

Esercizi di Cinematica

Esercizio 1

La posizione di un punto materiale in moto è data dall'equazione vettoriale $\mathbf{r}(t) = 6t\mathbf{i} - 3t^2\mathbf{j} + t^{\frac{3}{2}}\mathbf{k}$. Determinare la velocità e l'accelerazione del punto.

Esercizio 2

Un punto materiale ha inizialmente una velocità $\mathbf{v} = 4\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$, che dopo 4 s diventa uguale a $\mathbf{v} = -2\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$, dove i coefficienti numerici sono espressi in m/s. Quanto vale l'accelerazione media durante questi 4 s?

Esercizio 3

Gli antichi Greci utilizzavano come unità di misura per le lunghezze il dolico, lo stadio e il pletro. Un dolico corrispondeva a 12 stadi, uno stadio equivaleva a 6 pletri, che a sua volta in unità di misura moderne corrisponde a 30.8 m. Filippide, correndo nel 490 a.C. la prima maratona della storia percorse la tratta Maratona-Atene ad una velocità media di 7.7 dolichi/ora. Quale fu la sua velocità espressa in Km/s?

Esercizio 4

Calcolare la velocità media di una persona nei seguenti due casi:

- se cammina per 72 m ad una velocità di 1.2 m/s e poi corre per altri 72 m ad una velocità di 3 m/s, sempre nella stessa direzione;
- se cammina per 1 min alla velocità di 1.2 m/s e poi corre per 1 min ad una velocità di 3 m/s, sempre nella stessa direzione.

Esercizio 5

Dato il vettore posizione $\mathbf{r} = 2\cos(4t)\mathbf{i} + 2\sin(4t)\mathbf{j} + (t - 3)\mathbf{k}$, calcolare le espressioni dei vettori tangente, normale e binormale ed infine del raggio di curvatura della traiettoria.

Esercizio 6

Uno sciatore dopo aver percorso una pista molto veloce e lunga 160 Km in 2 h, per il ritorno due giorni dopo impiega 8 h. Determinare la sua velocità scalare media nel percorso di andata, in quello di ritorno e nell'intero percorso. Quanto vale la velocità vettoriale media dello sciatore rispetto all'intero percorso?

Esercizio 7

Data la legge oraria di un punto materiale in forma cartesiana:

$$x(t) = t^3 + 2t;$$

$$y(t) = -3;$$

$$z(t) = 3e^{-2t} + 1;$$

si chiede di calcolare la velocità media e l'accelerazione media, relativamente all'intervallo compreso fra $t = 0$ s e $t = 3$ s. Calcolare anche la velocità e l'accelerazione istantanee per $t = 1$ s.

Esercizio 8

La posizione di un punto in moto lungo l'asse x è descritta dall'equazione $x = 7.8 + 9.2t - 2.1t^3$, in cui x è espresso in metri e t in secondi. Quanto vale la velocità per $t = 3.5$ s? E l'accelerazione? Esprimere in forma esplicita le dimensioni dei fattori numerici presenti nella formula.

Esercizio 9

Alla guida di un'automobile, dopo aver percorso una strada rettilinea per 8.4 Km a 70 Km/h, siete rimasti senza benzina. Avete quindi proseguito a piedi, sempre nella stessa direzione, per 2 Km fino al primo distributore, dove siete arrivati dopo 30 min di cammino. Qual è stato lo spostamento complessivo dalla partenza in auto all'arrivo a piedi alla stazione di servizio? Qual è l'intervallo di tempo Δt relativo all'intero spostamento? Qual è stata la velocità media sull'intero tragitto?

Esercizio 10

Nel piano XY quattro oggetti si muovono con le seguenti velocità:

1. $v_x = t^2 - 2t - 1$; $v_y = -t + 4$;
2. $v_x = -1$; $v_y = -3t^2 + 1$;
3. $\mathbf{v} = 2t^2\mathbf{i} - (t - 4)\mathbf{j}$;
4. $\mathbf{v} = -2t\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$;

Per ciascun caso determinare se le componenti x e y dell'accelerazione sono costanti e se l'accelerazione \mathbf{a} è costante. Nel quarto caso, se v è in metri e t in secondi, quali sono le unità di misura dei coefficienti numerici?

Esercizio 11

Un punto si muove nello spazio con equazioni parametriche

$$\begin{aligned}x(t) &= t^3 + t^2; \\y(t) &= 2 + t^2; \\z(t) &= -e^{-t}\end{aligned}$$

Calcolare le espressioni della velocità e dell'accelerazione, e calcolare il modulo della velocità iniziale del punto.

