

Primo parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

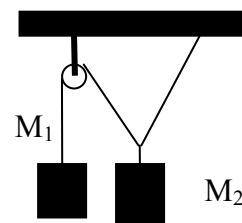
30/04/2013

Compito A

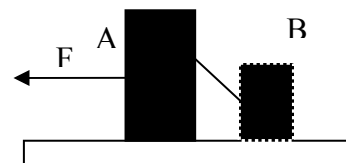
Esercizi:

1. La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore posizione $\vec{r}(t) = 3t^3 \hat{i} + t \hat{j} - 2t^2 \hat{k}$, con r in metri e t in secondi. Calcolare: a) velocità e accelerazione istantanea; b) la velocità vettoriale media fra il tempo $t=0$ s e $t=2$ s; c) il raggio di curvatura al tempo $t=1$ s.
2. Un bambino vuole calciare una palla posta sul terreno in modo che superi un muro alto $h=3$ m. Supponendo che la velocità iniziale della palla sia di 12 m/s, quale deve essere l'angolo minimo di salita affinché il pallone superi il muro? Quanto deve distare il bambino dal muro?

3. Due pesi di massa $M_1=80$ kg e M_2 sono collegati tra loro con fili inestensibili, come mostrato in figura. I due fili inclinati che sostengono M_2 presentano un angolo pari a 30° rispetto a una direzione verticale. Sapendo che tutto il sistema si trova in condizioni statiche, determinare la massa M_2 e la tensione T dei fili. A un certo istante la massa M_1 si stacca dal suo filo di sostegno. Determinare in quell'istante l'accelerazione scalare di M_2 .



4. Un corpo liscio A di massa $M_A=5$ kg, posto su un tavolo, è collegato tramite un filo inclinato di 45° , a un altro corpo B di massa $m_B=M_A/4$ dalla superficie ruvida. Assumendo che sul primo corpo agisca una forza orizzontale $F=12$ N come in figura e il secondo corpo presenti un coefficiente di attrito dinamico corpo-tavolo pari a $\mu_d=0,3$, trovare l'accelerazione comune dei due corpi e la tensione del filo.



Domande:

1. Scrivere le componenti intrinseche dell'accelerazione e commentarle.
2. Spiegare il primo principio della meccanica.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Primo parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

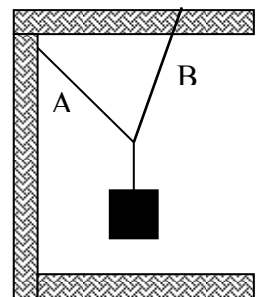
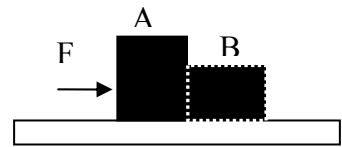
(prof. M. Villa)

30/04/2013

Compito B

Esercizi:

1. Un punto materiale si muove lungo una traiettoria sottoposto all'accelerazione $\vec{a}(t) = 2t\hat{i} + (t^2 + 3)\hat{j}$ con a in metri al secondo² e t in secondi. Sapendo che al tempo $t=0$ s il corpo si trova in posizione $\vec{r}(t=0) = 2\hat{i} + \hat{j}$ (m) con velocità $\vec{v}(t=0) = 3\hat{i}$ (m/s), calcolare la posizione al tempo $t=1$ s.
2. Due treni viaggiano su due binari paralleli in direzioni opposte rispettivamente con velocità $v_A=60$ km/h e $v_B=80$ km/h. All'istante dell'incrocio fra i due treni dal treno A viene lanciato un oggetto con velocità $u=20$ km/h in direzione perpendicolare alla direzione di viaggio del treno. Calcolare modulo direzione e verso della velocità con cui un viaggiatore sul treno B vede l'oggetto lanciato da A.
3. Su un corpo liscio A di massa $M_A=2$ kg, posto su un tavolo, è appoggiato a un altro corpo B di massa $m_B=M_A/2$ dalla superficie ruvida. Assumendo che sul primo corpo agisca una forza $F=3$ N, come in figura e che il secondo corpo presenti un coefficiente di attrito dinamico corpo-tavolo pari a $\mu_d=0,3$, trovare l'accelerazione comune dei due corpi.
4. Un peso di massa $M = 50$ kg è sostenuto attraverso un filo verticale ideale inestensibile che si unisce a due fili, anch'essi ideali ed inestensibili, uno (A) inclinato a 30° e l'altro (B) inclinato di 45° rispetto a una direzione verticale, come in figura. Sapendo che il peso è in condizioni statiche, determinare le tensioni di ogni filo nel sistema.



Domande:

1. Spiegare le condizioni in cui un corpo esteso è in condizioni statiche
2. Definire i concetti di problema diretto e problema inverso di cinematica.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Primo parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

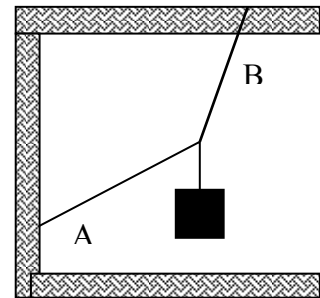
30/04/2013

Compito C

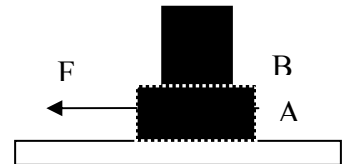
Esercizi:

1. La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore posizione $\vec{r}(t) = t^2 \hat{i} - 3t \hat{j} + t^3 \hat{k}$, con r in metri e t in secondi. Calcolare: a) velocità e accelerazione istantanea; b) la velocità vettoriale media fra il tempo $t=0$ s e $t=2$ s; c) il raggio di curvatura al tempo $t=1$ s.
2. Un automobilista sta viaggiando su una strada rettilinea con una velocità v di 22 m/s. Comincia a frenare con accelerazione costante $a=2.9$ m/s² quando passa accanto a un cartello stradale che segnala uno stop a $D=50$ m. Quanto tempo impiega l'auto a fermarsi e a che distanza dallo stop si ferma? Quale dovrebbe essere la decelerazione affinché l'auto si fermi allo stop?

3. Un peso di massa $M = 80$ kg è collegato a un filo ideale ed inestensibile, fissato sulla parete e sul soffitto di una stanza. Il filo si tende a causa del peso e forma nel primo tratto (A) un angolo pari a 30° con la direzione orizzontale e nel secondo tratto (B) un angolo pari a 60° , sempre rispetto alla direzione orizzontale, come in figura. Sapendo che il peso è in condizioni statiche, determinare le tensioni del filo nei due tratti.



4. Su un corpo ruvido A di massa $M_A=8$ kg, posto su un tavolo, è appoggiato un altro corpo B di massa $m_B=M_A/2$. Sul primo corpo agisce una forza $F=20$ N, come in figura e una forza d'attrito tra piano e corpo A di coefficienti $\mu_s=0,2$ e $\mu_d=0,15$. La forza data riesce a mettere in moto i due corpi? Se sì, trovare l'accelerazione. Se si toglie il corpo B, il corpo A si mette in moto. Con quale accelerazione?



Domande:

1. Illustrare le principali caratteristiche della forza di attrito viscoso.
2. Discutere le diverse definizioni di metro.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Primo parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

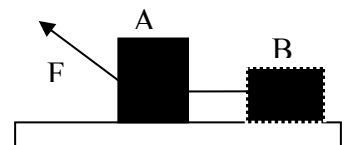
30/04/2013

Compito D

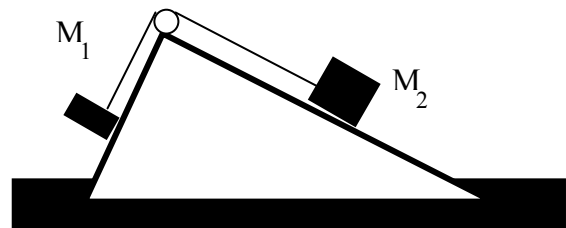
Esercizi:

1. Due automobili viaggiano lungo una strada rettilinea ad una distanza D una dall'altra con velocità pari a $v = 90$ km/h. A un certo istante l'auto davanti frena con accelerazione costante fino a fermarsi in un tratto $L = 50$ m. Il guidatore dietro inizia a frenare dopo $t = 1$ s. Si calcoli: a) l'accelerazione della prima auto; b) il valore minimo della distanza D fra le due automobili affinché non si urtino se la seconda auto imprime la stessa decelerazione.
2. Un giocatore di freccette lancia in orizzontale una freccetta verso il bersaglio puntando al centro O di esso con velocità iniziale v di 10 m/s. Sapendo che la freccetta dopo un tempo $t = 0.3$ s si conficca sul bordo esterno del bersaglio in un punto P lungo la verticale rispetto O calcolare: a) la distanza OP; b) la distanza tra il giocatore e il bersaglio. Con che angolo dovrebbe lanciare la freccetta per colpire il centro del bersaglio?

3. Un corpo liscio A di massa $M_A = 6$ kg, posto su un tavolo, è collegato tramite un filo a un altro corpo B di massa $m_B = M_A/3$ dalla superficie ruvida. Assumendo che sul primo corpo agisca una forza $F = 7$ N, inclinata di 45° come in figura e che il secondo corpo presenti un coefficiente di attrito dinamico corpo-tavolo pari a $\mu_d = 0,2$, trovare l'accelerazione comune dei due corpi e la tensione del filo.



4. Due pesi, di massa $M_1 = 10$ kg e M_2 sono appoggiati su due piani inclinati rispettivamente di 60° e di 30° e sono uniti da un filo teso passante per una carrucola, come in figura. Sapendo che il sistema è in equilibrio stabile, che la massa M_1 non cade grazie al fatto che la superficie su cui appoggia è ruvida e di coefficiente di attrito $\mu_s = 0,5$, e che l'attrito statico è massimo, determinare la tensione nel filo e la massa il valore di M_2 .



Domande:

1. Discutere come cambia la velocità di un punto al variare del sistema di riferimento.
2. In quali condizioni una sbarra può essere in condizioni statiche?

