- Gradi di liberta’

il numero dei *gradi di liberta’* di un determinato sistema meccanico

e’ il *minimo* numero di parametri indipendenti necessari per individuare

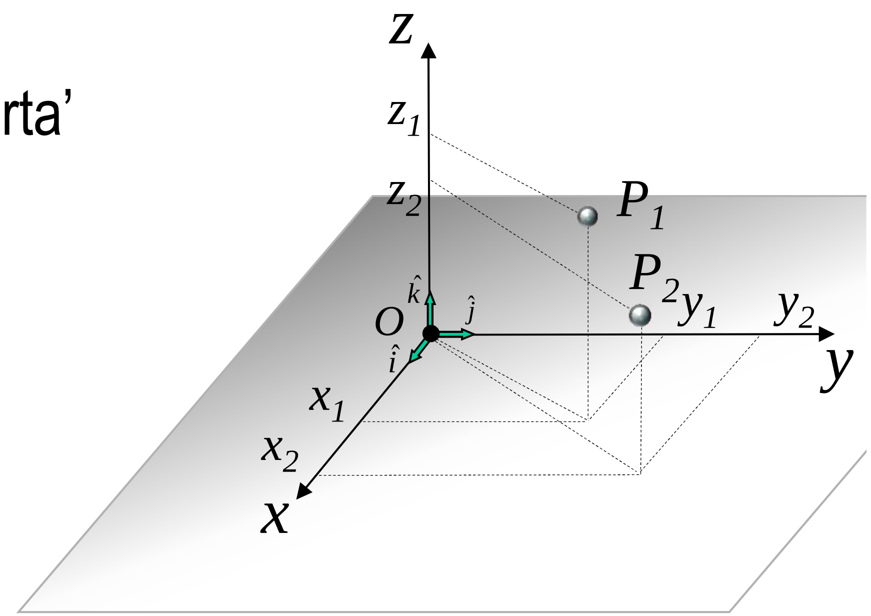
e descrivere univocamente la configurazione del sistema

si sottolinea l’aggettivo minimo

per individuare univocamente la posizione di un punto materiale

occorrono **tre** parametri in coordinate cartesiane → x_1, y_1, z_1

→ un punto materiale ha – **tre** – gradi di liberta'



due punti materiali liberi di muoversi

indipendentemente hanno

– **sei** – gradi di liberta' in coordinate cartesiane → $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$

→ un sistema costituito da $\boldsymbol{n}$ punti materiali ***indipendenti*** tra loro

ha $\boldsymbol{3n}$ gradi di liberta'

un corpo esteso puo' essere scomposto in un numero

intero e finito n di punti materiali, ciascuno di massa m_i con $i = 1,n$

in generale diversa da punto a punto del corpo

i corpi continui saranno descritti dalla densita' di massa ρ :

$$\rho(x, y, z) = \frac{dm}{dV}$$

– Vincoli

si definisce ***vincolo*** qualsiasi tipo di limitazione ai possibili movimenti di un sistema meccanico ossia ogni "*condizione restrittiva*" che limita le posizioni e/o le velocità di un sistema.

le "condizioni restrittive'' sono espresse da equazioni e/o disequazioni (anche differenziali) tra le coordinate dei punti o i parametri che servono a individuare la posizione dei sistemi di punti

- *la presenza di vincoli ha come conseguenza la riduzione del numero dei gradi di liberta' del sistema*

– Corpo rigido

un ''corpo rigido'' e' un insieme di punti materiali le cui

<u>*distanze*</u> relative r_i restino sempre fisse nel tempo

in termini matematici $\left|\vec{r}_i\right| = r_i = c_i \quad \forall i$ e $\forall t$

un sistema costituito da due punti <u>vincolati a mantenere la distanza relativa fissa</u>

ha <u>*cinque*</u> gradi di liberta' e non sei come sarebbe se i punti fossero indipendenti

