2 \hat{k}$. Ad un certo istante i due dischetti vengono a contatto e, a causa dell'attrito tra le due superfici, assumono la stessa velocità angolare ω_f. Ragionando come nel caso di un urto completamente anelastico calcolare le espressioni del modulo di ω_f e dell'energia dissipata ΔE.

3. Il cavo di un ascensore che ha massa *M* si spezza quando il fondo della cabina si trova a distanza *L* dalla sottostante molla ammortizzatrice avente costante elastica *k*. Un dispositivo di sicurezza agisce da freno sulle guide, in modo che esse sviluppino, in caso di emergenza, una forza d'attrito costante di modulo F_a che si oppone alla caduta dell'ascensore. Determinare l'espressione della massima compressione Δx della molla.

4. Sia dato il campo di forze definito dalla relazione
$$\vec{F}(x,y,z) = -\alpha\left[\left(y^3 + 4xz^2\right)\hat{i} + 3xy^2\hat{j} + 4x^2z\hat{k}\right],$$
dove α è una costante dotata delle opportune dimensioni. Determinare:
a) le dimensioni del parametro α;
b) verificare se il campo dato è conservativo e trovare eventualmente l'energia potenziale.

Domande:

1. Enunciare e illustrare il significato dei principali teoremi sul centro di massa.
2. Enunciare e dimostrare il teorema di conservazione dell'energia meccanica.
3. Illustrare le caratteristiche della forza di attrito viscoso.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE, Prof. M. Villa

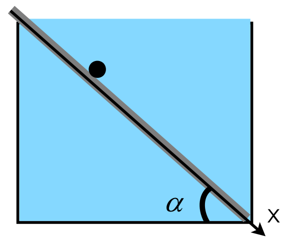
12/02/2013

Compito A

Esercizi:

1) Un carro, schematizzabile come costituito da un cassone avente massa $M=1100\ kg$ e da quattro ruote, ciascuna assimilabile ad un disco omogeneo di massa $m=18\ kg$ e raggio $R=40\ cm$, è lanciato con velocità di modulo v_0 =30 m/s su di una strada asfaltata orizzontale. Il carro si ferma dopo aver percorso un tratto di strada lungo $s=400\ m$. Determinare 1) il lavoro complessivo L_a compiuto dalle forze d'attrito che hanno determinato l'arresto del carro, 2) la forza media e 3) il tempo di arresto assumendo che la forza d'attrito abbia sempre modulo costrante.

2) Un corpo di massa m scivola su di una guida rettilinea liscia, inclinata di un angolo α rispetto all'orizzontale. La guida è immersa in acqua, dove il corpo risente della spinta di Archimede verticale ascendente e pari in modulo al peso della massa d' acqua m_a spostata dal corpo.
Assumendo che la guida giaccia lungo l'asse x di un riferimento cartesiano (orientato nel verso entrante nell'acqua), e trascurando la resistenza al moto dovuta alla viscosità dell'acqua, si scriva l'equazione differenziale che ha come soluzione l'equazione oraria del moto $x=x(t)$ e si classifichi il moto.



3) Dato il campo di forze, $\vec{F}(x,y,z) = -\alpha\left[\left(y^2z+2xz^2\right)\hat{\imath}+2xyz\hat{\jmath}+\left(xy^2+2x^2z\right)\hat{k}\right]$ determinare:

a) le dimensioni fisiche della costante α;
b) se il campo è conservativo e nel caso calcolare l'energia potenziale in un punto P(x,y,z);
c) il lavoro compiuto dalla forza quando sposta il punto di applicazione da R(0,0,0) a S(1,2,3).

Domande:

1) Enunciare e dimostrare il teorema delle forze vive.

2) Definire le circostanze nelle quali la quantità di moto totale di un sistema di punti è soggetta a conservazione.

3) Discutere le condizioni nelle quali si possono avere le piccole oscillazioni nei sistemi meccanici.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\,m/s^2$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE, Prof. M. Villa

12/02/2013

Compito B

Esercizi:

1) Ad un'automobile di massa *M=1400 kg* parcheggiata in discesa con marcia disinserita si rompe il freno a mano. Il veicolo percorre un tratto di strada rettilineo lungo *s=120 m* con pendenza costante di un angolo α=*10°* e va a sbattere contro un albero con velocità di modulo pari a $\sqrt{gs\sin\alpha}$. Trascurando la massa delle ruote, determinare 1) il lavoro complessivo L_a delle forze d'attrito che hanno rallentato l'automobile nella sua discesa fino a poco prima dell'urto, 2) il valore medio delle forze d'attrito e 3) il tempo trascorso tra l'inizio del moto e l'urto assumendo che le forze di attrito abbiano avuto modulo costante.

2) Un punto materiale di massa *m* scivola su di una guida orizzontale liscia, rimanendo attaccato ad un estremo di una molla ideale di costante elastica *k*, il cui altro estremo è fissato alla guida. La guida è immersa nell'acqua, dove il punto materiale risente di una forza di resistenza $\vec{F}_a = -\beta\vec{v}$ (dove β è una costante dotata delle opportune dimensioni) proporzionale al modulo (e opposta in verso) alla sua velocità. Assumendo che la guida giaccia lungo l'asse *x* di un riferimento cartesiano, nel quale l'origine è situata nella posizione di riposo della molla, scrivere l'equazione differenziale che ha come soluzione l'equazione oraria del moto $x=x(t)$ e classificare il moto.

