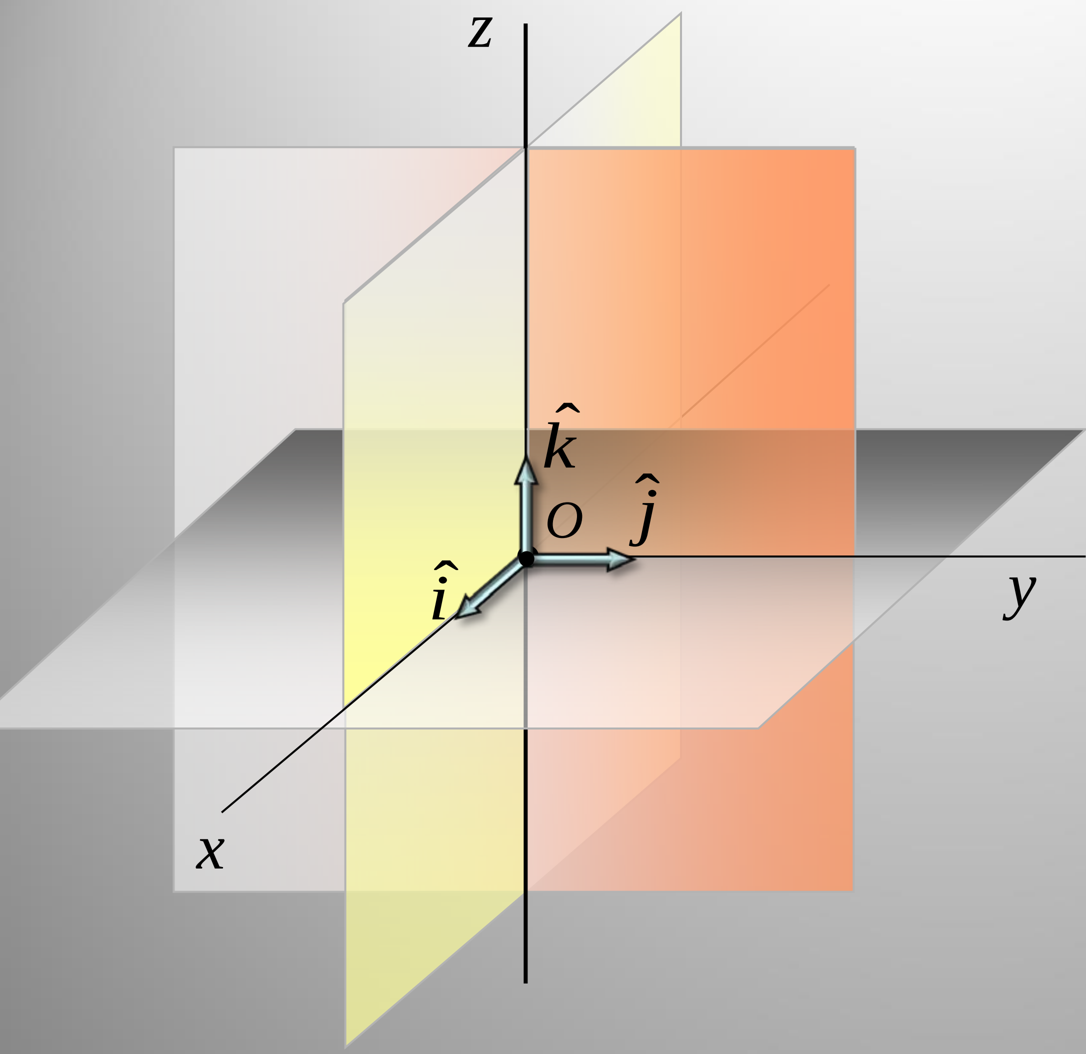
Coordinate cartesiane, polari sferiche e polari cilindriche

i sistemi di coordinate curvilinee ortogonali sono costruiti scegliendo tre superfici dette “ **superfici coordinate** ” che vengono identificate ciascuna con un parametro reale l’intersezione di queste supefici identifica in maniera univoca un punto nello spazio

nel caso del **sistema cartesiano ortogonale** le superfici coordinate sono piani perpendicolari tra loro



l'intersezione di due piani perpendicolari tra loro individua una retta, nello spazio, ossia un asse di riferimento

l'intersezione di un terzo piano perpendicolare ai primi due piani con l'asse di riferimento individua in maniera univoca un punto nello spazio l' ***origine*** del sistema di riferimento

vengono cosi' determinati **tre** assi di riferimento ortogonali x, y, z identificati dai tre versori $\hat{i}\,,\ \hat{j}\,,\hat{k}$ ortogonali tra loro

