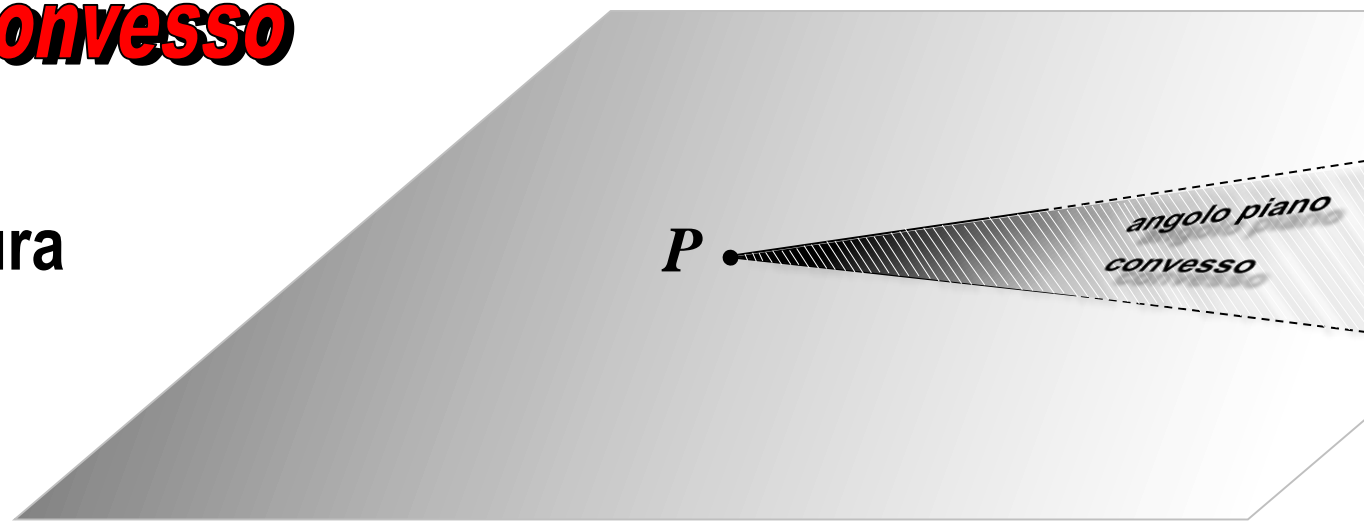


# Angolo piano convesso

## Definizione e misura



### Definizione :

l'angolo piano convesso e' quella porzione di piano delimitata

da due semirette uscenti da un generico punto  $P$  del piano

che **non** contiene il prolungamento delle semirette stesse

si usa indicare gli angoli con lettere dell'alfabeto greco  $\alpha, \beta, \gamma, \theta, \varphi$  etc.

## ➤ Misura dell'angolo piano convesso

la misura dell'angolo piano e' il rapporto

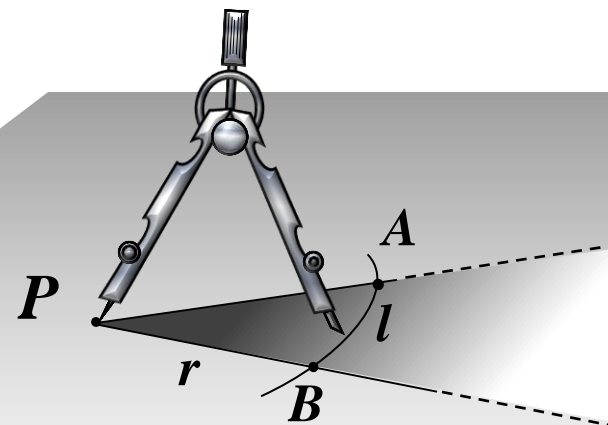
tra la lunghezza  $l$  dell' **arco**

di una circonferenza centrata in  $P$

e di raggio  $r$  generico

ed il **raggio**  $r$  della circonferenza stessa  $\Rightarrow$

$$\mathcal{G} = \frac{l}{r}$$



➤ l'angolo e' una grandezza - **adimensionale** -

➤ l'unita' di misura dell' angolo piano nel S.I. e' il - **radiante** -

la lunghezza della circonferenza e'  $2\pi r$  → l'angolo giro ( tutto il piano )  
misura  $2\pi$  radianti