3) Dato il campo di forze, $\vec{F}(x,y,z) = -\beta\left[\left(yz^2 + 2xy^2\right)\hat{\imath} + \left(xz^2 + 2x^2y\right)\hat{\jmath} + 2xyz\hat{k}\right]$ determinare:

a) le dimensioni fisiche della costante β;
b) se il campo è conservativo e nel caso calcolare l'energia potenziale in un punto P(x,y,z);
c) il lavoro compiuto dalla forza quando sposta il punto di applicazione da R(1,2,1) a S(2,-1,2).

Domande:

1) Enunciare e dimostrare il teorema di Konig per i punti materiali.

2) Discutere le condizioni nelle quali è possibile avere la stabilità di un corpo rigido.

3) Illustrare i concetti di velocità e l'accelerazione nel sistema di riferimento intrinseco del moto. Discutere le loro componenti..

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9{,}8\, m/s^2$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE, Prof. M. Villa

12/02/2013

Soluzioni compito A:

Esercizio 1:

Il lavoro complessivo delle forze d'attrito assorbe l'energia cinetica iniziale del carro, nella quale occorre tener conto, applicando il teorema di Koenig, sia della parte traslazionale sia di quella rotazionale delle ruote.

Per ognuna delle quali questa vale $\frac{1}{2}I_{ruota}\omega^2 = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}mR^2\omega^2 = \frac{1}{4}mR^2\frac{v_0^2}{R^2} = \frac{1}{4}mv_0^2.$

Si ha cioè, dal teorema delle forze vive,

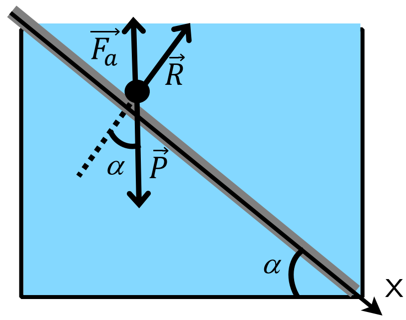
$$L_a = 0 - \frac{1}{2}(M+4m)v_o^2 + 4\times\frac{1}{4}mv_0^2 = -\left(\frac{1}{2}M+3m\right)v_0^2 = 544kJ\ .$$

La forza media è pari al lavoro diviso lo spazio fatto F=La/s; $\overline{F} = L_a / s = 1{,}35\,kN$

Nota l'accelerazione $a = \overline{F}/(M+4*m) = 1{,}16\,m/s^2$, il tempo impiegato a fermarsi vale: $t = \sqrt{2a/s} = 26{,}3\,s$

Esercizio 2

Le forze che agiscono sul corpo sono: la forza peso ($\vec{P}$), la spinta di Archimede ($\vec{F_a}$) e la reazione vincolare della guida ($\vec{R}$) orientate come in figura.



Il secondo principio della dinamica si scrive: $\vec{P} + \vec{F_a} + \vec{R} = m\vec{a}$. Scomponendo lungo l'asse x, definito nel testo, e lungo l'asse y ad esso ortogonale l'equazione si scrive:

$$\begin{cases} mg sin\alpha - m_a g sin\alpha = m\ddot{x} \\ -mg cos\alpha + m_a g cos\alpha + R = 0 \end{cases}$$

per cui l'equazione del moto che si ricava è $m\frac{d^2x}{dt^2} = (m-m_a)g\sin\alpha$ cioè $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{m-m_a}{m}g\sin\alpha$.

Esercizio 3

a) La costante α ha le seguenti dimensioni fisiche:

$[\alpha] = [F]/[L^3] = [M][L^{-2}][T^{-2}]$ e unità di misura N/m^3 oppure $Kg/(m^2s^2)$.

b) Il rotore del campo è nullo, dunque il campo è conservativo. Calcolando il lavoro su un cammino rettilineo a tratti tra l'origine O(0,0,0) ed un punto generico C(x,y,z)

$$L_{OP} = \int_{000}^{x00} F_x\,dx + \int_{x00}^{xy0} F_y\,dy + \int_{xy0}^{xyz} F_z\,dz =$$

Scritto Totale di Fisica Generale T (L)
INGEGNERIA EDILE, Prof. M. Villa
12/02/2013

$$L_{OP} = -\alpha\left[\int_{000}^{x00}\left(y^2z + 2xz^2\right)dx + \int_{x00}^{xy0} 2xyz\,dy + \int_{xy0}^{xyz}\left(xy^2 + 2x^2z\right)dz\right] =$$

$$= -\alpha\left\{\left[xy^2z + x^2z^2\right]_{xy0}^{xyz}\right\} = -\alpha\left(xy^2z + x^2z^2\right)$$

dunque $L_{OP} = V(o,o,o) - V(x,y,z) = -\alpha\left(xy^2z + x^2z^2\right)$

da cui segue l'energia potenziale $V(x,y,z) = \alpha(xy^2z + x^2z^2)$.

c) Il lavoro compiuto dalla forza per spostare il punto di applicazione dal punto R(0,0,0) al punto S(1,2,3) è dato da:

$$L_{RS} = V(R) - V(S) = V(0,0,0) - V(1,2,3) = 0 - \alpha\left(1\cdot 4\cdot 3 + 1\cdot 9\right) = -21\alpha$$