Esercizio 12

Due punti materiali P_1 e P_2 hanno posizione descritta rispettivamente da $\mathbf{x}_1 = (5 + 3t + 2t^2)\mathbf{i}$ e $\mathbf{x}_2 = (1 - t + 5t^2)\mathbf{i}$. Determinare se i due punti collidono e, in caso di risposta affermativa, determinare in quale istante avviene l'impatto. Quanto vale la differenza fra le loro velocità vettoriali nel momento della collisione?

Esercizio 13

Il vettore posizione di una particella è descritto dall'equazione vettoriale dipendente dal tempo $\mathbf{r} = R\sin(\omega t)\mathbf{i} + R\cos(\omega t)\mathbf{j}$. Dimostrare che la velocità istantanea del punto è perpendicolare a \mathbf{r} , calcolare l'accelerazione del punto ed infine mostrare che il prodotto vettoriale $\mathbf{r} \times \mathbf{v}$ è una costante del moto.

Esercizio 14

Un treno viaggia alla velocità costante di 60 Km/h per 40 min verso est, quindi per 20 min in direzione che forma un angolo di 50° verso est rispetto al nord, ed infine per 50 min verso ovest. Qual è la sua velocità vettoriale media su tutto il tragitto?

Esercizio 15

Un punto materiale si muove con traiettoria curva nel piano XY. Sapendo che, al variare del tempo, risulta $v_x = 50 - 16t$ e $y = 100 - 4t^2$ e che per $t = 0$ è $x_0 = 0$, determinare nell'istante in cui $y = 0$, il vettore posizione del punto materiale, il vettore velocità, il modulo della componente tangenziale dell'accelerazione.

Esercizio 16

I piloti di caccia quando eseguono un giro della morte, sono sottoposti ad una forte accelerazione centripeta, tanto più intensa quanto più stretto è il giro. Quanto vale l'accelerazione, in unità g, cui è sottoposto un pilota che vola alla velocità di 694 m/s percorrendo un arco di cerchio con raggio di curvatura $r = 5.8$ Km?

Esercizio 17

Due oggetti cadono liberamente dalla stessa altezza intervallati di 1 s. Dopo quanto tempo dalla partenza del primo i due oggetti si troveranno a 10 m di distanza?

Esercizio 18

La traiettoria di un punto nello spazio tridimensionale è espressa dalle equazioni cartesiane

$$x(t) = 2\cos(2t) + 2;$$

$$y(t) = 3t + 1;$$

$$z(t) = 2\sin(2t);$$

Calcolare la lunghezza dell'arco percorsa dal punto in movimento dopo un tempo $t = 5$ s, sapendo che i coefficienti numerici sono tali che x, y e z risultano espressi in metri.

Esercizio 19

All'istante in cui il semaforo diventa verde un'automobile parte con un'accelerazione costante di 1.8 m/s^2 . Nello stesso istante un autocarro, muovendosi con velocità costante pari a 9.0 m/s , raggiunge e sorpassa l'automobile. A quanti metri dal punto di partenza l'automobile sorpassa l'autocarro? A che velocità starà viaggiando in quel momento l'automobile?

Esercizio 20

La posizione di un punto materiale in un sistema di riferimento S varia nel tempo secondo l'equazione vettoriale $\mathbf{r}(t) = R\cos(\omega t)\mathbf{i} + R[1 + \sin(\omega t)]\mathbf{j}$. Determinare il tipo di moto e la traiettoria del punto materiale. Calcolare inoltre la velocità \mathbf{v} nell'istante $t^* = \frac{\pi}{6\omega}$.

Esercizio 21

Una palla viene lanciata verso l'alto a partire da terra con velocità di 30 m/s. Determinare l'altezza che raggiunge in funzione del tempo, il tempo totale di volo prima di ricadere a terra e l'altezza massima raggiunta.

Esercizio 22

Un astronauta sta girando in una centrifuga su un raggio di 5 m. Qual è la sua velocità scalare se l'accelerazione è 7 g? Quanti giri al minuto corrispondono a questa accelerazione? Qual è il periodo di rotazione?

Esercizio 23

Un aereo in volo orizzontale a velocità costante di 350 Km/h rispetto al terreno sgancia un pacco di soccorso. Trascurando la resistenza dell'aria,

- determinare le componenti verticale ed orizzontale della velocità iniziale del pacco;
- calcolare la componente orizzontale della velocità del pacco al momento dell'impatto;
- se la velocità dell'aereo fosse stata di 450 Km/h il tempo di caduta sarebbe stato maggiore, minore o uguale?

