

Misura statica e dinamica della forza

misura statica

$$\vec{a} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{R} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0 \quad \text{dinamometri}$$

misura dinamica

$$\vec{a} \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = m\vec{a}$$

la forza gravitazionale **sulla superficie della terra** e' detta "**forza peso**"

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

la forza peso e' conservativa

dimostrazione :

se si utilizza la prima definizione di conservativita' di un campo di forze

occorrerà dimostrare che il lavoro calcolato lungo un qualsiasi percorso **non**

dipende dal percorso, ma solo dai valori che una funzione scalare della posizione

assume in corrispondenza delle coordinate degli estremi di partenza e di arrivo

il lavoro effettuato da \vec{P} nel passare da A a B lungo il percorso Γ

e' l'integrale di linea da A a B della forza peso

$\vec{P} \cdot d\vec{l} \equiv dL$ e' il lavoro infinitesimo di \vec{P}

e per definizione di integrale di linea $\int_A^B \vec{P} \cdot d\vec{l}$
lungo Γ

Nota Bene: per fare l'integrale di linea dovremo fare una misura statica della forza

non si deve pensare di lasciare il corpo libero di cadere ma occorrerà

spostarlo bilanciando costantemente la forza peso \vec{P} con una forza \vec{F}_{est}

uguale ed opposta alla forza peso di modo che ad ogni istante vi sia **equilibrio**

per far ciò bisogna che gli spostamenti siano molto piccoli, al limite infinitesimi

e che vengano effettuati molto lentamente, ossia eseguendo una trasformazione

“adiabatica” nel tempo in questo modo si potrà valutare il lavoro effettuato da \vec{F}_{est}

e il lavoro fatto da \vec{P} sarà uguale, ma contrario in segno, al lavoro fatto dall'esterno

scelto un sistema di riferimento cartesiano ortogonale

ed un percorso Γ qualsiasi orientato da A a B

la forza peso e' un campo di forza costante

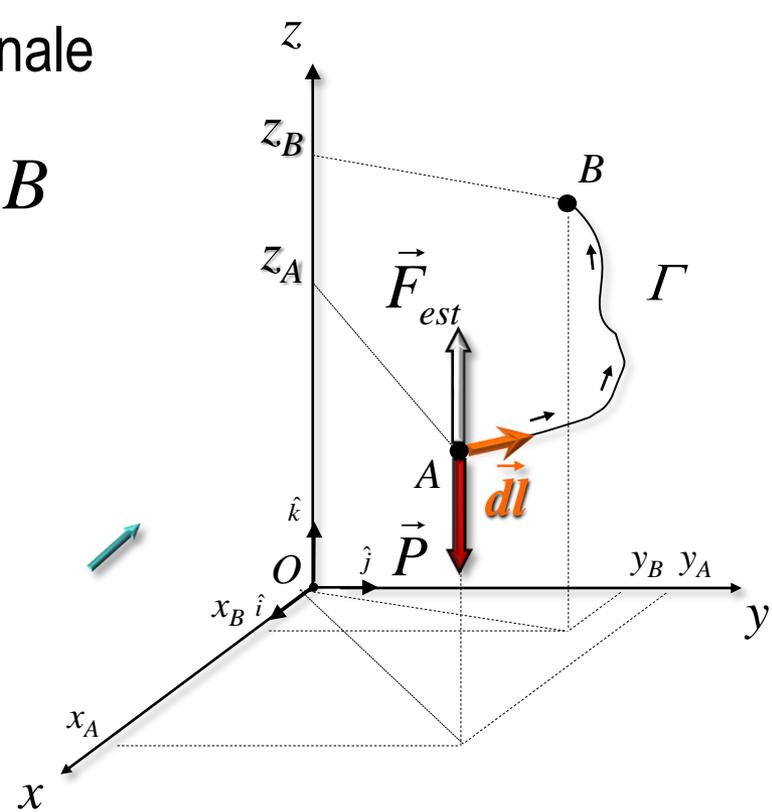
ed e' sempre diretta lungo la verticale, percio'

$$\vec{P} = 0 \hat{i} + 0 \hat{j} - mg \hat{k} = -mg \hat{k}$$

la forza che equilibria \vec{P} dovra' essere pari a $\vec{F}_{est} = -\vec{P} = mg\hat{k}$