- tre gradi di liberta', determinano la posizione del primo punto nello spazio

ad es. le coordinate cartesiane x_1, y_1, z_1 di P_1

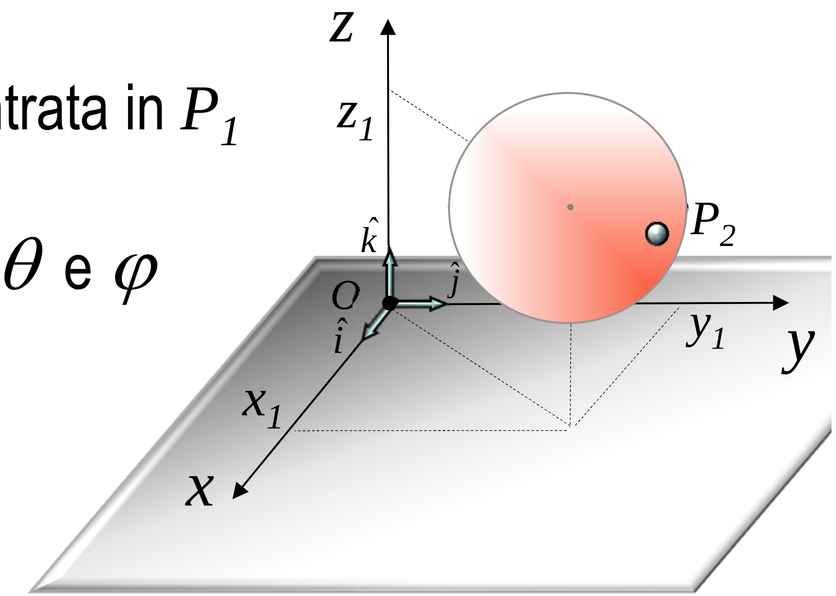
per effetto del vincolo di rigidita' il secondo punto P_2 puo' solo essere collocato

sulla superficie di una sfera di raggio d_{12} centrata in P_1

- solo due addizionali gradi di liberta' *ad es.* θ e φ

sono sufficienti a determinare univocamente

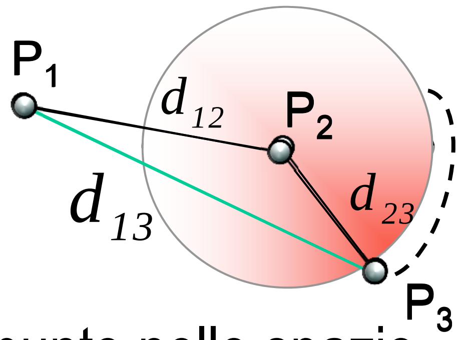
la posizione del secondo punto nello spazio



se il sistema rigido e' costituito da **tre punti** il numero dei gradi di liberta'

necessari per descrivere il sistema sale, ma solo

fino a **sei** contro nove se i punti fossero indipendenti



- tre gradi di liberta' determinano la posizione del primo punto nello spazio
- due quella del secondo punto P_2

ma ora il terzo punto P_3 non e' piu' libero di collocarsi sulla superficie di una sfera

centrata in P_2 di raggio d_{23} perche' cambierebbe la distanza d_{13}

e cio' e' impedito dal vincolo di rigidita' dunque il terzo punto P_3 puo' solo

ruotare intorno all'asse che va da P_1 a P_2 e un solo grado di liberta'

addizionale e' necessario

se il sistema rigido fosse costituito da quattro punti, il numero dei gradi di

liberta’ necessari per descrivere il sistema rimarrebbe fisso a sei

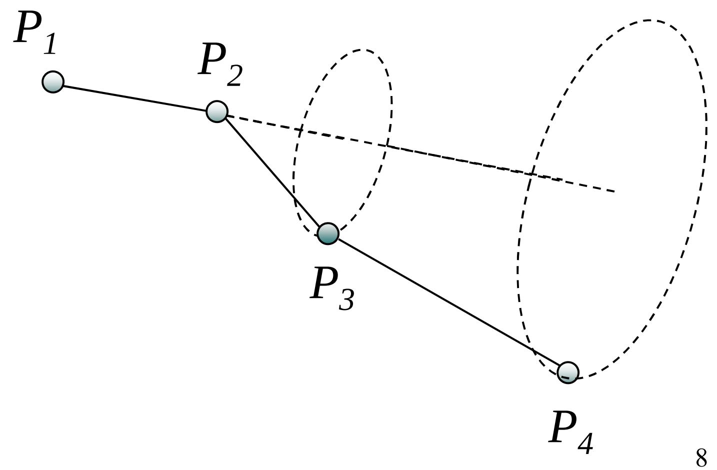
perche’ non sarebbero necessari ulteriori gradi di liberta’ per