## Misura dell'angolo piano in **gradi sessagesimali**

data la misura dell'angolo in gradi sessagesimali ( $\theta^\circ$ ) si passa da gradi

a radianti con la proporzione  $2\pi : \theta_{\text{rad}} = 360^\circ : \theta^\circ$

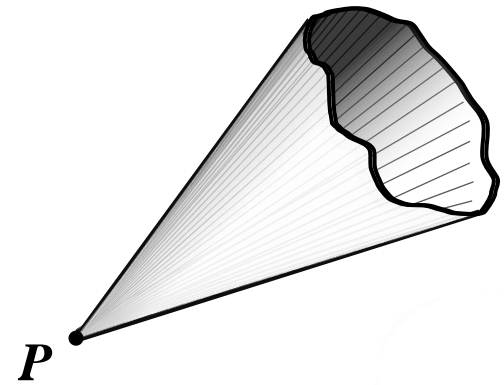
$$\Rightarrow \theta_{\text{rad}} = \frac{2\pi \theta^\circ}{360^\circ}$$

data la misura dell'angolo in radianti ( $\theta_{\text{rad}}$ ) si passa da

radianti a gradi sessagesimali con la proporzione inversa:

$$\Rightarrow \theta^\circ = \frac{\theta_{\text{rad}} 360^\circ}{2\pi}$$

# Angolo solido



## Definizione e misura

### Definizione

l'angolo solido  $\Omega$  e' la porzione di spazio delimitata

da un insieme di semirette uscenti da un unico punto  $P$  dello spazio

e non contenente il prolungamento delle semirette stesse

## Misura dell'angolo solido :

presa una sfera centrata in  $P$  e di raggio  $r$  generico

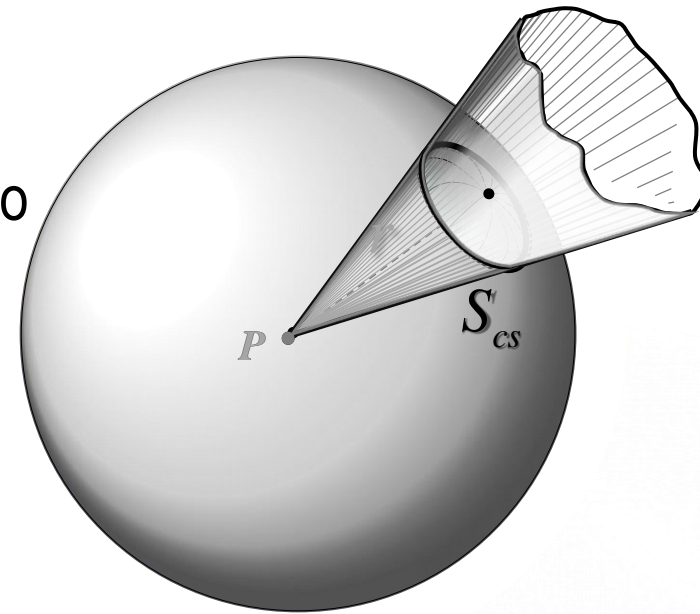
la misura dell'angolo solido  $\Omega$  e' il rapporto

tra l'area  $S_{cs}$  della calotta sferica

intercettata sulla sfera di raggio  $r$  dal fascio

di semirette uscenti dal centro  $O$  della sfera

ed il quadrato del raggio della sfera  $\Rightarrow \Omega = \frac{S_{cs}}{r^2}$

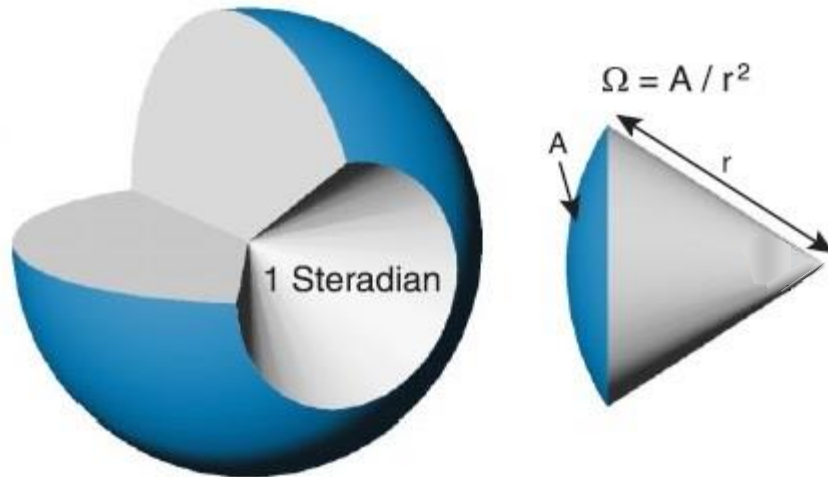


➤ l'angolo solido e' una grandezza - **adimensionale** -

l'area della sfera e'  $4\pi r^2$  → l'angolo solido sotteso da tutto lo spazio misura