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Primo parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

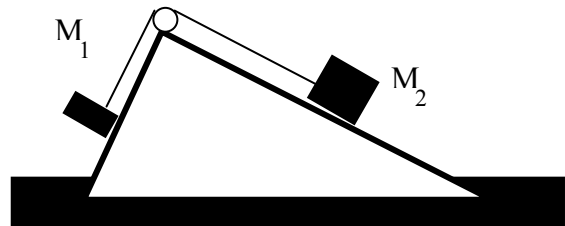
(prof. M. Villa)

30/04/2013

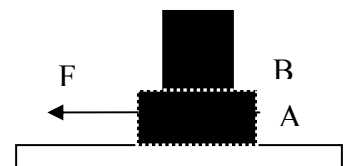
Compito E

Esercizi:

1. La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore posizione $\vec{r}(t) = 3t^3 \hat{i} + t \hat{j} - 2t^2 \hat{k}$, con r in metri e t in secondi. Calcolare: a) velocità e accelerazione istantanea; b) la velocità vettoriale media fra il tempo $t=0$ s e $t=4$ s; c) il raggio di curvatura al tempo $t=2$ s.
2. Due treni viaggiano su due binari paralleli in direzioni opposte rispettivamente con velocità $v_A=50$ km/h e $v_B=90$ km/h. All'istante dell'incrocio fra i due treni dal treno A viene lanciato un oggetto con velocità $u=15$ km/h in direzione perpendicolare alla direzione di viaggio del treno. Calcolare modulo direzione e verso della velocità con cui un viaggiatore sul treno B vede l'oggetto lanciato da A.
3. Due pesi, di massa $M_1 = 20$ kg e M_2 sono appoggiati su due piani inclinati rispettivamente di 60° e di 30° e sono uniti da un filo teso passante per una carrucola, come in figura. Sapendo che il sistema è in equilibrio stabile, che la massa M_1 non scivola grazie al fatto che la superficie su cui appoggia è ruvida e di coefficiente di attrito $\mu_s=0,4$, e che l'attrito statico è massimo, determinare la tensione nel filo e la massa il valore di M_2 .



4. Su un corpo ruvido A di massa $M_A=8$ kg, posto su un tavolo, è appoggiato un altro corpo B di massa $m_B=M_A/2$. Sul primo corpo agisce una forza $F=32$ N, come in figura e una forza d'attrito tra piano e corpo A di coefficienti $\mu_s=0,2$ e $\mu_d=0,15$. La forza data riesce a mettere in moto i due corpi? Se sì, trovare l'accelerazione. Se si toglie il corpo B, il corpo A si mette in moto. Con quale accelerazione?



Domande:

1. Scrivere le componenti intrinseche dell'accelerazione e commentarle.
2. Spiegare il secondo principio della meccanica.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Primo parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

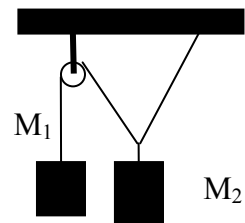
30/04/2013

Compito F

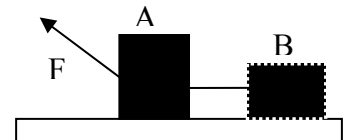
Esercizi:

1. Un automobilista sta viaggiando su una strada rettilinea con una velocità v di 20 m/s. Comincia a frenare con accelerazione costante $a=2.5 \text{ m/s}^2$ quando passa accanto a un cartello stradale che segnala uno stop a $D=50 \text{ m}$. Quanto tempo impiega l'auto a fermarsi e a che distanza dallo stop si ferma? Quale dovrebbe essere la decelerazione affinché l'auto si fermi allo stop?
2. Un punto materiale si muove lungo una traiettoria sottoposto all'accelerazione $\vec{a}(t) = 2t\hat{i} + (t^2 + 3)\hat{j}$ con a in metri al secondo² e t in secondi. Sapendo che al tempo $t=0 \text{ s}$ il corpo si trova in posizione $\vec{r}(t=0) = \hat{i} + 2\hat{j}$ (m) con velocità $\vec{v}(t=0) = 3\hat{i}$ (m/s), calcolare la posizione al tempo $t=2 \text{ s}$.

3. Due pesi di massa $M_1=60 \text{ kg}$ e M_2 sono collegati tra loro con fili inestensibili, come mostrato in figura. I due fili inclinati che sostengono M_2 presentano un angolo pari a 30° rispetto a una direzione verticale. Sapendo che tutto il sistema si trova in condizioni statiche, determinare la massa M_2 e la tensione T dei fili. A un certo istante la massa M_1 si stacca dal suo filo di sostegno. Determinare in quell'istante l'accelerazione scalare di M_2 .



4. Un corpo liscio A di massa $M_A=6 \text{ kg}$, posto su un tavolo, è collegato tramite un filo a un altro corpo B di massa $m_B=M_A/3$ dalla superficie ruvida. Assumendo che sul primo corpo agisca una forza $F=7 \text{ N}$, inclinata di 45° come in figura e che il secondo corpo presenti un coefficiente di attrito dinamico corpo-tavolo pari a $\mu_d=0,2$, trovare l'accelerazione comune dei due corpi e la tensione del filo.



Domande:

1. Spiegare le condizioni in cui un corpo esteso è in condizioni statiche
2. Spiegare la relazione tra le velocità misurate rispetto a due sistemi di riferimento in moto arbitrario tra loro.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Primo parziale di Fisica Generale T (L)

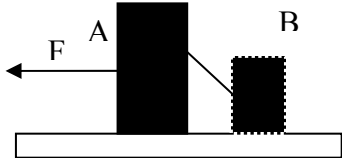
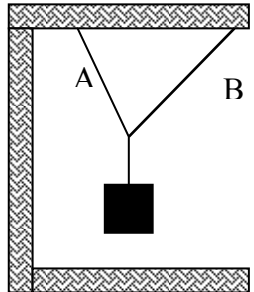
INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

30/04/2013

Compito G

Esercizi:

1. La posizione di un punto materiale è individuata dal vettore posizione $\vec{r}(t) = 2t^3 \hat{i} - t^2 \hat{j} + 3t \hat{k}$, con r in metri e t in secondi. Calcolare: a) velocità e accelerazione istantanea; b) la velocità vettoriale media fra il tempo $t=0$ s e $t=2$ s; c) il raggio di curvatura al tempo $t=1$ s.
2. Un giocatore di freccette lancia in orizzontale una freccetta verso il bersaglio puntando al centro O di esso con velocità iniziale v di 12 m/s. Sapendo che la freccetta dopo un tempo $t=0.25$ s si conficca sul bordo esterno del bersaglio in un punto P lungo la verticale rispetto O calcolare: a) la distanza OP; b) la distanza tra il giocatore e il bersaglio. Con che angolo dovrebbe lanciare la freccetta per colpire il centro del bersaglio?
3. Un corpo liscio A di massa $M_A=5$ kg, posto su un tavolo, è collegato tramite un filo inclinato di 45° , a un altro corpo B di massa $m_B=M_A/4$ dalla superficie ruvida. Assumendo che sul primo corpo agisca una forza orizzontale $F=12$ N come in figura e il secondo corpo presenti un coefficiente di attrito dinamico corpo-tavolo pari a $\mu_d=0,3$, trovare l'accelerazione comune dei due corpi e la tensione del filo.
4. Un peso di massa $M = 50$ kg è sostenuto attraverso un filo verticale ideale inestensibile che si unisce a due fili, anch'essi ideali ed inestensibili, uno (A) inclinato a 45° e l'altro (B) inclinato di 30° rispetto a una direzione verticale, come in figura. Sapendo che il peso è in condizioni statiche, determinare le tensioni di ogni filo nel sistema.

Domande:

1. Illustrare le principali caratteristiche della forza di attrito viscoso.
2. Cosa sono le dimensioni di una grandezza fisica? Sono utili?

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Primo parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

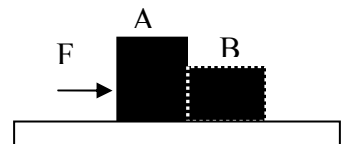
(prof. M. Villa)

30/04/2013

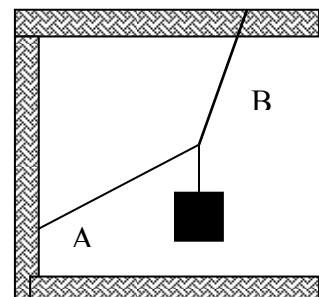
Compito H

Esercizi:

1. Due automobili viaggiano lungo una strada rettilinea ad una distanza D una dall'altra con velocità pari a $v = 108 \text{ km/h}$. A un certo istante l'auto davanti frena con accelerazione costante fino a fermarsi in un tratto $L = 80 \text{ m}$. Il guidatore dietro inizia a frenare dopo $t = 2 \text{ s}$. Si calcoli: a) l'accelerazione della prima auto; b) il valore minimo della distanza D fra le due automobili affinché non si urtino se la seconda auto imprime la stessa decelerazione.
2. Un bambino vuole calciare una palla posta sul terreno in modo che superi un muro alto $h = 4 \text{ m}$. Supponendo che la velocità iniziale della palla sia di 18 m/s , quale deve essere l'angolo minimo di salita affinché il pallone superi il muro? Quanto deve distare il bambino dal muro?
3. Su un corpo liscio A di massa $M_A = 2 \text{ kg}$, posto su un tavolo, è appoggiato a un altro corpo B di massa $m_B = M_A/2$ dalla superficie ruvida. Assumendo che sul primo corpo agisca una forza $F = 3 \text{ N}$, come in figura e che il secondo corpo presenti un coefficiente di attrito dinamico corpo-tavolo pari a $\mu_d = 0,3$, trovare l'accelerazione comune dei due corpi.



4. Un corpo di massa $M = 25 \text{ kg}$ è collegato a un filo ideale ed inestensibile, fissato sulla parete e sul soffitto di una stanza. Il filo si tende a causa del peso e forma nel primo tratto (A) un angolo pari a 30° con la direzione orizzontale e nel secondo tratto (B) un angolo pari a 60° , sempre rispetto alla direzione orizzontale, come in figura. Sapendo che il peso è in condizioni statiche, determinare le tensioni del filo nei due tratti.