$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ costituiscono una terna ***unitaria ortogonale destrorsa***

$$\hat{i}\cdot\hat{i}=1 \qquad \hat{j}\cdot\hat{j}=1 \qquad \hat{k}\cdot\hat{k}=1$$

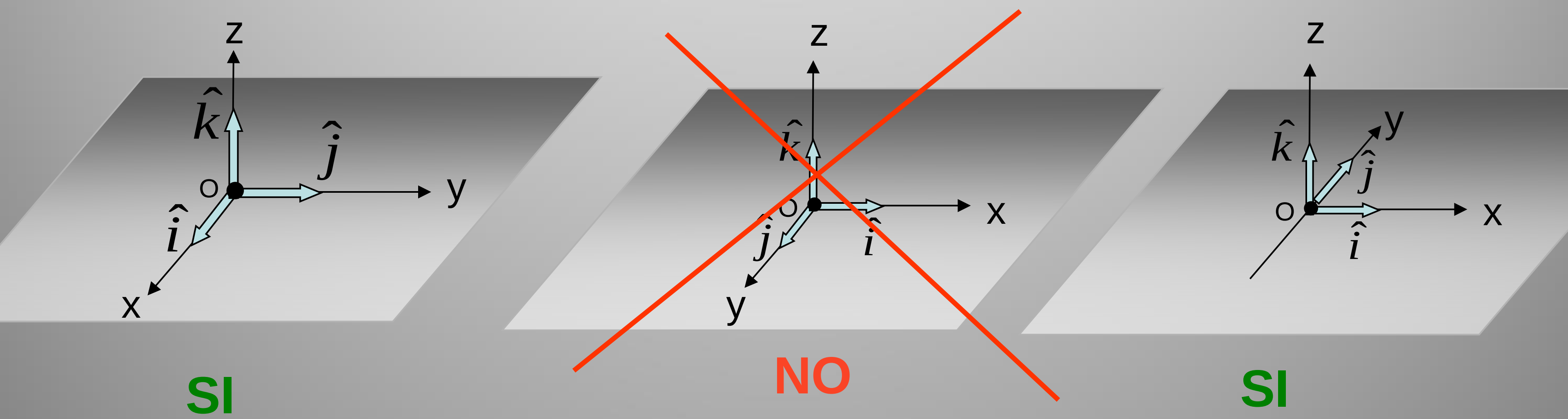
- terna unitaria

$$\hat{i}\cdot\hat{j}=0 \qquad \hat{i}\cdot\hat{k}=0 \qquad \hat{j}\cdot\hat{k}=0$$

- terna ortogonale

$$\hat{i}\times\hat{j}=\hat{k} \qquad \hat{j}\times\hat{k}=\hat{i} \qquad \hat{k}\times\hat{i}=\hat{j}$$

- terna <u>destrorsa</u>



ovviamente si avra' anche $\hat{i}\times\hat{i}=0 \qquad \hat{j}\times\hat{j}=0 \qquad \hat{k}\times\hat{k}=0$

Coordinate polari sferiche

come superfici coordinate si assumono

1) superfici sferiche **2) superfici semi coniche** **3) semipiani**

scelti
- ➢ un punto fisso O come origine
- ➢ una retta orientata passante per O come asse di riferimento detta ***asse polare***
- ➢ il semipiano σ contenente l'asse z come riferimento