**$4\pi$  steradiani**

➤ l'unita' di misura dell'angolo solido nel *S.I.* e' lo - **steradiante** -



# Angolo solido sotteso da una superficie sferica – infinitesima –

l'area di una **calotta sferica** infinitesima  $dS_{cs}$  e' approssimabile

con l'area della superficie **piana**  $dS$  intercettata sul piano tangente alla sfera

nel centro della superficie  $dS$  in questo particolare caso la superficie  $dS$

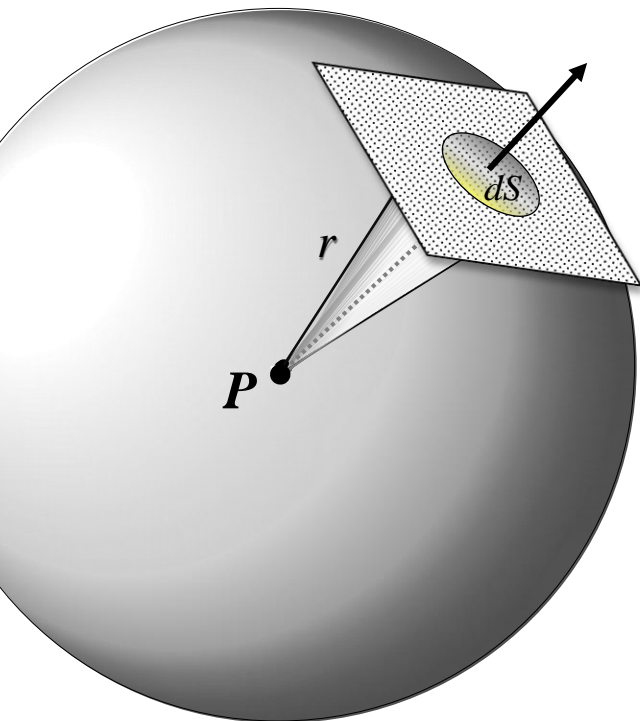
e' tangente alla sfera, in altri termini la **perpendicolare**

alla superficie e' orientate nella direzione radiale

quindi l'espressione dell'angolo solido

infinitesimo diviene 
$$d\Omega = \frac{dS_{cs}}{r^2} \simeq \frac{dS}{r^2}$$

→ in prima approssimazione 
$$d\Omega = \frac{dS}{r^2}$$



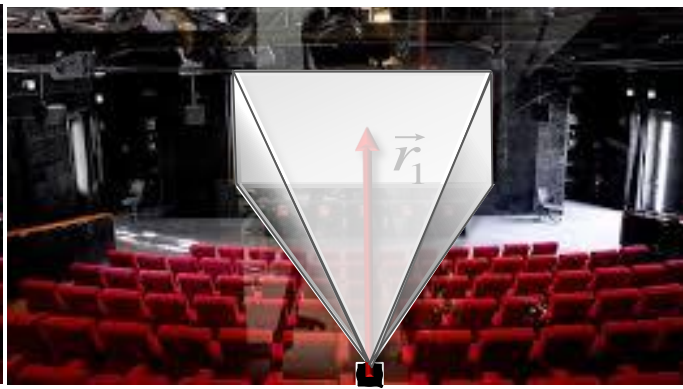


Angolo solido sotteso da una superficie orientata in modo – qualsiasi – rispetto alla direzione di vista dell'osservatore

nel caso di una sfera

si era definito  $\Omega$

come 
$$\Omega = \frac{S}{r^2}$$

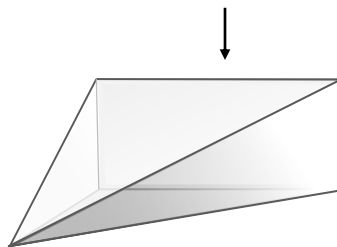
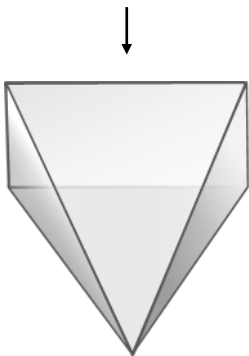


stessa superficie  $S$  e stessa distanza  $r$

dunque l'angolo solido e' lo stesso in tutti e due i casi ?