Domande:

1. In quali condizioni un corpo esteso può essere in condizioni statiche?
2. Spiegare come è fatto un dinamometro e come funziona.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Secondo scritto parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

14/06/2013

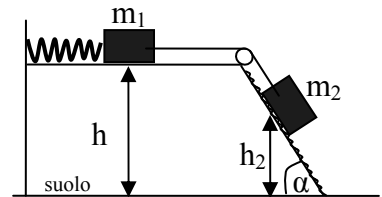
Compito A

Esercizi:

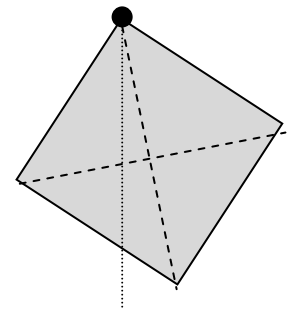
1. Dato il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = 2\alpha xz\hat{i} - \beta z^2\hat{j} + (\alpha x^2 - 2\beta yz)\hat{k}$ determinare:
 - a) le dimensioni fisiche delle costanti α e β ;
 - b) se il campo di forze è conservativo e nel caso calcolarne l'energia potenziale;
 - c) il lavoro fatto dalla forza quando sposta il punto di applicazione da $R(0,1,-2)$ a $S(1,2,2)$.
2. Su un piano orizzontale liscio posto ad un'altezza $h = 1\text{ m}$ rispetto al suolo è appoggiata una massa $m_1 = 1\text{ kg}$ collegata da una parte ad una molla di massa trascurabile, costante elastica $k = 100\text{ N/m}$, lunghezza a riposo nulla, fissata al muro e dall'altra ad una corda inestensibile, di massa trascurabile a sua volta attaccata ad una massa $m_2 = 2\text{ kg}$ posta su un piano inclinato di un angolo $\alpha = 45^\circ$, scabro ($\mu_s = 0.2$ e $\mu_d = 0.1$) e ad un'altezza $h_2 = 0.5\text{ m}$ (vedi figura). Supponendo la carrucola ideale e di massa trascurabile e che il sistema sia in quiete, determinare:
 - a. l'allungamento della molla.

Ad un certo istante la molla si rompe, determinare:

- b. l'accelerazione del sistema;
- c. la velocità con cui m_2 giunge al suolo (ipotizzando che m_1 si trovi ancora sul piano orizzontale).



3. Calcolare il momento d'inerzia di una piastra quadrata di lato L e massa M che, appesa per un suo vertice, ruota in un piano parallelo alla sua superficie.



Domande:

1. Enunciare e dimostrare il teorema delle forze vive.
2. Definire il momento d'inerzia ed illustrarne le principali caratteristiche.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere alle due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\text{ m/s}^2$

Secondo scritto parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

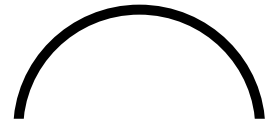
(prof. M. Villa)

14/06/2013

Compito B

Esercizi:

- Una sfera di massa $m=1$ kg e raggio r (e quindi di momento d'inerzia $I=2mr^2/5$), rotola senza strisciare su una superficie orizzontale liscia alla velocità di 5 m/s fino a raggiungere la base di un piano inclinato di 30° . Calcolare:
 - l'energia cinetica della sfera sul piano orizzontale;
 - l'altezza massima sul piano inclinato raggiunta dalla sfera se continua a rotolare senza strisciare.
- Dato il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = (\alpha y^2 + 2\beta xz)\hat{i} + 2\alpha yx\hat{j} + \beta x^2\hat{k}$ determinare:
 - le dimensioni fisiche delle costanti α e β ;
 - se il campo di forze è conservativo e nel caso calcolarne l'energia potenziale;
 - il lavoro fatto dalla forza quando sposta il punto di applicazione da $R(0,1,2)$ a $S(1,-2,2)$.
- Calcolare la posizione del centro di massa di una figura piana di massa M costituita da un arco di 180° di raggio R .



Domande:

- Enunciare e discutere il teorema di conservazione dell'energia meccanica.
- Definire il momento angolare e discutere la sua applicazione in casi concreti.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere alle due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Secondo scritto parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

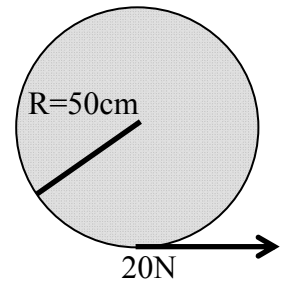
14/06/2013

Compito C

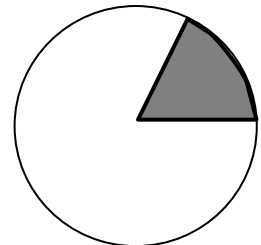
Esercizi:

1. Data una forza di energia potenziale $V(x, y, z) = \alpha x + \beta z^2$, trovare:
 - a. l'espressione della forza;
 - b. le dimensioni delle costanti α e β ;
 - c. il moto di un punto di massa m lasciato in $A(0,0,3)$ con velocità nulla.

2. Un disco pieno omogeneo di massa 10 kg e raggio 50 cm è posato di piatto su un piano orizzontale privo di attrito. La figura mostra la visione dall'alto dell'oggetto. Una corda è arrotolata lungo il bordo esterno del disco e una forza costante di modulo $F=20 \text{ N}$ è applicata alla corda. Determinare:
 - a) l'accelerazione angolare del cilindro;
 - b) l'accelerazione del centro di massa;
 - c) la velocità del centro di massa dopo che il centro del disco ha percorso un tratto di $L=7 \text{ m}$.



3. Calcolare la posizione del centro di massa di una figura piana di massa M costituita da $1/6$ di disco di raggio R . Introdurre un SdR con origine nel vertice del settore circolare.



Domande:

1. Discutere le equazioni cardinali della dinamica dei sistemi.
2. Discutere le principali leggi di conservazione in meccanica.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere alle due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Secondo scritto parziale di Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

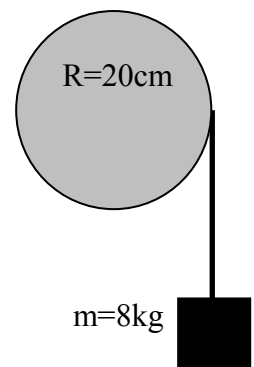
14/06/2013

Compito D

Esercizi:

1. Data una forza di energia potenziale $V(x, y, z) = \alpha y^2 - \beta z^3$, trovare:
 - a) l'espressione della forza;
 - b) le dimensioni delle costanti α e β ;
 - c) il moto di un punto di massa m lasciato in $A(1,2,0)$ con velocità nulla.

2. Una ruota di raggio $R=20\text{ cm}$ è vincolata a ruotare attorno al suo centro fissato rigidamente in un piano verticale. Attorno alla ruota è arrotolata una fune inestensibile di massa trascurabile al cui estremo è legato un peso di massa $m=8\text{ kg}$. Il peso cade verticalmente di $2m$ in $4s$ partendo da fermo. Calcolare:
 - a) l'accelerazione angolare della ruota;
 - b) il momento d'inerzia della ruota.



3. Calcolare il momento d'inerzia di un'asta di lunghezza L e massa M che ruota attorno ad un punto posto a distanza $L/3$ da un estremo.

Domande:

1. Spiegare il terzo principio della meccanica.
2. Discutere il teorema di König per punti materiali.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere alle due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\text{ m/s}^2$

Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

14/06/2013

Compito A

Esercizi:

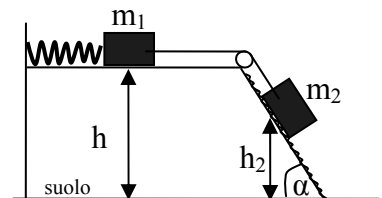
- Una vite cade dal soffitto di un vagone di un treno, mentre questo sta percorrendo un tratto rettilineo di binario con una accelerazione $a=1,5 \text{ m/s}^2$. Si determini:
 - L'accelerazione della vite rispetto al treno;
 - L'accelerazione della vite rispetto al terreno;
 - Si descriva la traiettoria della vite rispetto ad un osservatore nel vagone (usare un SdR con origine nella posizione iniziale della vite, asse x nella direzione di moto del vagone e asse y verticale verso l'alto).

- Dato il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = 2\alpha x\hat{i} - \beta z^2\hat{j} + (\alpha x^2 - 2\beta yz)\hat{k}$ determinare:

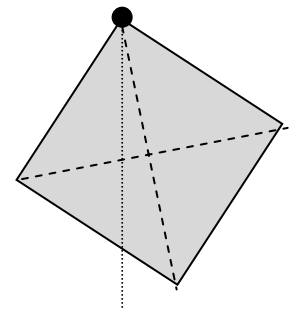
- le dimensioni fisiche delle costanti α e β ;
- se il campo di forze è conservativo e nel caso calcolarne l'energia potenziale;
- il lavoro fatto dalla forza quando sposta il punto di applicazione da R(0,1,-2) a S (1,2,2).

- Su un piano orizzontale liscio posto ad un'altezza $h=1 \text{ m}$ rispetto al suolo è appoggiata una massa $m_1=1 \text{ kg}$ collegata da una parte ad una molla di massa trascurabile, costante elastica $k=100 \text{ N/m}$, lunghezza a riposo nulla, fissata al muro e dall'altra ad una corda inestensibile, di massa trascurabile a sua volta attaccata ad una massa $m_2=2 \text{ kg}$ posta su un piano inclinato di un angolo $\alpha=45^\circ$, scabro ($\mu_s=0.2$ e $\mu_d=0.1$) e ad un'altezza $h_2=0.5 \text{ m}$ (vedi figura), Supponendo la carrucola ideale e di massa trascurabile e che il sistema sia in quiete, determinare:

- l'allungamento della molla.
Ad un certo istante la molla si rompe, determinare:
- l'accelerazione del sistema;
- la velocità con cui m_2 giunge al suolo (ipotizzando che m_1 si trovi ancora sul piano orizzontale).



- Calcolare il momento d'inerzia di una piastra quadrata di lato L e massa M che, appesa per un suo vertice, ruota in un piano parallelo alla sua superficie.