le superfici sferiche

sono identificate dal raggio ρ della sfera $\rho > 0$

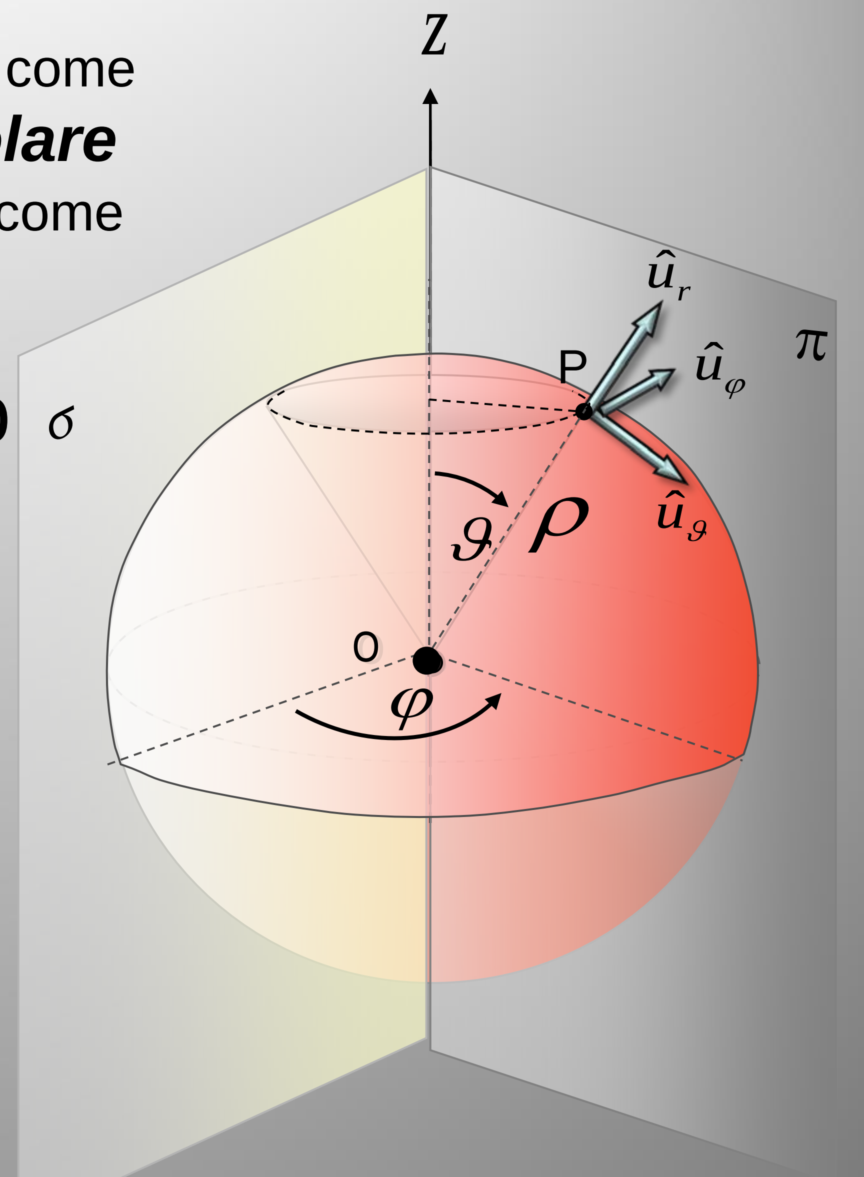
i semiconi con centro in O

sono identificati dall'angolo di apertura del cono a partire dall'asse polare θ $[0 \leq \theta < \pi]$

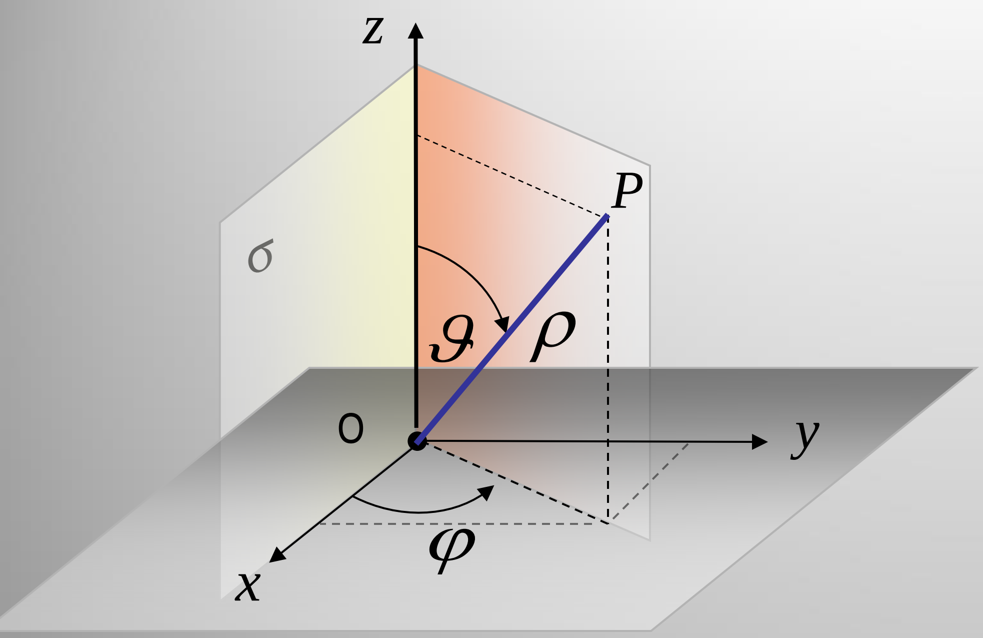
i semipiani π passanti per l'asse polare