$$|\vec{r}_1| = |\vec{r}_2| = r$$

per definizione l'angolo solido e' la porzione di spazio delimitata da un insieme di semirette uscenti da un unico punto  $P$  dello spazio e non contenente il prolungamento delle semirette stesse

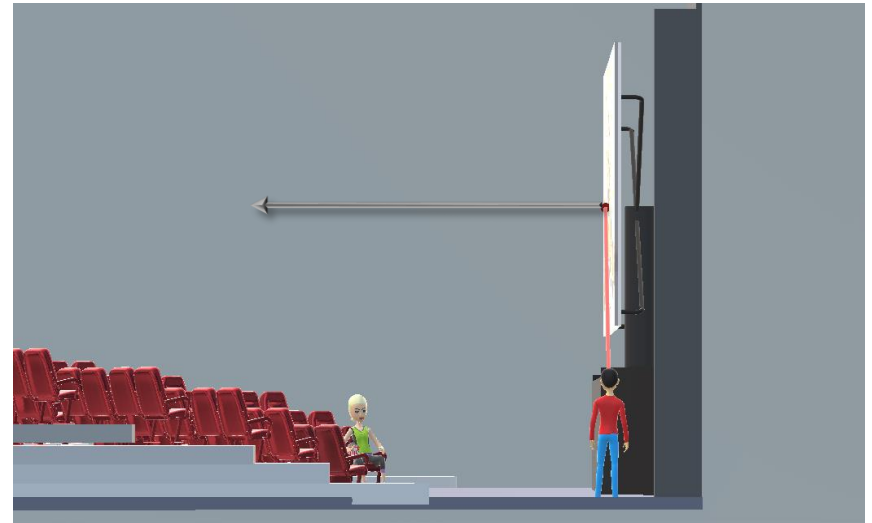
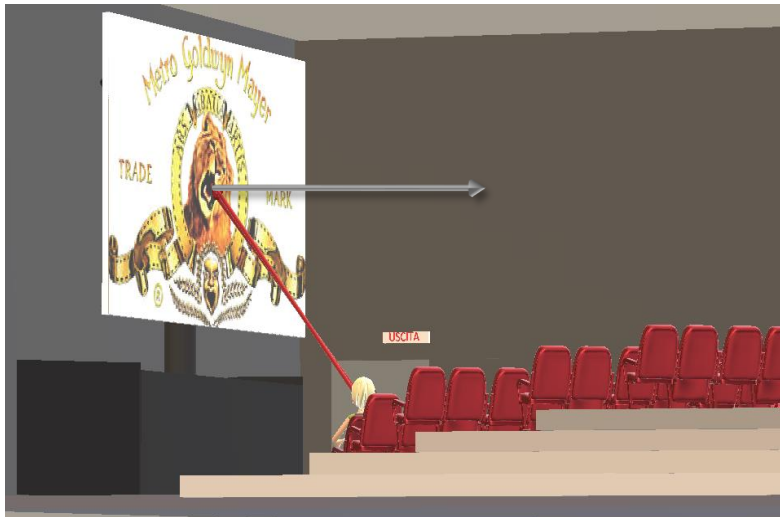
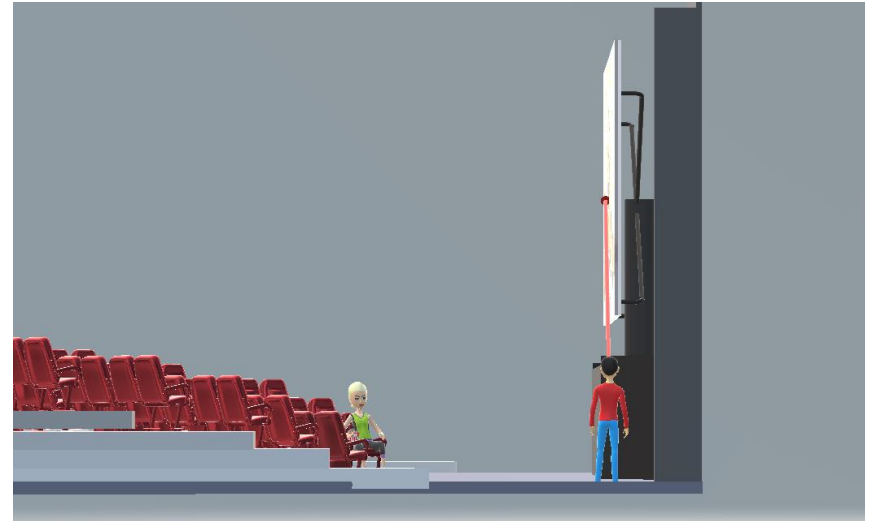
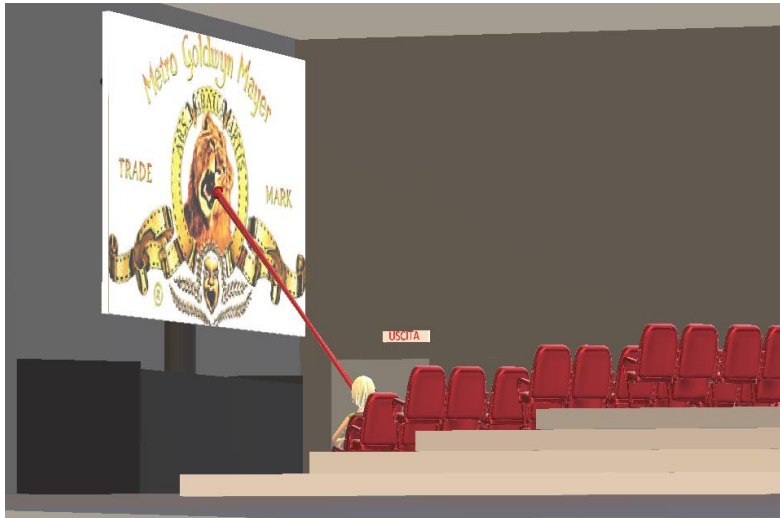