Domande:

- Enunciare e dimostrare il teorema delle forze vive.
- Definire il momento d'inerzia ed illustrarne le principali caratteristiche.
- Discutere la relazione tra le accelerazioni di un punto materiale come misurate da due sistemi di riferimento in moto relativo.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

14/06/2013

Compito B

Esercizi:

1. La posizione di un punto materiale è $\vec{r}(t) = \frac{t^3}{3}\hat{i} + \frac{t^2}{\sqrt{2}}\hat{j} + t\hat{k}$ con r in metri e t in secondi.

Calcolare:

- velocità vettoriale media fra i punti $t_1 = 0$ s e $t_2 = 2$ s;
 - l'accelerazione vettoriale media fra gli stessi istanti di tempo;
 - raggio di curvatura a $t = 0$ s.
2. Una sfera di massa $m=1$ kg e raggio r (e quindi di momento d'inerzia $I=2mr^2/5$), rotola senza strisciare su una superficie orizzontale liscia alla velocità di 5 m/s fino a raggiungere la base di un piano inclinato di 30° . Calcolare:
- l'energia cinetica della sfera sul piano orizzontale;
 - l'altezza massima sul piano inclinato raggiunta dalla sfera se continua a rotolare senza strisciare.
3. Dato il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = (\alpha y^2 + 2\beta xz)\hat{i} + 2\alpha yx\hat{j} + \beta x^2\hat{k}$ determinare:
- le dimensioni fisiche delle costanti α e β ;
 - se il campo di forze è conservativo e nel caso calcolarne l'energia potenziale;
 - il lavoro fatto dalla forza quando sposta il punto di applicazione da R(0,1,2) a S (1,-2,2).
4. Calcolare la posizione del centro di massa di una figura piana di massa M costituita da un arco di 180° di raggio R.



Domande:

- Enunciare e discutere il teorema di conservazione dell'energia meccanica.
- Definire il momento angolare e discutere la sua applicazione in casi concreti.
- Discutere la relazione tra le velocità di un punto materiale come misurate da due sistemi di riferimento in moto relativo.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

14/06/2013

Compito C

Esercizi:

1. La posizione di un punto materiale è $\vec{r}(t) = 2t^4\hat{i} - (2t-1)\hat{j} + t^2\hat{k}$ con r in metri e t in secondi.

Calcolare:

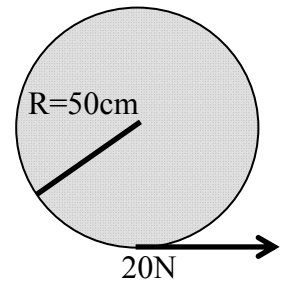
- velocità e accelerazione istantanea;
- velocità vettoriale media fra i punti $t_1 = 0$ s e $t_2 = 2$ s;
- raggio di curvatura a $t = 0$ s.

2. Data una forza di energia potenziale $V(x, y, z) = \alpha x + \beta z^2$, trovare:

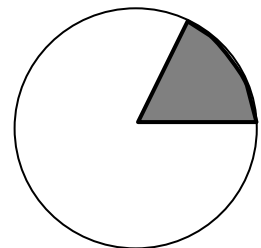
- l'espressione della forza;
- le dimensioni delle costanti α e β ;
- il moto di un punto di massa m lasciato in $A(0,0,3)$ con velocità nulla.

3. Un disco pieno omogeneo di massa 10 kg e raggio 50 cm è posato di piatto su un piano orizzontale privo di attrito. La figura mostra la visione dall'alto dell'oggetto. Una corda è arrotolata lungo il bordo esterno del disco e una forza costante di modulo $F=20$ N è applicata alla corda. Determinare:

- l'accelerazione angolare del cilindro;
- l'accelerazione del centro di massa;
- la velocità del centro di massa dopo che il centro del disco ha percorso un tratto di $L=7m$.



4. Calcolare la posizione del centro di massa di una figura piana di massa M costituita da $1/6$ di disco di raggio R . Introdurre un SdR con origine nel vertice del settore circolare.



Domande:

- Illustrare le principali caratteristiche delle forze di attrito.
- Discutere le equazioni cardinali della dinamica dei sistemi.
- Discutere le principali leggi di conservazione in meccanica.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(prof. M. Villa)

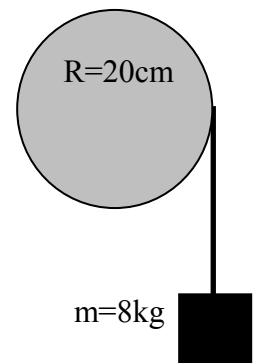
14/06/2013

Compito D

Esercizi:

- Una macchina in moto a velocità $v=10 \text{ m/s}$ sta percorrendo una curva con raggio di curvatura $R=50 \text{ m}$ quando, lo specchietto retrovisore interno all'abitacolo, di massa $m=200 \text{ g}$, si sgancia dal suo supporto e cade. Calcolare:
 - L'entità di tutte le forze reali ed apparenti applicate sullo specchietto nel sistema di riferimento della macchina;
 - accelerazione dello specchietto al momento del distacco calcolata rispetto al sistema di riferimento della macchina e della strada.
- Data una forza di energia potenziale $V(x, y, z) = \alpha y^2 - \beta z^3$, trovare:
 - l'espressione della forza;
 - le dimensioni delle costanti α e β ;
 - il moto di un punto di massa m lasciato in $A(1,2,0)$ con velocità nulla.

- Una ruota di raggio $R=20 \text{ cm}$ è vincolata a ruotare attorno al suo centro fissato rigidamente in un piano verticale. Attorno alla ruota è arrotolata una fune inestensibile di massa trascurabile al cui estremo è legato un peso di massa $m=8 \text{ kg}$. Il peso cade verticalmente di 2 m in 4 s partendo da fermo. Calcolare:
 - l'accelerazione angolare della ruota;
 - il momento d'inerzia della ruota.



- Calcolare il momento d'inerzia di un'asta di lunghezza L e massa M che ruota attorno ad un punto posto a distanza $L/3$ da un estremo.

Domande:

- In quali condizioni un'asta è in condizioni statiche? Che relazione vi è tra le condizioni della statica e le equazioni cardinali?
- Spiegare il terzo principio della meccanica.
- Discutere il teorema di König per punti materiali.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(Prof. Mauro Villa)

02/07/2013

Compito A

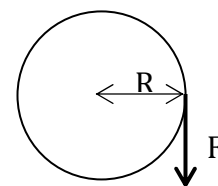
Esercizi:

- 1) L'energia potenziale di un campo di forze è pari a $V(x, y, z) = \alpha x^2 + \beta y$. Determinare:
- l'espressione della forza;
 - le dimensioni fisiche delle costanti α e β ;
 - le equazioni del moto di un corpo di massa m lasciato nel punto $R(2,0,3)$ con velocità iniziale pari a $(0,0,1)$ m/s, sapendo che le costanti α e β sono positive.

- 2) Un punto materiale di massa $m_1=0,1$ kg si muove lungo un piano orizzontale liscio con velocità $v=4$ m/s. A un certo istante il corpo 1 urta elasticamente un secondo punto materiale di massa $m_2=0,5$ kg inizialmente fermo. Calcolare le velocità dei due corpi dopo l'urto.



- 3) Un disco di raggio $R=20$ cm e massa $M=5$ kg sta ruotando attorno ad un suo asse di simmetria con una velocità angolare iniziale $\omega=15$ rad/s. A partire dall'istante $t=0$ s, esso subisce l'azione di una forza frenante di modulo $F=2$ N applicata tangenzialmente al bordo del disco stesso, come in figura. Calcolare:



- l'accelerazione angolare;
- la velocità angolare dopo 3 s;
- il lavoro compiuto dalla forza per fermare il disco.

Domande:

- Enunciare e spiegare il significato della prima equazione cardinale.
- Enunciare e spiegare il teorema di Koenig dell'energia cinetica per i corpi rigidi.
- Enunciare e dimostrare il teorema delle forze vive.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere alle due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(Prof. Mauro Villa)

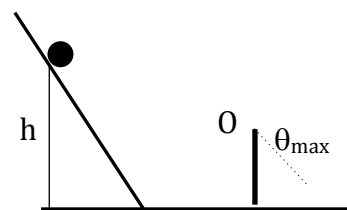
02/07/2013

Compito B

Esercizi:

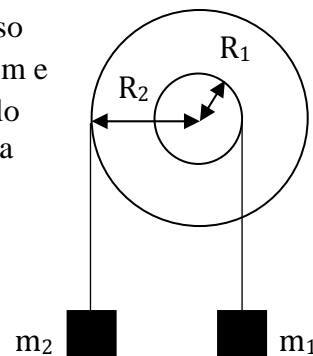
- 1) Dato il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = (-\alpha yz^2 + \beta y)\hat{i} + (-\alpha xz^2 + \beta x)\hat{j} - 2\alpha xyz\hat{k}$ determinare:
- le dimensioni fisiche delle costanti α e β ;
 - se il campo di forze è conservativo e nel caso calcolarne l'energia potenziale;
 - il lavoro fatto dalla forza per spostare il punto di applicazione da A(1,2,-1) a B(1,1,0).

- 2) Un punto materiale di massa $m=0,1$ kg parte da fermo sulla sommità di un piano inclinato liscio da un'altezza $h=2$ m rispetto a un piano orizzontale. Giunto alla fine del piano, m urta in modo perfettamente anelastico l'estremo inferiore di una sbarra ferma, lunga $L=50$ cm di massa $M=0,8$ kg vincolata a ruotare attorno a un asse perpendicolare ad essa passante per il suo estremo superiore O. Calcolare:



- la velocità con cui il punto urta la sbarra;
- l'angolo massimo a cui arriva la sbarra.

- 3) Il sistema di pulegge riportato in figura è libero di ruotare attorno a un asse fisso orizzontale ed ha un momento d'inerzia pari a $I=5\text{ kg}\cdot\text{m}^2$, raggio minore $R_1=20$ cm e raggio maggiore $R_2=40$ cm. Grazie a una massa $m_1=80$ kg collegata tramite un filo ideale avvolto sulla ruota interna, il sistema solleva una massa $m_2=30$ kg collegata tramite un filo avvolto alla ruota esterna. Determinare:



- l'accelerazione angolare del sistema;
- le tensioni delle funi che tengono appese le masse.