sono identificati dall'angolo che formano rispetto al semipiano σ di riferimento φ $[0 \leq \varphi < 2\pi]$

nel generico punto P la terna ortogonale e' data dai tre versori orientati nelle direzioni
- perpendicolare alla sfera,
- perpendicolare alla superficie del cono,
- perpendicolare al piano π



coordinate cartesiane espresse in funzione delle coordinate polari sferiche :



$$x = \rho sen\vartheta \cos\varphi$$

$$y = \rho sen\vartheta sen\varphi$$

$$z = \rho \cos\vartheta$$

le relazioni inverse sono:

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\vartheta = arcos \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$\varphi = artg \frac{y}{x}$$

Coordinate polari cilindriche

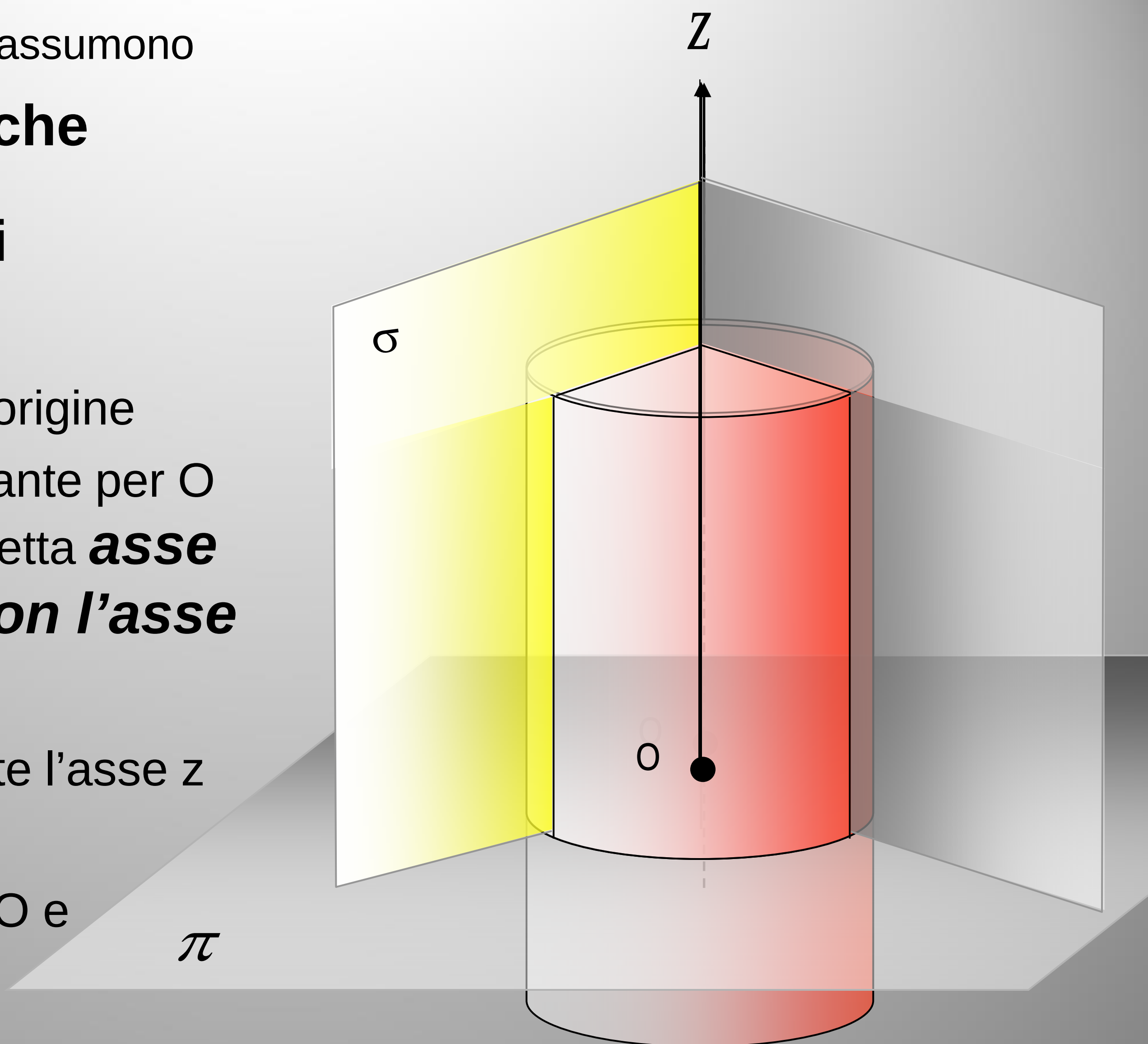
come superfici coordinate si assumono

1) superfici cilindriche

2) piani e semipiani

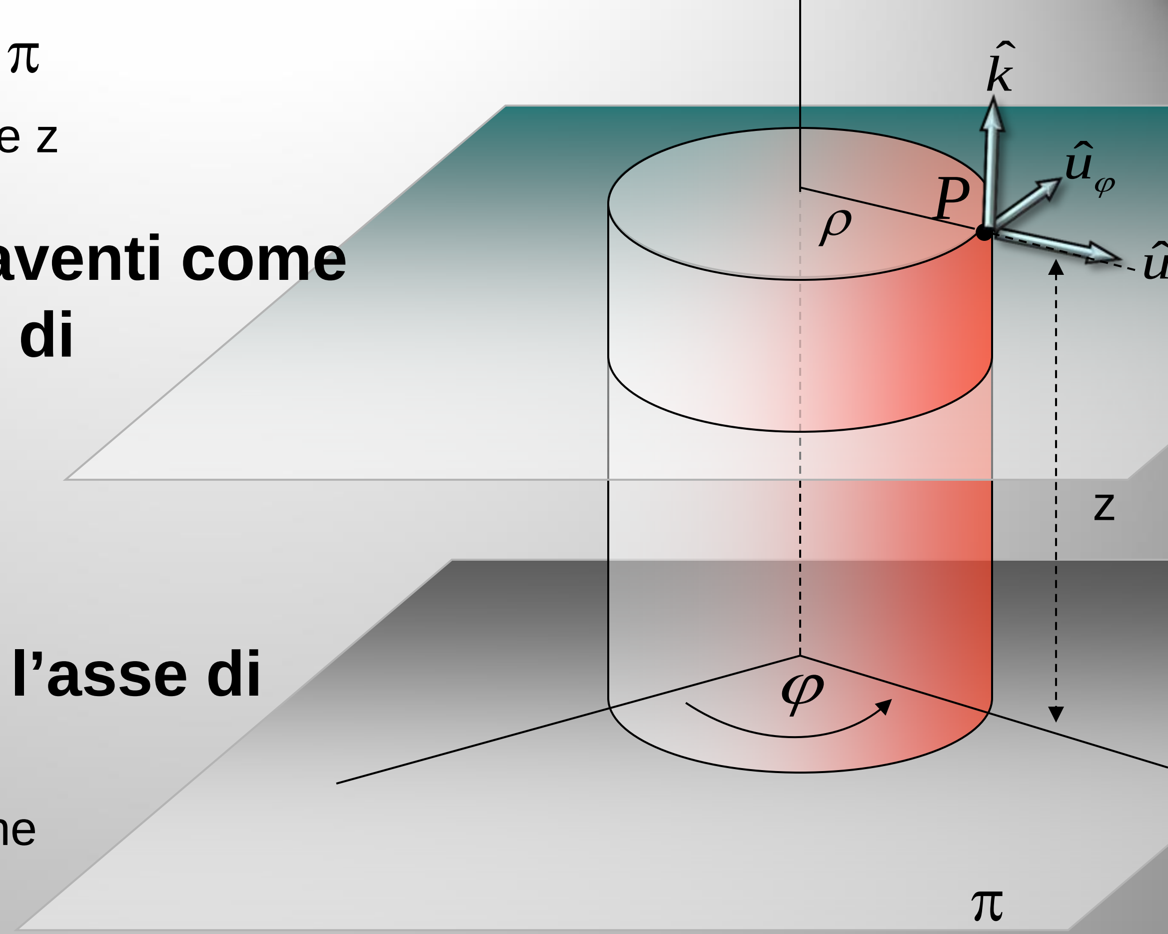
scelti :