ma queste due porzioni di spazio non sono uguali !!!

anche se hanno la stessa superficie  $S$  e la stessa distanza  $r$  tra il centro della superficie e l'osservatore... siamo proprio sicuri che  $\Omega = \frac{S}{r^2}$

e  $d\Omega = \frac{dS}{r^2}$  per superfici infinitesime siano le formule corrette ?

chiaramente no ! ma cosa altro entra in gioco ?



**Risp. :** l'angolo tra la direzione della perpendicolare alla superficie e la "direzione di vista dell'osservatore"  
(determinata dalla congiungente l'osservatore al centro della superficie)

**Angolo solido infinitesimo sotteso da una superficie infinitesima  
orientata in modo – qualsiasi – rispetto alla direzione radiale**

se il versore  $\hat{n}$  normale alla superficie infinitesima  $dS$  formasse un angolo  $\theta$

con la direzione radiale, individuata dal versore  $\hat{u}_r$

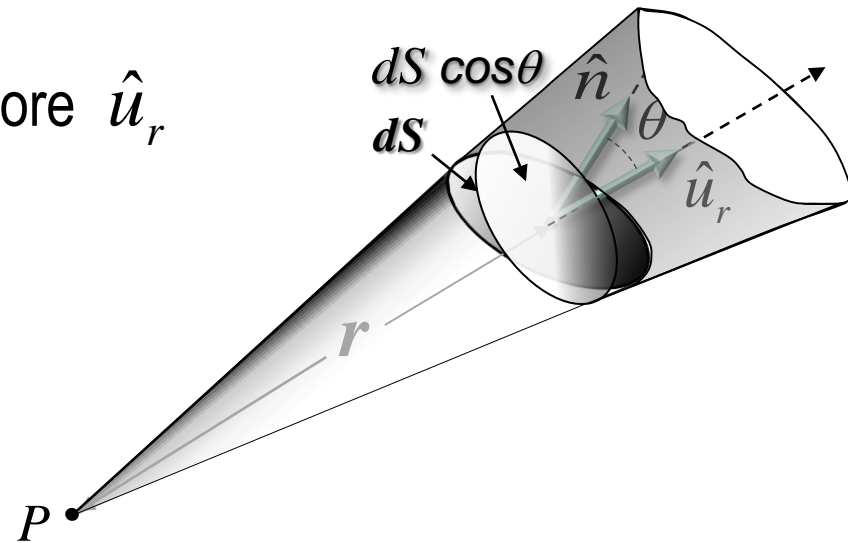
ossia se la superficie infinitesima  $dS$