Domande:

- Enunciare e spiegare il significato della seconda equazione cardinale.
- Enunciare e spiegare il teorema di Huygens-Steiner.
- Enunciare e dimostrare il teorema di conservazione dell'energia meccanica.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere alle due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\text{ m/s}^2$

Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(Prof. Mauro Villa)

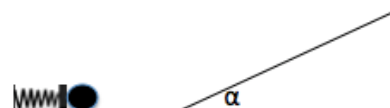
16/07/2013

Compito A

Esercizi:

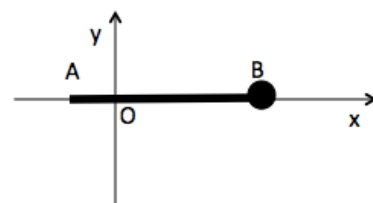
- 1) L'energia potenziale di un campo di forze è pari a $V(x, y, z) = \alpha y^2 + \beta z^2$. Determinare:
- l'espressione della forza;
 - le dimensioni fisiche delle costanti α e β ;
 - le equazioni del moto di un corpo di massa m lasciato nel punto $R(2,1,0)$ con velocità iniziale pari a $(1,0,1)$ m/s, sapendo che le costanti α e β sono positive.

- 2) Un punto materiale di massa $m=5\text{kg}$ è inizialmente attaccato a una molla ideale, di costante elastica $k=100\text{ N/m}$ compressa di una quantità $D=40\text{cm}$, posta su un piano orizzontale liscio. A un certo istante la molla viene lasciata libera di espandersi. Il punto materiale nel suo moto incontra un piano inclinato di $\alpha=15^\circ$ scabro con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d=0,2$. Calcolare:



- la velocità con cui il punto raggiunge il piano inclinato;
- l'altezza massima raggiunta dal punto sul piano inclinato;

- 3) Un'asta di lunghezza $L=20\text{ cm}$ e massa $M=1\text{ kg}$ è vincolata a ruotare in un piano verticale attorno a un asse orizzontale passante a distanza $L/4$ dal suo estremo A. All'altro estremo B dell'asta è attaccato un punto materiale di massa $m=0,3\text{ kg}$. Il sistema è inizialmente posto in posizione orizzontale. A un certo istante viene lasciato libero di muoversi. Calcolare:



- il momento d'inerzia del sistema;
- l'accelerazione angolare del sistema;
- la velocità angolare del sistema quando ha compiuto una rotazione di 60° .

Domande:

- Enunciare e spiegare il significato del terzo principio della dinamica.
- Enunciare e spiegare il secondo teorema del centro di massa.
- Illustrare brevemente le caratteristiche delle forze di attrito di contatto.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere alle due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8\text{ m/s}^2$

Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(Prof. Mauro Villa)

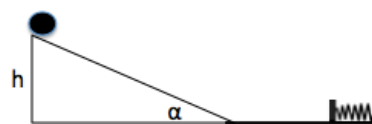
16/07/2013

Compito B

Esercizi:

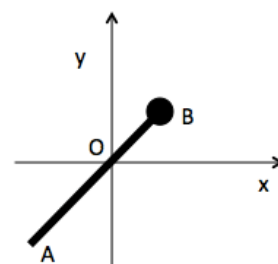
- 1) Dato il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = \alpha yz\hat{i} - \beta xz\hat{j} + \alpha xy\hat{k}$ determinare:
- le dimensioni fisiche delle costanti α e β ;
 - per quale condizione su α e β il campo di forze è conservativo;
 - calcolare l'energia potenziale nell'ipotesi che $\alpha=2$ e $\beta=-2$ nelle opportune unità del SI.

- 2) Un punto materiale di massa $m=0,2$ kg è inizialmente fermo alla sommità di un piano alto $h=2$ m inclinato di $\alpha=30^\circ$ che presenta un coefficiente di attrito dinamico di $\mu_d=0,3$. Alla fine del piano inclinato il punto si muove lungo un piano orizzontale liscio fino ad incontrare una molla di costante elastica $k=80$ N/m che comprime completamente. Calcolare:



- la velocità con cui il punto arriva sul piano orizzontale;
- la compressione massima della molla.

- 3) Un'asta di lunghezza $L=30$ cm e massa $M=2$ kg è vincolata a ruotare in un piano verticale attorno a un asse orizzontale passante a distanza $2/3 L$ dal suo estremo A. All'altro estremo B dell'asta è attaccato un punto materiale di massa $m=1.5$ kg. Il sistema è inizialmente posto in modo da formare un angolo di 45° rispetto alla verticale. A un certo istante viene lasciato libero di muoversi. Calcolare:



- il momento d'inerzia del sistema;
- l'accelerazione angolare del sistema;
- la velocità angolare del sistema quando arriva in posizione orizzontale.

Domande:

- Enunciare e spiegare le condizioni affinché un sistema rigido sia in condizioni statiche.
- Enunciare e spiegare il teorema di Koenig per sistemi di punti materiali.
- Illustrare brevemente le caratteristiche della forza elastica.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere alle due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(Prof. Mauro Villa)

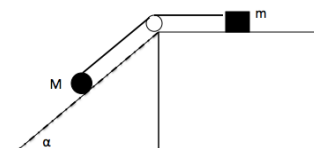
04/09/2013

Compito A

Esercizi:

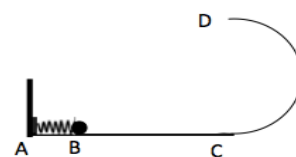
- 1) L'energia potenziale di un campo di forze è pari a $V(x, y, z) = \alpha x + \beta y^2$. Determinare:
- l'espressione della forza;
 - le dimensioni fisiche delle costanti α e β ;
 - le equazioni del moto di un corpo di massa m lasciato nel punto $A(2, 1, 1)$ con velocità iniziale pari a $(3, 0, 2)$ m/s, sapendo che le costanti α e β sono positive.

- 2) Un cilindro omogeneo di massa $M = 3$ kg e raggio $R = 20$ cm rotola senza strisciare su un piano scabro con coefficiente di attrito statico $\mu_s = 0,25$ inclinato di un angolo di 30° . Attorno al cilindro è avvolta una fune inestensibile di massa trascurabile al cui altro estremo è attaccato un corpo puntiforme di massa $m = 0,5$ kg attraverso una carrucola ideale (vedi figura). Calcolare:
- la tensione della fune che collega i due corpi;
 - l'accelerazione del corpo puntiforme.



Se ad un certo istante il filo che lega le due masse si rompe, calcolare l'accelerazione del cilindro.

- 3) Una guida meccanica disposta in un piano verticale è formata da un tratto AB orizzontale liscio, un tratto BC orizzontale lungo $L = 2$ m con coefficiente di attrito dinamico $\mu_D = 0,3$ e un tratto CD pari a una semicirconferenza di raggio $R = 1$ m (vedi figura). Una molla ideale di lunghezza a riposo pari a AB e di costante elastica $K = 300$ N/m è adagiata sul tratto AB e vincolata in A. Un corpo puntiforme di massa $m = 2$ kg comprime la molla di una quantità $\Delta x = 0,4$ m. Ad un certo istante la molla viene lasciata libera di espandersi. Calcolare:
- la velocità del corpo quando si stacca dalla molla;
 - la velocità nel punto C;
 - l'altezza massima raggiunta dal punto sulla semicirconferenza.



Domande:

- Enunciare e spiegare il significato della seconda equazione cardinale della dinamica.
- Enunciare e spiegare il teorema delle forze vive.
- Illustrare brevemente le caratteristiche delle forze fittizie.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere alle tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo.

Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(Prof. Mauro Villa)

04/09/2013

Compito B

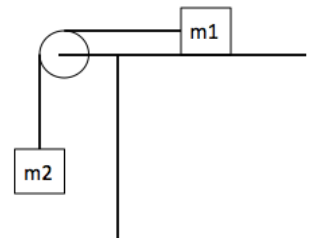
Esercizi:

- 1) Dato il campo di forze $\vec{F}(x, y, z) = -\alpha yz\hat{i} + (2\beta yz - \alpha xz)\hat{j} + (\beta y^2 - \alpha xy)\hat{k}$ determinare:
- le dimensioni fisiche delle costanti α e β ;
 - se il campo di forze è conservativo e nel caso calcolarne l'energia potenziale;
 - il lavoro fatto dalla forza per spostare il punto di applicazione da A (1,0,3) a B (2,3,1).

2) Due masse $m_1=2$ kg e $m_2=3$ kg sono collegate tra loro da una fune inestensibile di massa trascurabile passante sopra una carrucola reale di raggio $R=30$ cm e massa $M=2$ kg (vedi figura). La massa m_1 scivola lungo un piano orizzontale liscio mentre la massa m_2 è appesa verticalmente. Determinare:

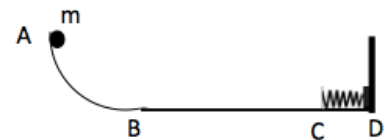
- l'accelerazione delle masse;
- le tensioni dei fili che reggono le masse.

Se ad un certo istante il filo che lega la massa m_1 e la carrucola si rompe, calcolare l'accelerazione della massa m_2 .



3) Una guida meccanica disposta in un piano verticale è formata da un tratto AB pari a un quarto di circonferenza di raggio $R=2$ m, un tratto BC orizzontale lungo $L=3$ m con coefficiente di attrito dinamico $\mu_D=0,25$ e un tratto CD orizzontale liscio su cui è appoggiata una molla ideale lunga quanto CD e vincolata in D (vedi figura). Un corpo puntiforme di massa $m=1$ kg viene lasciato andare da fermo dal punto A e arriva nel tratto CD comprimendo la molla al massimo di $\Delta x=0,2$ m. Calcolare:

- la velocità del corpo nel punto B;
- la velocità nel punto C;
- la costante elastica della molla.