determinare la posizione del quarto punto

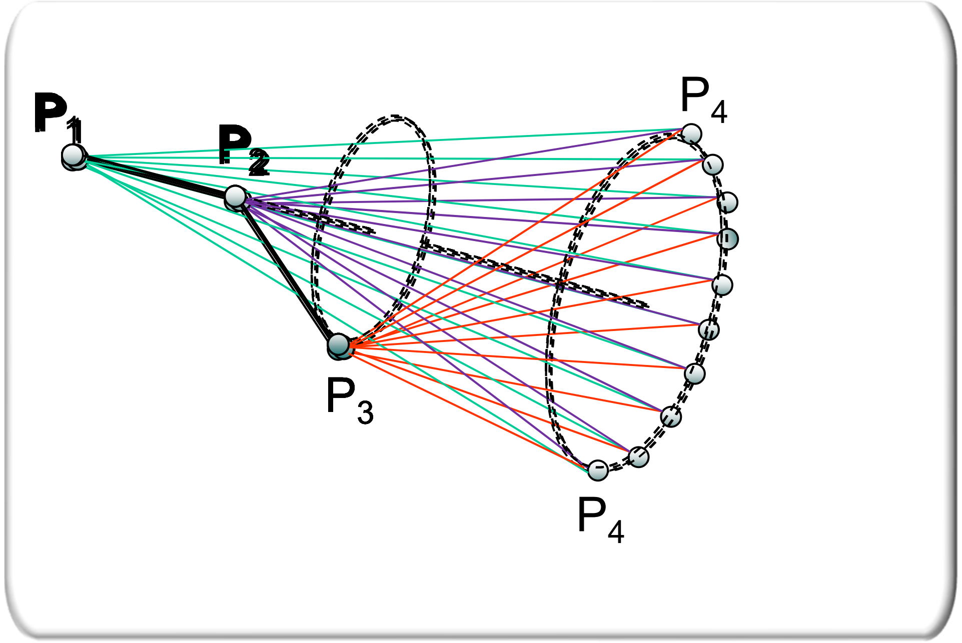
perche’, per effetto del vincolo di rigidita’, la posizione di P_4

e’ gia’ fissata univocamente una volta nota

la posizione di P_3



se P_4 potesse ruotare attorno all'asse $P_1 - P_2$ la distanza $P_3 - P_4$ varierebbe



ma cio' e' impedito

dal vincolo di rigidita'

aumentando ulteriormente

il numero di costituenti il sistema rigido

il numero dei gradi di liberta'

necessari per descrivere il sistema non cambia

per $n \geq 3$ il numero di gradi di liberta' e' sempre fisso a sei in conclusione

un corpo rigido costituito da $n \geq 3$ punti che sia :

- libero di muoversi nello spazio, ossia non soggetto ad altri vincoli oltre a quelli di rigidita', ha sei **gradi di liberta'**

- vincolato ad avere un punto fisso nello spazio
  ha tre **gradi di liberta'**

- vincolato ad avere due punti fissi nello spazio → rotazioni attorno ad un asse
  ha un solo **grado di liberta'**

Dinamica dei sistemi di punti materiali

la prima e la seconda equazione cardinale proiettate sugli assi cartesiani

forniscono **sei** equazioni indipendenti

→ sara' possibile determinare in modo <u>univoco</u> il moto di un sistema

che abbia al massimo **<u>sei</u>** gradi di liberta' → <u>corpo rigido</u>

per un sistema di $n > 6$ punti materiali le equazioni cardinali descriveranno il moto del centro di massa del sistema

Backup Slides