non fosse tangente alla sfera,

occorrerebbe proiettare la superficie  $dS$

sul piano tangente alla sfera

nel centro di  $dS$



perciò

se  $\hat{n}$  è il versore perpendicolare alla superficie  $dS$

e  $\hat{u}_r$  è il versore radiale,

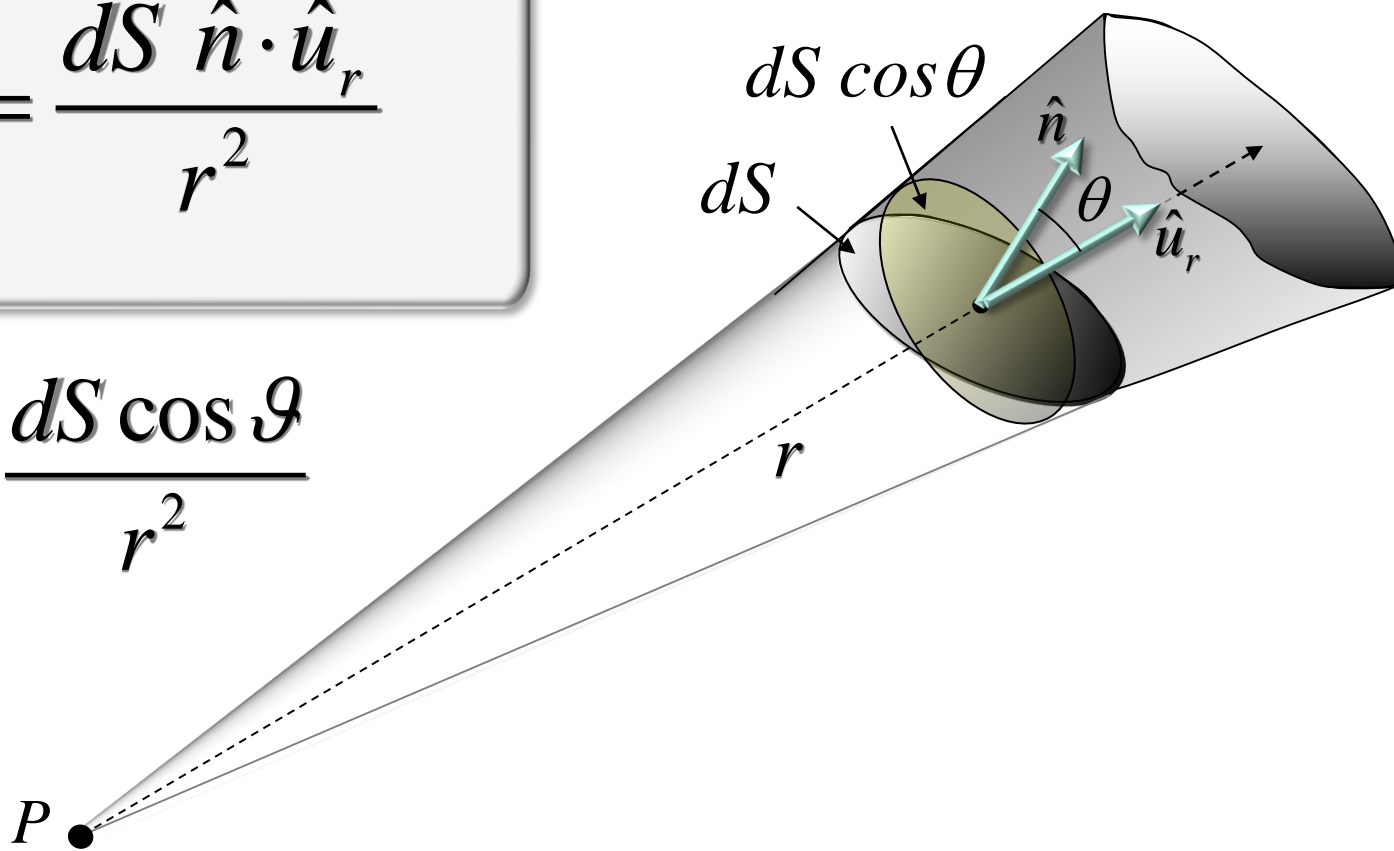
➤ la definizione più generale possibile di angolo solido infinitesimo

e'

$$d\Omega = \frac{dS \hat{n} \cdot \hat{u}_r}{r^2}$$

ossia

$$d\Omega = \frac{dS \cos \theta}{r^2}$$



# Backup slides