Moto circolare: velocita' e accelerazioni angolari

per descrivere l'andamento dei *moduli* di velocita' ed accelerazione si possono

utilizzare anche grandezze angolari

velocita' angolare $\omega = d\theta/dt$

accelerazione angolare $\alpha = d\omega/dt$

per definizione $\mathrm{v} = ds/dt$ ma $ds = r\, d\theta$ e differenziando $r\, d\theta$

rispetto al tempo, dato che nel moto circolare, r e' costante

si ha $\mathrm{v} = r\, d\theta/dt$ ⇨ $\mathrm{v} = \omega\, r$

per l' accelerazione tangenziale

$$a_t = d\mathrm{v}/dt \quad \text{ma} \quad \mathrm{v} = \omega\, r$$

differenziando rispetto al tempo, dato che r e' costante si ha :

$$a_t = r\, d\omega/dt \quad \Rightarrow \quad a_t = \alpha\, r$$

per l' accelerazione centripeta $a_c = \mathrm{v}^2/r$ ma $\mathrm{v} = \omega\, r$

$$a_c = r^2\omega^2/r \quad \Rightarrow \quad a_c = \omega^2\, r$$

Periodo e frequenza

il tempo impiegato a percorrere una intera circonferenza, in termini angolari ,

il tempo impiegato a spazzare un angolo giro, e' detto *"periodo"* (T)

nel S.I. il periodo si misura in secondi

da $t = s/v$ in un moto circolare uniforme il periodo sara' $T = 2\pi r/v$

ossia $2\pi r/\ \omega r$ ⇨ $$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

si definisce *"frequenza"* l'inverso del periodo, la frequenza si indica con la

lettera greca ν ⇨ $\nu = \frac{1}{T}$ nel S.I. la frequenza si misura in s^{-1} (hertz)

combinando la $T = 2\pi/\omega$ con la $\nu = 1/T$ si ottiene :

$$\omega = 2\pi\,\nu$$

- nel moto circolare ***uniforme*** la velocita' lineare e quella angolare sono costanti

$$\mathrm{v} = \text{cost} \qquad\qquad \omega = \text{cost}$$

le leggi orarie sono :

$s(t) = s_0 + \mathrm{v}\, t$ dove s_0 e' la posizione al tempo $t = 0$

$\theta(t) = \theta_0 + \omega\, t$ dove θ_0 e' l'angolo al tempo $t = 0$

- nel moto circolare uniformemente accelerato $\alpha = costante$

integrando la $\alpha = d\omega/dt$ si ottiene la legge oraria per la velocita' angolare

$\omega(t) = \alpha t + \omega_0$ → la velocita' angolare cresce linearmente nel tempo

la legge oraria per l'angolo "sotteso" durante il moto si ricava per

integrazione della $\omega = \omega_0 + \alpha t$ da $\omega = d\theta/dt$ si ottiene :

$\theta(t) = ½\, \alpha t^2 + \omega_0 t + \theta_0$ → l' angolo sotteso cresce quadraticamente nel tempo

→ **stretta analogia con le formule del moto rettilineo uniformemente accelerato** ma la velocita' e l'accelerazione sono vettori e anche la velocita' angolare

puo' essere definita in modo vettoriale introducendo il vettore

vettore velocita' angolare $\vec{\omega}$

Proprieta' del vettore $\vec{\omega}$

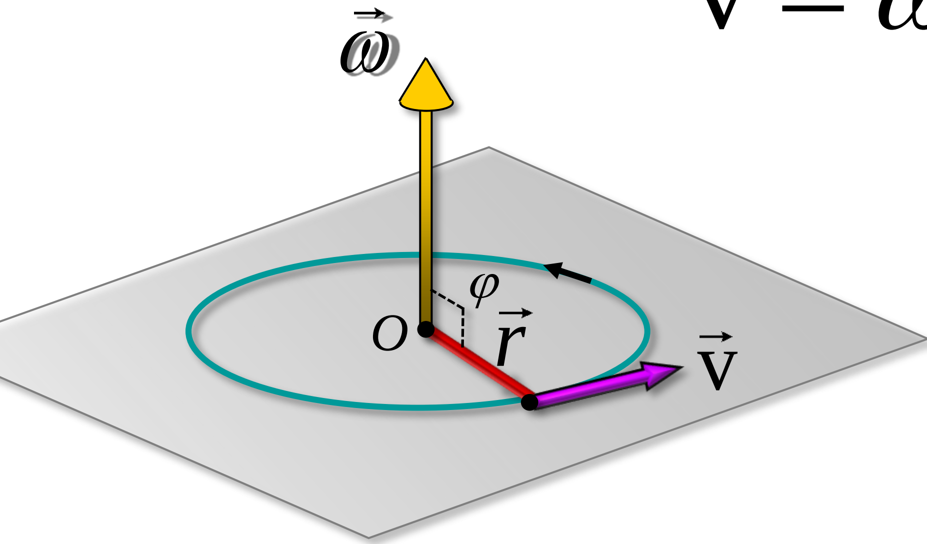
- il modulo del vettore $\vec{\omega}$ e' $|\vec{\omega}| = \omega = \dfrac{d\vartheta}{dt}$

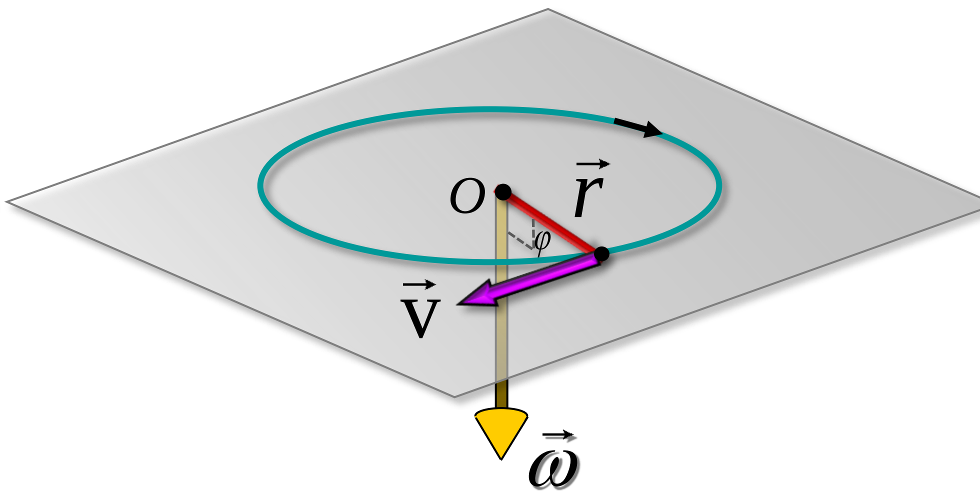
- la direzione di $\vec{\omega}$ e' quella perpendicolare al piano in cui si svolge il moto circolare

- il verso di $\vec{\omega}$ e' scelto di modo che un osservatore posto sul termine del vettore veda il moto avvenire in senso antiorario

- il punto di applicazione del vettore $\vec{\omega}$ e' il centro O della circonferenza la relazione vettoriale tra velocita' lineare' e velocita' angolare e'

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$





se r e' il raggio del cerchio $|\vec{r}| = r$

e $|\vec{v}| = |\vec{\omega}||\vec{r}| sen\varphi$ ma $\varphi = 90°$ ⇨ $sen\vartheta = 1$ ⇨ $|\vec{v}| = \omega r$

Backup slides