Determinare la posizione del centro di massa di due masse puntiformi

m_1 ed m_2 poste a distanza fissa a una dall'altra nel caso che sia

1) $m_1 = m_2$ 2) $m_1 = 3\, m_2$ 3) $m_1 = 1/3\, m_2$

in generale :

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} \Rightarrow$$

$$x_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots . m_n x_n}{m_1 + m_2 + \ldots . m_n}$$

$$y_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \ldots . m_n y_n}{m_1 + m_2 + \ldots . m_n}$$

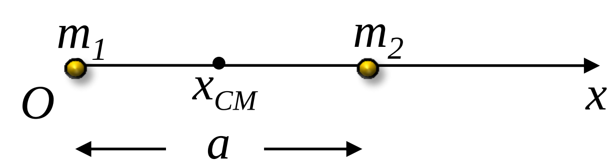
$$z_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i z_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \ldots . m_n z_n}{m_1 + m_2 + \ldots . m_n}$$

il problema in questo caso e' unidimensionale e scelto l'asse x come riferimento

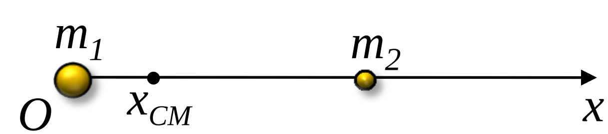
$$x_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

se, per semplicita', collochiamo la massa m_1 direttamente nell'origine si ha $x_1 = 0$ e $x_2 = a$ $\Rightarrow$ $x_{CM} = \dfrac{m_2 a}{m_1 + m_2}$

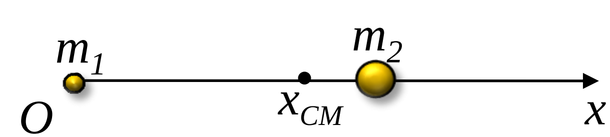
1) $m_1 = m_2$ $\Rightarrow$ $x_{CM} = \dfrac{1}{2} a$



2) $m_1 = 3\, m_2$ $\Rightarrow$ $x_{CM} = \dfrac{m_2 a}{3m_2 + m_2} = \dfrac{1}{4} a$



3) $m_1 = 1/3\, m_2$ $\Rightarrow$ $x_{CM} = \dfrac{m_2 a}{\frac{1}{3} m_2 + m_2} = \dfrac{3}{4} a$



se le masse fossero distribuite con continuita'   lungo linee,

su superfici   o entro volumi   occorrebbe utilizzare

il concetto di " densita' di massa "

$$\lambda_m = \frac{dm}{dl}$$ densita' lineare di massa

$$\sigma_m = \frac{dm}{dS}$$ densita' superficiale di massa

$$\rho_m = \frac{dm}{dV}$$ densita' volumetrica di massa

se fosse nota la densita' di massa si potrebbe ricavare la massa integrando

la densita' di massa stessa in particolare:

se $\lambda_m = \dfrac{dm}{dl}$ ⇨ $dm = \lambda_m dl$ ⇨ $m = \int_{linea} \lambda_m dl$

se $\sigma_m = \dfrac{dm}{dS}$ ⇨ $dm = \sigma_m dS$ ⇨ $m = \int_{superfice} \sigma_m dS$

se $\rho_m = \dfrac{dm}{dV}$ ⇨ $dm = \rho_m dV$ ⇨ $m = \int_{volume} \rho_m dV$

Backup Slides