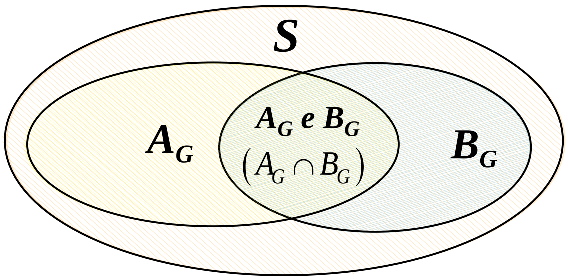
Esercizio

Un dispositivo A ha la probabilità di guastarsi del 6% e un dispositivo B ad esso collegato ha la probabilità di guastarsi del 5% se A non è guasto e del 3% se A si guasta.
Calcolare la probabilità che in un certo momento:
1) i due dispositivi si guastino contemporaneamente;
2) almeno uno sia guasto;
3) sia guasto uno soltanto;
4) non vi sia alcun guasto.

Eventi A_G = { dispositivo A guasto } A_{NG} = { dispositivo A non guasto}
B_G = { dispositivo B guasto } B_{NG} = { dispositivo B non guasto }

in termini di diagammi di Venn



dati forniti dal testo :

- la probabilita' $P(\mathrm{A}_G) = 0.06$ $\Rightarrow$ assioma di normalizzazione $\rightarrow$ $P(\mathrm{A}_{NG}) = 1 - P(\mathrm{A}_G) = 0.94$

- le probabilita' condizionate $P(\mathrm{B}_G / \mathrm{A}_{NG}) = 0.05$ e $P(\mathrm{B}_G / \mathrm{A}_G) = 0.03$

1) probabilita' che i due dispositivi si guastino contemporaneamente

dalla definizione di prob. condizionata: $$P(\text{Evnt}1\ /\ \text{Evnt}2) = \frac{P(\text{Evnt}1 \text{ e } \text{Evnt}2)}{P(\text{Evnt}\,2)}$$

$$\Rightarrow \quad P(\text{Evnt}1 \text{ e } \text{Evnt}2) = P(\text{Evnt}1\ /\ \text{Evnt}2)P(\text{Evnt}\,2) \qquad \Rightarrow \quad P(\text{A}_G \text{ e } \text{B}_G) = P(\text{B}_G\ /\ \text{A}_G)P(\text{A}_G)$$

$$P(\text{A}_G \text{ e } \text{B}_G) = 0.03 \cdot 0.06 = 0.0018$$

2) prob. che almeno uno sia guasto → o A guasto o B guasto o guasti tutti e due

$\Rightarrow$ $$P(\text{Evnt}1 \text{ o Evnt}2) = P(\text{Evnt}1) + P(\text{ Evnt}2) - P(\text{Evnt}1 \text{ e } \text{Evnt }2)$$ (terzo assioma di Kolmogorv)

quindi prob. che almeno uno sia guasto $\Rightarrow$ $P(\mathrm{A}_G) + P(\mathrm{B}_G) - \mathrm{P}(\mathrm{A}_G \; e \; B_G)$

$P(\mathrm{A}_G) = 0.06$ $\qquad$ $P(\mathrm{A}_G \text{ e } \mathrm{B}_G) = 0.0018$ $\qquad$ $P(\mathrm{B}_G) = ???$

per trovare $P(B_G)$ si puo' usare il teorema della probabilita' assoluta o delle "probabilita' totali"

gli eventi a_i costituiscono una ***partizione*** di S se $a_i \cap a_j = 0$ e $\bigcup_{i=1}^{n} a_i = S$

se B e' un qualsiasi evento dello spazio S → $P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(a_i) P(B / a_i)$

chiaramente gli eventi A_G ed A_{NG} costituiscono una partizioni dello spazio S degli eventi

$\Rightarrow$ $$P(\mathrm{B}_G) = P(B_G / A_G) P(A_G) + P(B_G / A_{NG}) P(A_{NG}) = 0.03 \cdot 0.06 + 0.05 \cdot 0.94 = 0,049$$

prob. che almeno uno sia guasto $\Rightarrow$ $P(\mathrm{A}_G) + P(\mathrm{B}_G) - \mathrm{P}(\mathrm{A}_G \; e \; B_G) = 0.107$

3) prob. che sia guasto uno soltanto

sara' guasto uno soltanto dei due dispositivi quando → o A guasto o B guasto

→ (o A guasto o B guasto o guasti tutti e due) – guasti tutti e due

$$[P(\mathrm{A}_G)+P(\mathrm{B}_G)-\mathrm{P}(\mathrm{A}_G \;\; e \; B_G)]-\mathrm{P}(\mathrm{A}_G \;\; e \; B_G)$$

$$[P(\mathrm{A}_G)+P(\mathrm{B}_G)-\mathrm{P}(\mathrm{A}_G \;\; e \; B_G)]=0.107$$ e $$P(\mathrm{A}_G \;\; \mathrm{e} \;\; \mathrm{B}_G)=0,0018$$

la prob. che sia guasto uno soltanto $=0.107-0.0018=0.1052$

4) prob. che non vi sia alcun guasto

non vi sara' alcun guasto se → (A non guasto) e (B non guasto)

$P(\mathrm{B}_G)=0,049 \quad \Rightarrow \quad P(\mathrm{B}_{NG})=1-0,049 \;=0,951$ (assioma di normalizzazione)

$P(\mathrm{A}_G)=0.06 \quad \Rightarrow \quad P(\mathrm{A}_{NG})= \; 1-P(\mathrm{A}_G)=0.94$

la prob. che non vi sia alcun guasto $\mathrm{P}(\mathrm{A}_{NG})P(\mathrm{B}_{NG}) \;=0.951\cdot 0.94=0.894$

Backup Slides