Domande:

- Enunciare e spiegare la prima equazione cardinale della dinamica.
- Enunciare e spiegare il primo teorema del centro di massa.
- Illustrare brevemente le caratteristiche delle forze conservative.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere alle tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

(Prof. Mauro Villa)

09/01/2014

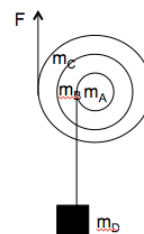
Compito A

Esercizi:

1) Sia dato il campo di forze $\vec{F}(x, y) = \alpha[(y^2 - x^2)\hat{i} + \beta xy\hat{j}]$ nel piano (x, y) . Determinare:

- nel caso $\alpha=1, \beta=3$ il lavoro fatto per spostare un punto materiale dall'origine $O(0,0)$ del sistema di riferimento (x, y) al punto $A(3, 3)$ lungo un percorso che parte dall'origine, si sposta lungo l'asse x fino al punto $(3,0)$ e poi parallelo all'asse y fino al punto $(3,3)$;
- nel caso $\alpha=1, \beta=3$ il lavoro fatto per spostare un punto materiale dall'origine $O(0,0)$ del sistema di riferimento (x, y) al punto $B(3,3)$ lungo un percorso che parte dall'origine, si sposta lungo l'asse y fino al punto $(0,3)$ e poi parallelo all'asse x fino al punto $(3,3)$;
- giustificare il risultato ottenuto.

2) Un sistema è costituito da tre ruote omogenee A, B e C di spessore trascurabile e disposte nello stesso piano verticale. Le ruote, vincolate tra loro, possono ruotare intorno ad un comune asse orizzontale passante per i loro centri. I raggi e le masse delle ruote sono rispettivamente $r_A=0.25$ m, $r_B=0.5$ m, $r_C=1$ m, $m_A=2$ kg, $m_B=5$ kg e $m_C=20$ kg. Un filo inestensibile di massa trascurabile è avvolto attorno alla ruota A (vedi figura). All'estremità del filo è appesa una massa $m_D=1$ kg.



Tangenzialmente alla ruota C, è inizialmente applicata una forza F diretta verso l'altro.

Determinare:

- il momento d'inerzia del sistema composto dalle tre ruote;
- il modulo della forza F affinché il sistema resti in equilibrio.

Ad un certo istante la forza F smette di agire. Determinare:

- l'accelerazione angolare con cui ruotano le ruote e l'accelerazione con cui scende il corpo D.

3) Su una strada a due corsie viaggiano due automobili. L'auto A viaggia alla velocità costante di 50 km/h e si trova alla distanza di 2 km da un cantiere stradale in cui si stanno facendo lavori sulla corsia di sorpasso. La seconda automobile B viaggia sull'altra corsia più indietro a 500 m da A con la stessa velocità. Supponendo che l'autista B possa accelerare di $(4\text{km/h})/\text{s}$ e sapendo che il limite di velocità è di 90 km/h, può l'autista B azzardare il sorpasso?

Domande:

- Enunciare e spiegare il significato della prima equazione cardinale della dinamica.
- Illustrare le principali caratteristiche della forza d'attrito statico.

Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere alle tre domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo.

Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Suggerimenti e impostazione del primo problema:

Il testo menziona una forza posizionale, cioè dipendente da (x, y, z) , di cui si vuole calcolare il lavoro su due traiettorie che iniziano e finiscono dagli stessi due punti (O e A), vedi grafico alla fine della pagina. Se la forza fosse conservativa, converrebbe calcolare l'energia potenziale V e poi fornire per entrambe domande a) e b) lo stesso risultato $L=V(O)-V(A)$ (V nel punto iniziale meno V calcolata nel punto finale). Se la forza non fosse conservativa allora occorrerà calcolare il lavoro della forza usando la sua definizione,

$$L = \int_{\gamma(O,A)} \vec{F} \cdot d\vec{l}, \text{ per tutte e due le traiettorie.}$$

Soluzione primo problema

Calcolando il rotore della forza si trova:

$$\text{rot}(\vec{F}) = \vec{\nabla} \wedge \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \alpha(y^2 - x^2) & \alpha\beta xy & 0 \end{vmatrix} = (\alpha\beta y - 2\alpha y)\hat{k} = \alpha y(\beta - 2)\hat{k} \neq \vec{0}$$

Nelle ipotesi del problema in cui $\beta=3$ la forza NON è mai conservativa. Occorre quindi risolvere il problema usando la definizione di lavoro.

a) Indicato con C il punto $(3,0)$ si ha:

$$\begin{aligned} L_1 &= \int_{\gamma(O,A)} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{\gamma(O,C)} \vec{F} \cdot d\vec{l} + \int_{\gamma(C,A)} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \\ &= \int_0^3 \alpha(\bar{y}^2 - x^2) dx + \int_0^3 \alpha\beta \bar{x} y dy = \left[-\alpha x^3 / 3 \right]_0^3 + \left[\alpha\beta \bar{x} y^2 / 2 \right]_0^3 = -9\alpha + \frac{9}{2} \alpha\beta \bar{x} = 31,5J \end{aligned}$$

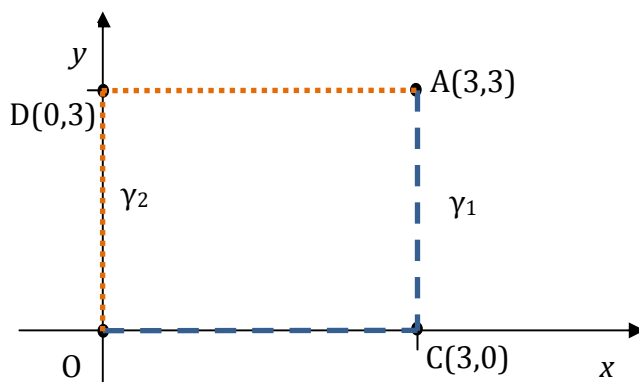
Dove, nei passaggi intermedi si è assunto costante la coordinata y nel tratto OC ($\bar{y} = 0$) e costante la coordinata x nel tratto CA ($\bar{x} = 3$); si veda la figura in fondo pagina.

b) Indicato con D il punto $(0,3)$ si ha:

$$\begin{aligned} L_2 &= \int_{\gamma(O,A)} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{\gamma(O,D)} \vec{F} \cdot d\vec{l} + \int_{\gamma(D,A)} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \\ &= \int_0^3 \alpha\beta \bar{x} y dy + \int_0^3 \alpha(\bar{y}^2 - x^2) dx = \left[\alpha\beta \bar{x} y^2 / 2 \right]_0^3 + \left[\alpha(x\bar{y}^2 - x^3 / 3) \right]_0^3 = 0 + \alpha(3\bar{y}^2 - 9) = 18J \end{aligned}$$

Dove, nei passaggi intermedi si è assunto costante la coordinata x nel tratto OD ($\bar{x} = 0$) e costante la coordinata y nel tratto DA ($\bar{y} = 3$); si veda la figura in fondo pagina.

c) I due lavori L_1 e L_2 calcolati su traiettorie diverse che iniziano e finiscono negli stessi due punti sono diversi in quanto la forza di partenza *non è conservativa*.



Suggerimenti e impostazione del secondo problema:

Il testo richiede di calcolare il momento d'inerzia delle tre ruote. Visto che le tre ruote sono solidali e ruotano attorno allo stesso asse che passa per il centro delle ruote (coincidente con il centro di massa), il momento d'inerzia del sistema sarà dato dalla somma dei tre momenti d'inerzia delle tre ruote. Alla ruota più piccola è appeso una massa che genera un momento della forza. Se si vuole che il sistema sia in equilibrio, la forza F dovrà fornire un momento della forza vettorialmente opposto a quello precedente, in modo che tutto il sistema sia in condizioni statiche. Tolta la forza F, tutto il sistema (ruote+massa) si mette in movimento a causa del momento della forza peso. Occorrerà prima trovare il momento angolare del sistema e poi l'accelerazione angolare attraverso la seconda equazione cardinale.

Soluzione secondo problema

Il momento d'inerzia di una ruota omogenea (disco) che ruota attorno al suo asse di simmetria si calcola come:

$$I = \frac{1}{2} MR^2$$

Nel caso in esame i momenti d'inerzia dei tre dischi sono da calcolare rispetto a un asse comune alle tre ruote e coincidente con il loro asse di simmetria. Si ha quindi:

$$I = \frac{1}{2} m_A r_A^2 + \frac{1}{2} m_B r_B^2 + \frac{1}{2} m_C r_C^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 0,25^2 + \frac{1}{2} 5 \cdot 0,5^2 + \frac{1}{2} 20 \cdot 1^2 = 10,7 \text{ kg m}^2$$

Sul sistema delle tre ruote la forza peso associata alla massa m_D applica un momento delle forze (momento torcente), valutato rispetto all'asse di rotazione dei dischi, pari a $\tau_D = r_A m_D g$. Per equilibrare tale momento la forza F, che ha una retta di applicazione con un braccio pari a r_C , deve applicare un uguale momento delle forze nella direzione opposta.

Visto che quest'ultimo vale $\tau_F = r_C F$, si trova che $\tau_D = \tau_F$ per $F = r_A m_D g / r_C = m_D g / 4 = 2,45 \text{ N}$.

Per la terza domanda (accelerazione angolare), occorre sfruttare la seconda equazione cardinale della dinamica. In assenza della forza F, la massa m_D applica una forza peso che mette in rotazione il sistema delle tre ruote. Indicata con $\vec{\omega}$ la velocità angolare di rotazione, il corpo D scende con una velocità pari a $v = \omega r_A$. Il momento angolare P dell'intero sistema è dato dal contributo delle ruote ($I\omega$) più il contributo della massa D: $p = r_A m_D \omega r_A = m_D \omega r_A^2$. Si ha quindi che il momento angolare, in modulo, vale: $P = I\omega + m_D \omega r_A^2 = (I + m_D r_A^2) \omega$. Inserendo tutto nella seconda equazione cardinale della dinamica dei sistemi si ha:

$$\frac{dP}{dt} = \tau_D \Rightarrow (I + m_D r_A^2) \dot{\omega} = m_D g r_A \Rightarrow \dot{\omega} = \frac{m_D g r_A}{I + m_D r_A^2} = \frac{2,45}{10,7} = 0,229 \text{ s}^{-2}$$

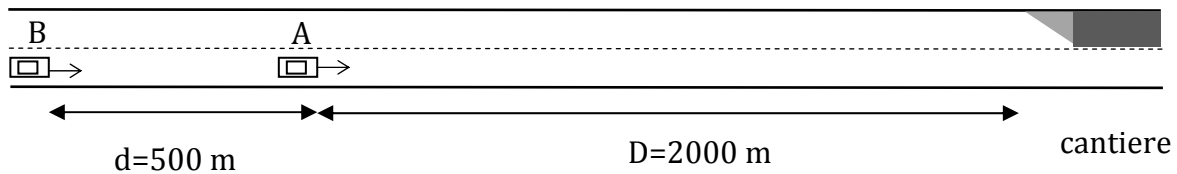
L'accelerazione del corpo in caduta sarà quindi: $a = \dot{\omega} r_A = 0,0573 \text{ m/s}^2$.