- ➢ un punto fisso O come origine
- ➢ una retta orientata passante per O come asse di riferimento detta ***asse polare coincidente con l'asse del cilindro***
- ➢ il semipiano σ contenente l'asse z come riferimento
- ➢ il piano π passante per O e perpendicolare all'asse z



i piani paralleli al piano π

sono individuati dalla loro posizione z



le superfici cilindriche aventi come asse di simmetria l'asse di riferimento z

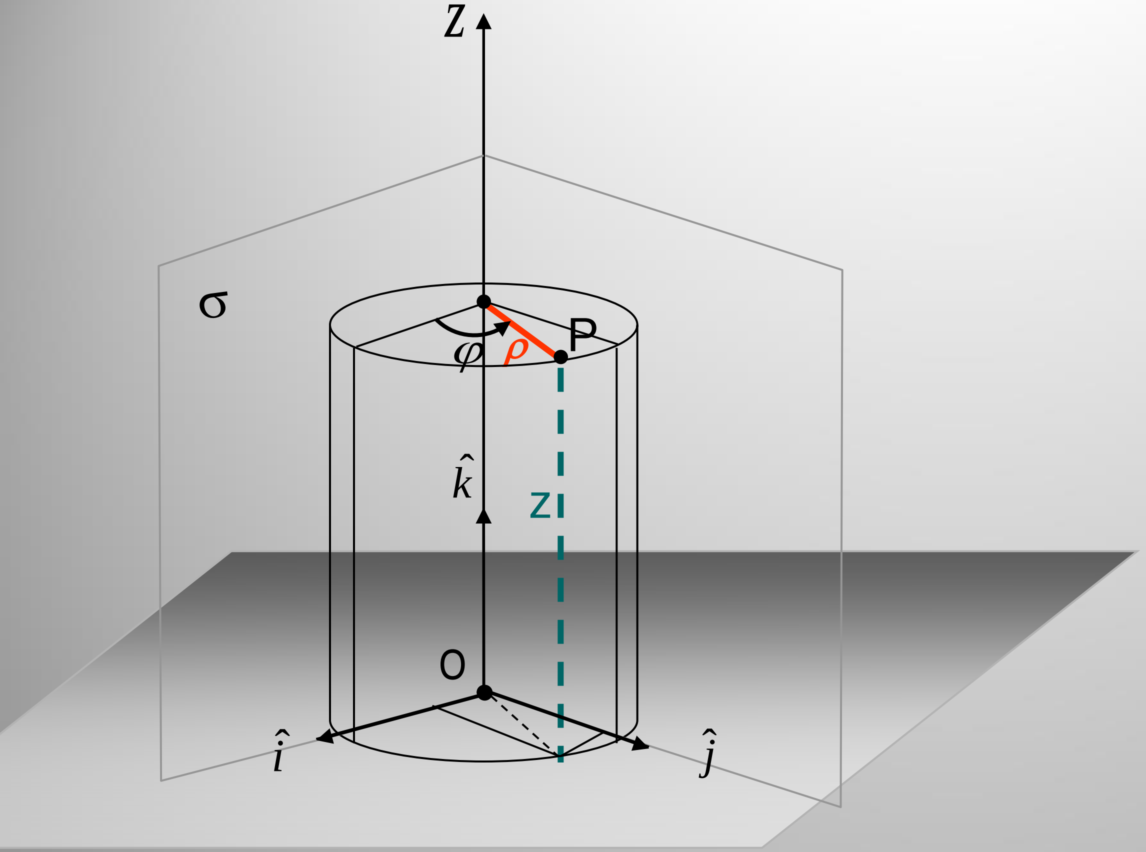
sono definite dal raggio ρ della sezione normale del cilindro $\rho > 0$

i semipiani passanti per l'asse di riferimento z

sono caratterizzati dall'angolo φ che formano rispetto al semipiano σ di riferimento φ $[0 \leq \varphi < 2\pi]$

il versore $\hat{u}_z(P)$ parallelo all'asse z e' perpendicolare in P al piano π passante per il punto P dello spazio

ad una generica superficie cilindrica passante per il punto P dello spazio sara' perpendicolare in P il versore u_ρ diretto in direzione radiale uscente dall'asse di riferimento verso l'esterno coordinate cartesiane espresse in funzione delle coordinate polari cilindriche :



$$x = \rho cos\varphi$$

$$y = \rho sen\varphi$$

$$z = z$$

le relazioni inverse sono:

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\varphi = artg\,\frac{y}{x}$$

$$z = z$$

Backup Slides