Momento della quantita' di moto

si definisce momento della quantita' di moto o " momento angolare "

rispetto all'origine del sistema di riferimento inerziale, o ad un generico polo O_P

il vettore $$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{q} \equiv \vec{r} \times m\vec{\mathrm{v}}$$

$$\left|\vec{L}\right| = mr^2\omega$$ dove ω e' il modulo della velocita' angolare

il momento della quantita' di moto e' legato

alla rotazione di un punto materiale attorno ad un polo

Derivata temporale del momento angolare

$$\boxed{\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}}$$

derivando $\vec{L}$ rispetto al tempo $\dfrac{d\vec{L}}{dt} = \dfrac{d}{dt}(\vec{r} \times m\vec{v})$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times m\vec{v} + \vec{r} \times \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

ma $\dfrac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \rightarrow \vec{v} \times m\vec{v} = 0$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{q}}{dt} = \vec{F}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}}$$

Teorema del momento dell'impulso

$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}}$$

moltiplicando ambo i membri per dt

$$\frac{d\vec{L}}{dt}dt = \vec{M}dt$$

differenziando $\vec{L}$ rispetto al tempo $d\vec{L} = \frac{d\vec{L}}{dt}dt$

$$d\vec{L} = \vec{M}dt$$

ragionando come nel caso della quantita' di moto
si integra tra l'istante iniziale $t = 0$
e il generico istante finale $t = \tau$

$$\int_{\vec{L}_{iniz}}^{\vec{L}_{fin}} d\vec{L} = \int_0^{\tau} \vec{M}dt$$

$\downarrow$

$$\vec{L}_{fin} - \vec{L}_{iniz} = \int_0^{\tau} \vec{M}dt$$

$\downarrow$

$$\Delta\vec{L} = \int_0^{\tau} \vec{M}dt$$

per generare una variazione del momento angolare
di un punto materiale occorre che per un certo tempo
agisca sul punto il momento di una forza

$$\Delta\vec{L} = \int_0^\tau \vec{M}\,dt$$

per definizione $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

$$\Delta\vec{L} = \int_0^\tau \vec{r} \times \vec{F}\,dt$$

se $\tau \to 0$ $\vec{r}$ rimarr… fisica ($v < c$) …che' costante durante l'applicazion… …rza

$$\Delta\vec{L} = \vec{r} \times \int_0^\tau \vec{F}\,dt$$

per definizione $\vec{I} = \int_0^\tau \vec{F}\,dt$

$$\Delta\vec{L} = \vec{r} \times \vec{I}$$

teorema del momento dell'impulso

la variazione del momento angolare di un punto materiale e' uguale

al momento dell'impulso applicato al punto

Nota Bene : il comportamento di un <u>punto materiale</u> e’ regolato dalla sola

$\vec{F} = m\vec{a}$ ma per la descrizione del moto di corpi estesi sara’ necessario

ricorrere anche alla terza legge della dinamica e cio’ implica considerare

anche il momento delle forze esterne al sistema

Backup Slides