Suggerimenti e impostazione del terzo problema:

Il terzo problema, di cinematica, riguarda chiaramente due moti diversi: uno di tipo rettilineo uniforme e uno prima uniformemente accelerato e poi rettilineo uniforme. L'incognita si può esprimere sia dicendo che si deve stabilire chi arriverà *prima* in prossimità del cantiere stradale (approccio temporale) sia chiedendosi se, quando la macchina A arriva in prossimità del cantiere la macchina B sarà davanti o dietro la macchina A (approccio spaziale). La domanda è di tipo binario (B può o non può azzardare il sorpasso?) e possono essere usati anche metodi non esatti numericamente (metodi euristici) per trovare la risposta corretta.

Soluzione terzo problema

Iniziamo disegnando uno schema della situazione iniziale:



Le grandezze del problema sono espresse direttamente in forma numerica con unità di misura non usuali e comunque non del tutto coerenti: conviene, come primo passo, associare alle diverse grandezze dei simboli e trasformare tutti i valori in unità del SI. Avremo così:

$D=2000\text{ m}$ distanza della macchina A dal cantiere

$d=500\text{ m}$ distanza iniziale della macchina B dalla macchina A

$v_A=50\text{ km/h} = 50/3,6\text{ m/s} = 13,8889\text{ m/s}$ velocità della macchina A e velocità iniziale di B
(nei passaggi intermedi si tengono più cifre significative, con arrotondamento)

$v_{\max}=90\text{ km/h} = 90/3,6\text{ m/s} = 25\text{ m/s}$ massima velocità possibile per la macchina B

$a = (4\text{ km/h})/s = (4/3,6\text{ m/s})/s = 1,1111\text{ m/s}^2$ accelerazione iniziale della macchina B

Primo metodo: risoluzione esatta con l'approccio temporale

Per arrivare al cantiere la macchina A impiega un tempo dato da $T_A=D/v_A= 144\text{ s}$. La macchina B può aumentare la sua velocità fino a 90 km/h . Partendo da 50 km/h e con una accelerazione di 4 km/h/s impiega un tempo pari a $T_{\text{acc}}=(v_{\max}-v_A)/a=$
 $= (90\text{ km/h}-50\text{ km/h})/(4\text{ km/h/s})=10\text{ s}$. In questo tempo il moto è uniformemente accelerato e la macchina percorre uno spazio pari a $s=a T_{\text{acc}}^2/2+v_A T_{\text{acc}} = 194,444\text{ m}$. Lo spazio rimanente ($L=D+d-s$) può essere percorso alla velocità massima (moto rettilineo uniforme) e questo richiede un tempo $T_{\text{lin}}=(D+d-s)/v_{\max}= 92,2222\text{ s}$.

Complessivamente la macchina B impiega un tempo totale per arrivare in prossimità del cantiere pari a $T_B=T_{\text{acc}}+T_{\text{lin}}=102,2\text{ s}$, in anticipo di $T_B -T_A = 41,8889\text{ s}$, cioè oltre 40 s rispetto alla macchina A. L'autista di B può quindi effettuare il sorpasso in piena sicurezza.

Secondo metodo: risoluzione approssimata con l'approccio spaziale

Per arrivare al cantiere la macchina A impiega un tempo dato da $T_A=D/v_A= 144\text{ s}$. La macchina B può aumentare la sua velocità fino a 90 km/h . Partendo da 50 km/h e con una accelerazione di 4 km/h/s impiega un tempo pari a $T_{\text{acc}}=(v_{\max}-v_A)/a = 10\text{ s}$.

Alla velocità massima, la macchina B ha quindi un tempo per superare la macchina A dato da $T_{\text{sup}}=T_A-T_{\text{acc}}=134\text{ s}$. In questo tempo la macchina B può percorrere uno spazio pari a $s=v_{\max}T_{\text{sup}}= 3350\text{ m}$. Anche ignorando lo spazio percorso durante la fase di accelerazione, quando la macchina A raggiunge il cantiere, la macchina B si troverà molto più avanti (almeno $3350-2500=850\text{ m}$) e il sorpasso sarà stato compiuto in tutta sicurezza.

Domande - Esempi di risposte che hanno raggiunto il massimo punteggio:

1) Enunciare e spiegare il significato della prima equazione cardinale della dinamica.

Studente a) Le equazioni cardinali della dinamica dei sistemi descrivono il moto di sistemi meccanici complessi e permettono di studiare il comportamento globale del sistema. Permettono di trovare le 6 variabili dinamiche indipendenti utili per la descrizione del moto del corpo rigido; 3 riguardano il centro di massa e le altre 3 sono angolari. In breve descrivono: il moto di un punto, il

moto di due punti, il moto del corpo rigido. La prima equazione cardinale è $\frac{d\vec{Q}}{dt} = \vec{F}^{EST}$ e descrive il moto traslatorio del sistema.

Studente b)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\vec{Q}}{dt} = \vec{F}^{EST} \\ \frac{d\vec{K}_0}{dt} = \vec{M}^{EST} \end{array} \right. \longrightarrow \text{prima equazione cardinale della dinamica}$$

La prima equazione cardinale della dinamica indica che la derivata della quantità di moto [di un sistema] rispetto al tempo è uguale alla forza esterna su un determinato sistema. La risultante di un sistema isolato è uguale a zero ($\vec{F}^{INT} = \vec{0}$). Per il terzo principio della dinamica nelle equazioni

cardinali è presente solo la forza (e il momento) esterna: $\frac{d\vec{Q}}{dt} = \vec{F} = \vec{F}^{EST} + \vec{F}^{INT} = \vec{F}^{EST}$

2) Illustrare le principali caratteristiche della forza d'attrito statico.

Studente a) [La forza di attrito statico] è una forza di contatto di entità non nota a priori; non dipende dalla superficie di contatto [cioè non dipende dall'area, ma dal tipo]; quando esiste annulla sempre la risultante [in condizioni statiche]. In particolare se non si riesce a vincere la forza di attrito statico massimo, il corpo non si muoverà: $F_{AsMax} = \mu_s N = \mu_s |\vec{R}_v|$, con μ_s coefficiente di attrito statico e N forza di carico.

Studente b) Se un corpo [appoggiato su un piano orizzontale e] soggetto a una forza di spostamento orizzontale non si muove, allora vuol dire che è presente dell'attrito statico. Le caratteristiche della forza d'attrito statico sono: non nota a priori; è una caratteristica delle superfici (μ_s , con $0,01 < \mu_s < 1$); non dipende dall'area di contatto; esiste una \vec{F}_{AS}^{Max} (forza di attrito statico massima) oltre alla quale l'oggetto inizia a muoversi.

Fisica Generale T (L)

INGEGNERIA EDILE

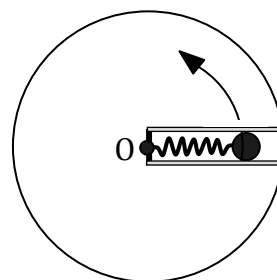
(Prof. Mauro Villa)

11/02/2014

Compito A

Esercizi:

1) Una piattaforma circolare e omogenea ruota con velocità angolare costante $\omega = 12 \text{ rad/s}$ in senso antiorario su un piano orizzontale attorno al suo centro O. Su tale piattaforma è incollata una guida (di massa trascurabile) al cui interno è posta una molla ideale fissata da una parte al centro O della piattaforma e dall'altra a una massa $m = 2 \text{ kg}$ (vedi figura). La molla ha costante elastica $k = 720 \text{ N/m}$ e lunghezza a riposo $L_0 = 30 \text{ cm}$. Determinare:

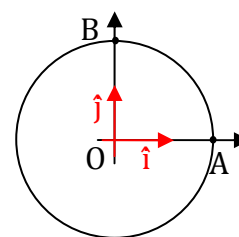


- l'allungamento della molla;
- la reazione vincolare agente sull'estremo della molla collegato al centro O.

2) Data la forza $\vec{F}(x, y, z) = (-2\alpha x + \beta yz)\hat{i} + \beta xz\hat{j} + \beta xy\hat{k}$ determinare:

- le dimensioni fisiche delle costanti α e β ;
- se il campo è conservativo e nel caso calcolare l'energia potenziale in un punto $P(x, y, z)$;
- il lavoro compiuto dalla forza quando sposta il punto di applicazione da $A(2, -2, 1)$ a $B(1, -1, 1)$.

3) Un'automobile inizialmente nel punto A percorre un tratto circolare di raggio $R = 30 \text{ m}$ giungendo nel punto B dopo $t = 7 \text{ s}$ muovendosi a velocità costante. Utilizzando il sistema di riferimento fisso indicato in figura, determinare, tra l'istante iniziale e quello finale,



- la velocità vettoriale media;
- la velocità scalare media;
- l'accelerazione vettoriale media.

Domande:

- Enunciare e spiegare il significato della seconda equazione cardinale della dinamica.
- Illustrare le principali caratteristiche del moto armonico.
- Definire e spiegare la forza di Coriolis.