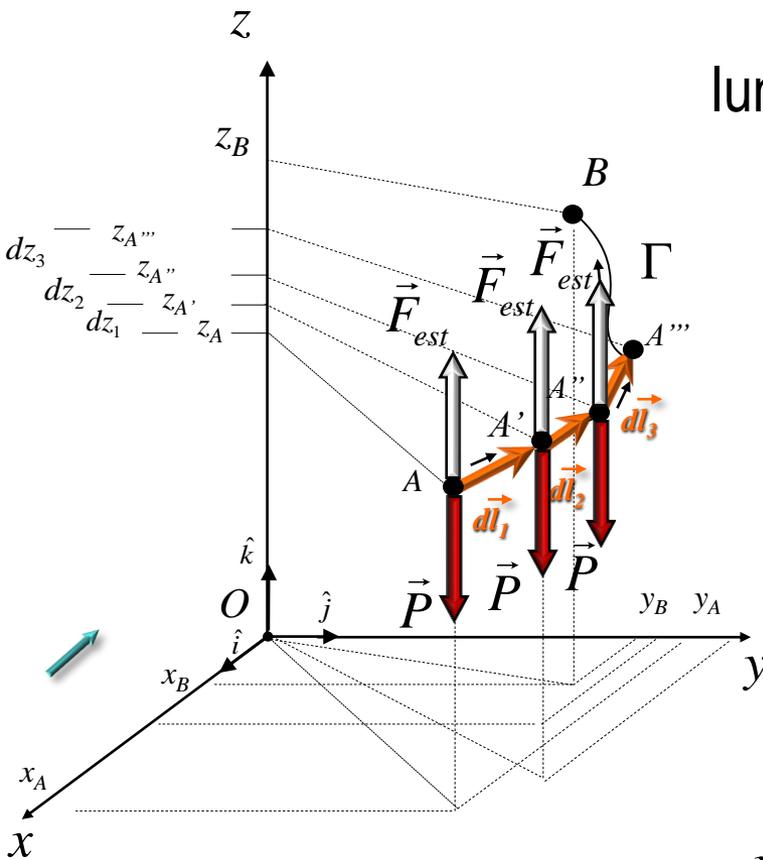
l'espressione di un generico spostamento infinitesimo nello spazio sara'

$$d\vec{l} = dx \hat{i} + dy \hat{j} + dz \hat{k}$$



e il lavoro infinitesimo fatto dalla forza esterna lungo il primo spostamento sarà

$$dL_{1_{est}} \equiv \vec{F}_{est} \cdot d\vec{l}_1 = 0 dx_1 + 0 dy_1 + mg dz_1 = mg dz_1$$



lungo il secondo tratto $\rightarrow dL_{2_{est}} = mg dz_2$

e così via

\Rightarrow lungo tutto il percorso da A a B

si avrà sempre $dL_{est} = mg dz$

per cui
$$\int_A^B \vec{F}_{est} \cdot d\vec{l} = \int_{x_A, y_A, z_A}^{x_B, y_B, z_B} (mg) dz = mg \int_{x_A, y_A, z_A}^{x_B, y_B, z_B} dz$$

$$= mg \int_{z_A}^{z_B} dz = (mgz_B - mgz_A) \quad \text{ma} \quad L_{Peso} = -L_{est}$$

$$\Rightarrow L_{Peso} = - (mgz_B - mgz_A) \quad \underline{\text{qualunque sia il percorso effettuato}}$$