Esercizio 24

Un punto con velocità $v_1 = 5$ m/s viene accelerato uniformemente lungo un percorso rettilineo lungo 12.5 m fino alla velocità $v_2 = 10$ m/s. Calcolare il valore dell'accelerazione e il tempo impiegato a percorrere il percorso.

Esercizio 25

La velocità \mathbf{v} di una particella in moto nel piano XY è data dall'equazione $\mathbf{v} = (6t - 4t^2)\mathbf{i} + 8\mathbf{j}$, dove \mathbf{v} è in metri al secondo e t è in secondi. Quanto vale l'accelerazione per $t = 3$ s? Quando (se ciò avviene) l'accelerazione si annulla? Quando (se ciò avviene) si annulla la velocità? Quando (se ciò avviene) la velocità ha modulo 10 m/s?

Esercizio 26

Un fucile è puntato orizzontalmente contro un bersaglio posto alla distanza di 30 m. Il proiettile colpisce il bersaglio 1.9 cm sotto il centro. Qual è il tempo di volo del proiettile? Quanto vale la velocità alla bocca del fucile?

Esercizio 27

Un'auto sta percorrendo un tratto di strada AB, giacente su un piano orizzontale, da A verso B. La strada è curvilinea e la lunghezza Δs di tale tratto AB è pari a 120 m. L'accelerazione tangenziale dell'auto ha modulo costante $a_t = 0.6$ m/s² e verso opposto a quello della velocità. La velocità dell'auto nel punto A ha modulo $v_A = 16$ m/s. Sapendo che il raggio di curvatura della strada nel punto B è $\rho = 60$ m, calcolare, nel punto B il modulo v_B della velocità dell'auto ed il modulo dell'accelerazione.

Esercizio 28

Un'auto che inizialmente viaggia alla velocità di 50 Km/h improvvisamente incomincia a perdere velocità in modo costante e dopo 3 s la sua velocità si è ridotta a 20 Km/h. Dopo quanto tempo dal momento in cui ha iniziato a perdere velocità l'auto si ferma? Qual è la distanza di arresto? Quali sarebbero stati il tempo e la distanza di arresto se la velocità iniziale dell'auto fosse stata di 100 Km/h?

Esercizio 29

La velocità scalare di lancio di un certo proiettile è cinque volte il suo valore al culmine della traiettoria. Calcolare l'angolo di alzo al lancio.

Esercizio 30

Un treno parte da fermo e si muove con accelerazione tangenziale costante lungo una curva di raggio di curvatura $R = 800$ m, raggiungendo una velocità di modulo $v_1 = 10$ m/s dopo aver percorso un arco lungo $s = 600$ m. Determinare

- il modulo della componente tangenziale dell'accelerazione;
- il modulo della velocità del treno quando esso ha percorso dalla partenza un arco di lunghezza pari a $s/2$.

Esercizio 31

Un automobilista fa una frenata partendo da una velocità iniziale di 48 Km/h. Qual è la sua accelerazione se si ferma in 10 s? e se si ferma in 13 m?

Esercizio 32

Un aereo da soccorso vola a 198 Km/h alla quota costante di 500 m verso un punto posto sulla verticale di una persona che si dibatte in mare. Il pilota vuole sganciare la capsula salvagente in modo che cada in acqua molto vicina al naufrago.

- Sotto quale angolo visuale φ il pilota dovrebbe sganciare la capsula salvagente?
- Stabilire la velocità v della capsula al momento dell'impatto.

Esercizio 33

Avvistando un limite di velocità in autostrada portate la velocità della vostra auto da 130 Km/h a 80 Km/h nello spazio di 88 m, con accelerazione costante. Quanto vale l'accelerazione?

Esercizio 34

Un satellite terrestre viaggia alla quota di 640 Km sopra la superficie terrestre ($R_{\text{Terra}} \approx 6400$ Km) su un'orbita circolare. Il periodo di rivoluzione è di 98 min. Quanto vale la velocità tangenziale del satellite? E l'accelerazione centripeta cui è sottoposto il satellite?

Esercizio 35

Una nave pirata, ormeggiata a 560 m da un forte, sta per prepararsi ad assalire il forte. Il cannone che protegge la città, piazzato a riva e a livello del mare, ha una velocità di uscita di 82 m/s. A quale alzo (angolo di elevazione del cannone) si deve puntare il cannone per colpire la nave pirata? A quale distanza deve portarsi la nave per essere fuori dalla portata del cannone?