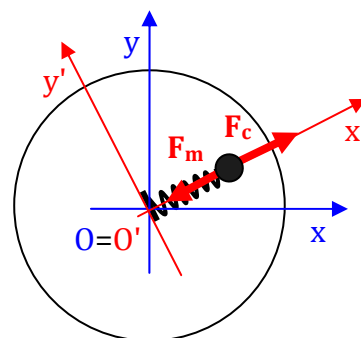
Avvertenze: non è consentito consultare libri, appunti, compagni né avere in aula cellulari accesi o spenti. Risolvere almeno due esercizi e rispondere ad almeno due domande. Le risposte e le soluzioni devono essere espresse in termini dei simboli e dei dati specificati nel testo. Occorre spiegare i passi principali che hanno condotto alla soluzione. $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Suggerimenti e impostazione del primo problema:

La molla e la massa ruotano solidalmente alla piattaforma. Nelle condizioni stabili, la molla è allungata e la massa è ferma rispetto alla piattaforma. Conviene quindi analizzare il problema utilizzando un sistema di riferimento non inerziale in cui piattaforma, molla e massa sono tutti fermi. Ovviamente il più semplice di tali sistemi sarà quello con origine nel centro di rotazione della piattaforma e un asse diretto come la molla (chiamiamolo S'). In questo sistema compariranno forze non inerziali. Visto che il punto è fermo in S' , la risultante delle forze dovrà essere tale da annullarsi.

Soluzione

Per risolvere questo problema scegliamo un sistema di riferimento non inerziale (quello rosso nella figura) con origine nel centro del disco, l'asse x' che ruota seguendo la massa m , l'asse y' sempre nel piano orizzontale ma perpendicolare all'asse x' e l'asse z' uscente dal foglio. Sulla massa m agiscono 2 forze: la forza della molla (F_m) e l'unica forza apparente presente che è la forza centrifuga (F_c) dirette lungo l'asse x' . In realtà sulla massa agiscono anche delle forze lungo la direzione y' dovute alla guida che però non entrano nel calcolo dell'allungamento della molla in quanto tali forze non hanno componente lungo l'asse x' .



Nel sistema di riferimento $O'x'y'z'$ la massa m è ferma: dunque la sommatoria delle forze è nulla; tutte le forze sono lungo l'asse x' . Omettendo la notazione vettoriale si ha:

$$-k\Delta x' + m\omega^2(L_0 + \Delta x') = 0$$

dove L_0 è la lunghezza a riposo della molla e $\Delta x'$ è l'allungamento. Risolvendo si ottiene:

$$\Delta x' = \frac{m\omega^2 L_0}{k - m\omega^2} = 0.2 m$$

Il punto O della piattaforma deve fornire una reazione vincolare per bloccare li un estremo della molla. Dato che la molla è allungata di una quantità $\Delta x'$, la forza che questa applica in O è pari a $F_m = k\Delta x' = 144 N$, diretta nella direzione della molla (asse x'). La reazione vincolare dovrà essere tale da equilibrare tale forza e quindi sarà di pari modulo, ma verso opposto:

$$\vec{R}_v = -F_m \hat{i}' = -k\Delta x' \hat{i}' = -144 \hat{i}' (N)$$

Suggerimenti e impostazione del secondo problema:

Il testo menziona una forza posizionale, cioè dipendente da (x, y, z) , con due parametri liberi. Ovviamente ogni componente della forza data dovrà avere le dimensioni di una forza. Sapendo che le coordinate hanno sempre la dimensione della lunghezza si può trovare facilmente la dimensione dei parametri. Il testo chiede se la forza è conservativa ed eventualmente di calcolare l'energia potenziale. Per capire se è conservativa basta calcolare il rotore della forza e chiedersi se vale identicamente zero su tutto lo spazio. In caso affermativo si calcola l'energia potenziale. Dato l'energia potenziale, la variazione di questa tra due punti A e B è il lavoro della forza sul percorso dato.

Soluzione primo problema

Dimensioni α e β : la componente x della forza ha un termine del tipo $-2 \alpha x$. Le sue dimensioni sono quindi $[-2 \alpha x] = [\alpha][x] = [\alpha][L]$. Sapendo che complessivamente questo deve avere le dimensioni di una forza si ha: $[MLT^{-2}] = [\alpha][L] \rightarrow [\alpha] = [MT^{-2}]$. Analogamente usando le componenti y o z della forza si ha: $[\beta x z] = [\beta][xy] = [\beta][L^2]$. Da cui $[MLT^{-2}] = [\beta][L^2] \rightarrow [\beta] = [ML^{-1}T^{-2}]$.

Calcolando il rotore della forza si trova:

$$\text{rot}(\vec{F}) = \vec{\nabla} \wedge \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ -2\alpha x + \beta yz & \beta xz & \beta xy \end{vmatrix} = (\beta x - \beta x)\hat{i} + (\beta y - \beta y)\hat{j} + (\beta z - \beta z)\hat{k} = \vec{0}$$

Quindi la forza è conservativa ed è possibile calcolare l'energia potenziale. Utilizzando il solito percorso $O(0,0,0) \rightarrow A'(x,0,0) \rightarrow B'(x,y,0) \rightarrow P(x,y,z)$, si trova:

$$V(x, y, z) = - \left(\int_{\gamma(O,A')} F_x dx' + \int_{\gamma(A',B')} F_y dy' + \int_{\gamma(B',P)} F_z dz' \right) = - \left(\int_0^x (-2\alpha x') dx' + \int_0^y (0) dy' + \int_0^z (\beta xy) dz' \right) = \alpha x^2 - \beta xyz$$

Si può fare la verifica del risultato ottenuto calcolando il gradiente di V e confrontandolo con la forza iniziale: $-\nabla V(x, y, z) \stackrel{?}{=} \vec{F}$. Se è verificata l'uguaglianza allora il calcolo è corretto.

Per calcolare il lavoro basta fare la differenza fra le energie potenziali (punto iniziale meno punto finale):

$$L = V(A) - V(B) = V(2, -2, 1) - V(1, -1, 1) = 3\alpha + 3\beta$$

Suggerimenti e impostazione del terzo problema:

Il moto dell'automobile è un moto circolare uniforme (velocità costante lungo una circonferenza) dove molte informazioni sono disponibili. Occorre trovare le informazioni mancanti e ricordarsi le definizioni delle quantità richieste: la velocità scalare è il rapporto tra spazio percorso e tempo di percorrenza; la velocità vettoriale media è il rapporto tra il vettore spostamento (differenza tra le due posizioni) ed il tempo di percorrenza, l'accelerazione vettoriale media è il rapporto tra la differenza di velocità ed il tempo di percorrenza.

Soluzione:

Nel sistema di riferimento considerato la posizione dei punti A e B è:

$$\vec{r}_A = R\hat{i}, \quad \vec{r}_B = R\hat{j}$$

La velocità vettoriale media è dunque:

$$\vec{v}_m = (\vec{r}_B - \vec{r}_A) / t = (-R\hat{i} + R\hat{j}) / t = -4.29\hat{i} + 4.29\hat{j} \quad m/s$$

Il moto da A a B avviene su un quarto di circonferenza. Lo spazio percorso vale:

$$\Delta s = (2\pi R) / 4 = \pi R / 2.$$

La velocità scalare media è dunque:

$$v = \Delta s / t = \pi R / (2t) = 6,73 m/s.$$

Le velocità in A e in B valgono rispettivamente:

$$\vec{v}_A = v\hat{j}, \quad \vec{v}_B = -v\hat{i}$$

L'accelerazione vettoriale media è dunque:

$$\vec{a}_m = (\vec{v}_B - \vec{v}_A) / t = (-v\hat{i} - v\hat{j}) / t = -0.96\hat{i} - 0.96\hat{j} \quad m/s^2$$

Domande - Esempi di risposte che hanno raggiunto il massimo punteggio:

1) Enunciare e spiegare il significato della seconda equazione cardinale della dinamica.

(Enunciare e spiegare: occorre sia l'*enunciato* che un minimo di *spiegazione*)

La seconda equazione cardinale della dinamica descrive il moto rotatorio di un sistema. [In un sistema di riferimento inerziale,] si esprime come $\frac{d\vec{K}_0}{dt} = \vec{M}_0 + \vec{v}_0 \wedge \vec{Q}$

dove \vec{K}_0 è il momento angolare definito come $\vec{K}_0 = \sum_{i=1}^n \vec{R}_i \wedge \vec{Q}_i$; \vec{M}_0 è il momento meccanico del sistema $\vec{M}_0 = \sum_{i=1}^n \vec{R}_i \wedge \vec{F}_i$, \vec{v}_0 è la velocità del polo rispetto al quale si calcola il momento angolare e $\vec{Q}_0 = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$ definisce la quantità di moto totale del sistema. Se il polo O è fisso la sua velocità sarà nulla per cui l'equazione assume la forma $\frac{d\vec{K}_0}{dt} = \vec{M}_0^{ext}$ dove \vec{M}_0^{ext} sono i momenti delle forze esterne al sistema (le risultanti delle forze interne e dei loro momenti sono sempre nulle per il terzo principio della dinamica).

2) Illustrare le principali caratteristiche del moto armonico.

(deve esserci sia l'*equazione caratteristica* del moto armonico sia la sua *soluzione* con una spiegazione dei termini che vi compaiono. Inoltre bisogna spiegare di che tipo di moto si tratta)

Il moto armonico è descritto dalla legge oraria $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ in cui A rappresenta l'ampiezza, ω la pulsazione, $(\omega t + \varphi)$ la fase, φ la fase iniziale. È un moto periodico, cioè ad intervalli uguali di tempo T, detto periodo, il punto ripassa nella stessa posizione alla stessa velocità. Siccome il moto si ripete periodicamente a partire da un certo istante t per un periodo T e un cambiamento della fase di 2π deve corrispondere all'intero periodo T

$$[\omega(t+T) + \varphi] - [\omega t + \varphi] = 2\pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Per il moto armonico si ha:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$v(t) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$a(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\Rightarrow a(t) = -\omega^2 x(t) \Rightarrow \ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = 0$$

3) Definire e spiegare la forza di Coriolis.

(Definire e spiegare: occorre sia *definire* la forza di Coriolis che un minimo di *spiegazione*)

La forza di Coriolis si esprime come $\vec{F}_{co} = -m\vec{a}_{co}$ dove $\vec{a}_{co} = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}$ è l'accelerazione di Coriolis.

Tale forza è quindi una forza apparente che non dipende dall'interazione tra i corpi ma dal sistema di riferimento S' scelto per descrivere il moto del corpo. È presente soltanto nel caso che il sistema di riferimento S' (sistema di riferimento non inerziale) che è in moto di rotazione con velocità angolare ω rispetto al sistema di riferimento inerziale.