se $L_{Peso} = - (mgz_B - mgz_A)$

posto: $E_P(A) = mgz_A$ e $E_P(B) = mgz_B$

$$\Delta E_P = E_P(B) - E_P(A) = (mgz_B - mgz_A)$$

$$\Rightarrow L_{Peso_{A \rightarrow B}} = - \Delta E_{P_{AB}}$$

Forza elastica

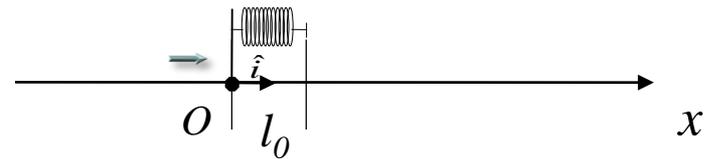
una forza elastica unidimensionale diretta lungo l'asse x ha espressione

$$\vec{F} = -k x \hat{i} \quad \text{dove } k \text{ e' una costante } \underline{\text{positiva per definizione}}$$

nella pratica per produrre una forza elastica si usa una molla costituita da un

sottile filo metallico avvolto a spirale una molla ha una lunghezza a riposo l_0

e se la molla viene estesa o compressa



alla lunghezza l si manifesta una forza di richiamo proporzionale a $x = l - l_0$

che tende a riportare la molla alla lunghezza originale

se portiamo la molla dalla posizione l_A a l_B

la stiamo allungando e l'elongazione

sarà $x_A = l_A - l_0$ nel punto A

e $x_B = l_B - l_0$ nel punto B

$$\Delta x = x_B - x_A = l_B - l_A = \Delta l$$

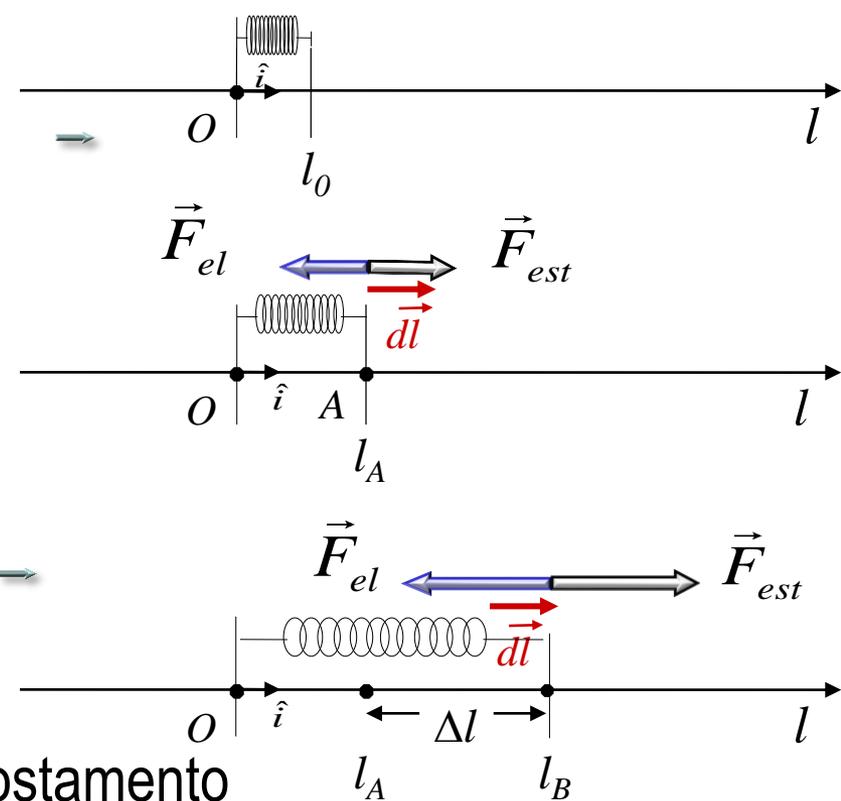
la forza elastica non è costante durante lo spostamento

perciò dovremo valutare il lavoro per spostamenti infinitesimi ed integrare

per elongazioni infinitesime $\Delta x \rightarrow dx = dl \Rightarrow d\vec{l} = dl\hat{i} \equiv dx\hat{i}$

$$\vec{F}_{el} = -kx\hat{i} \quad \text{e} \quad \vec{F}_{est} = -\vec{F}_{el} = kx\hat{i}$$

se per semplicità supponiamo che $l_0 = 0$ riesce che $l \equiv x$ per cui



$$\int_A^B \vec{F}_{est} \cdot d\vec{l} = \int_{x_A}^{x_B} kx\hat{i} \cdot dx\hat{i} = \int_{x_A}^{x_B} kxdx(\hat{i} \cdot \hat{i}) = k \int_{x_A}^{x_B} xdx$$

$$= \frac{k}{2} x^2 \Big|_{x_A}^{x_B} = \frac{k}{2} x_B^2 - \frac{k}{2} x_A^2 \quad \text{il lavoro effettuato dalla forza elastica}$$

sara' uguale ed opposto a quello effettuato della forza esterna

$$L_{el_{A \rightarrow B}} = -L_{est_{A \rightarrow B}} = \frac{k}{2} x_A^2 - \frac{k}{2} x_B^2 = -\left(\frac{k}{2} x_B^2 - \frac{k}{2} x_A^2\right)$$

se si pone $E_{Pel} = \frac{1}{2} kx^2 \Rightarrow \Delta E_{Pel} = E_{Pel}(B) - E_{Pel}(A)$

$$= \frac{1}{2} kx_B^2 - \frac{1}{2} kx_A^2 \Rightarrow L_{el_{A \rightarrow B}} = -\Delta E_{Pel}$$

dunque $L_{el_{A \rightarrow B}} = -\Delta E_P$

e ne concludiamo che la forza elastica e' conservativa

$$E_{P_{el}} = \frac{1}{2} kx^2 \quad \text{e' detta } \underline{\text{energia potenziale elastica}},$$

Lavoro di una forza di attrito

in generale una forza di attrito radente dinamico avr  espressione

$$\vec{F}_a = -\mu_d N \hat{u}_v \quad \text{dove } \hat{u}_v \text{ e' il versore della } \underline{\text{velocita' relativa}}$$

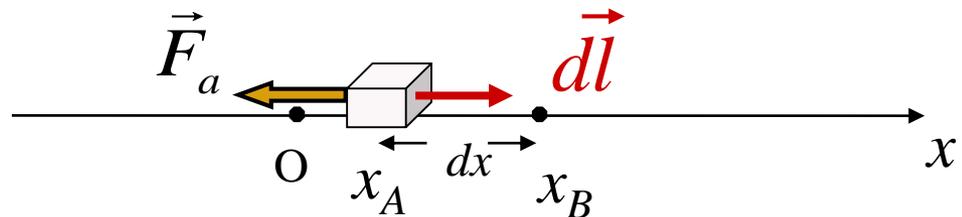
tra le due superfici a contatto tra loro e μ_d e' il coefficiente di attrito dinamico

per il caso semplice di moto rettilineo lungo l'asse delle ascisse

nel passare da x_A a x_B la forza di attrito e' **discorde** allo spostamento

$$\vec{F} = -\mu_d N \hat{i} \quad \mu_d > 0$$

$$d\vec{l} = dx \hat{i}$$



il lavoro eseguito dalla forza $\vec{F} = -\mu_d N \hat{i}$

nel muovere un corpo materiale da x_A a x_B sarà

$$\int_{x_A}^{x_B} \vec{F} \cdot dx \hat{i} = \int_{x_A}^{x_B} -\mu_d N \hat{i} \cdot dx \hat{i} = -\mu_d N \int_{x_A}^{x_B} dx$$

Nota Bene : dx è la lunghezza infinitesima lungo il percorso da A a B

e $\int_{x_A}^{x_B} dx$ è la lunghezza del percorso stesso

quindi il lavoro di una forza di attrito dinamico **dipenderà dal percorso !!**

in conclusione : la forza di attrito dinamico **NON** è una forza conservativa !!

Backup slides