

Rotazioni rigide attorno ad un asse fisso nel tempo

se un corpo rigido e' in rotazione attorno ad un asse fisso

ad es. l'asse z in generale il momento angolare totale \vec{L}_{O_P}

non sara' parallelo all'asse di rotazione $\vec{\omega}$ ma ruoterà

nello spazio facendo una precessione attorno all'asse di rotazione

moto descritto dalla
$$\frac{d\vec{L}_{O_P}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{L}_{O_P}$$

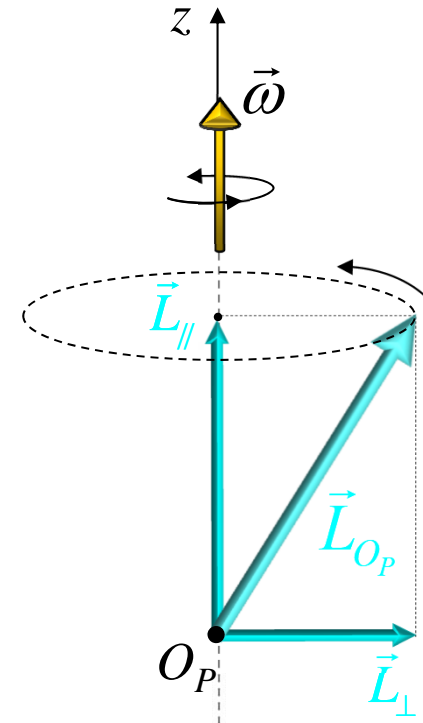
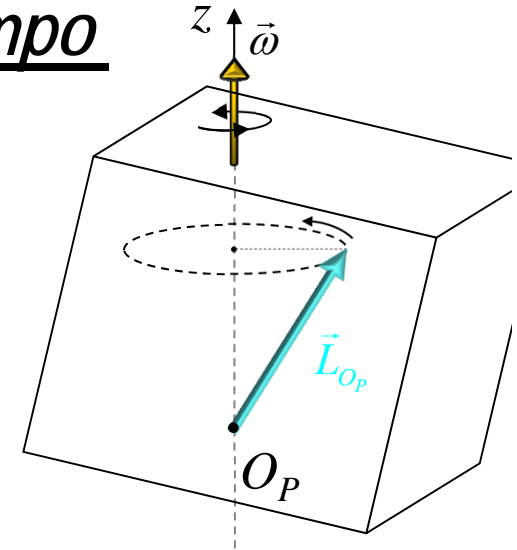
in quanto grandezza vettoriale \vec{L}_{O_P} puo' sempre essere scomposto

in due componenti \rightarrow una lungo la direzione parallela a $\vec{\omega}$

e l'altra perpendicolare ad $\vec{\omega}$

$$\vec{L}_{O_P} = \vec{L}_{//O_P} + \vec{L}_{\perp O_P} \quad \text{o dato che} \quad \vec{L}_{//O_P} \equiv \vec{L}_{O_{P_z}}$$

$$\vec{L}_{O_P} = \vec{L}_{O_{P_z}} + \vec{L}_{\perp O_P}$$



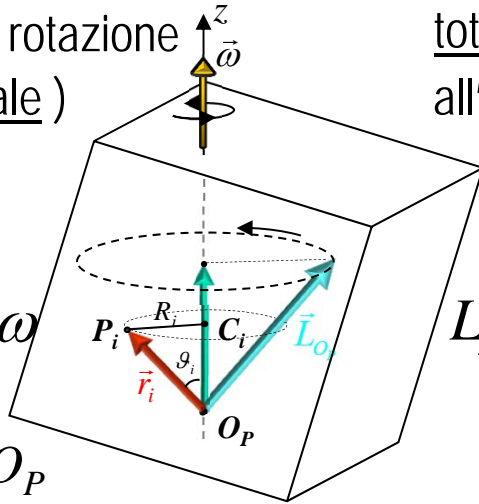
$$\vec{L}_{O_P} = \vec{L}_{O_{P_z}} + \vec{L}_{\perp O_P}$$

il modulo della proiezione del momento angolare totale parallelamente all'asse di rotazione (il momento angolare totale assiale)

- non dipende dalla scelta del polo O_P in quanto

$$L_{O_{P_z}} = (r_i \sin \vartheta_i) m_i R_i \omega = m_i R_i^2 \omega$$

non dipende dalla distanza $O_P C_i$ e quindi dalla posizione del polo O_P



- e' proporzionale al modulo della velocita' angolare $\vec{\omega}$ e al momento d'inerzia del corpo rigido calcolato rispetto all'asse di rotazione

$$L_{O_{P_z}} = \sum_{i=1}^n L_{O_{P_z i}} = I_z \omega$$

- puo' variare nel tempo ad es. se I_z cambiasse nel tempo ma solo in modulo dato che per assunzione $\vec{\omega}$ e' fisso nello spazio

significato

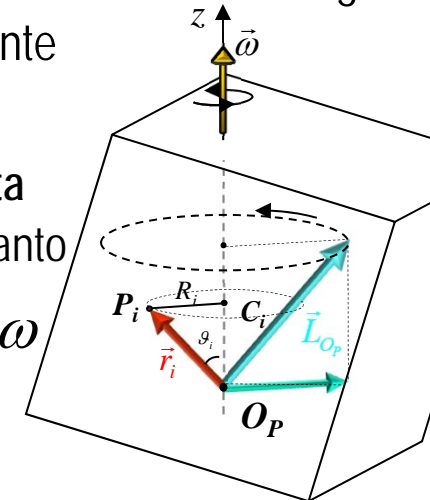
- tramite la seconda equazione cardinale fornisce la legge oraria della rotazione del corpo in termini angolari in funzione dei momenti esterni

il modulo della proiezione del momento angolare totale perpendicolarmente all'asse di rotazione

- dipende dalla scelta del polo O_P in quanto

$$L_{\perp i} = (r_i \cos \vartheta_i) m_i R_i \omega$$

dipende dalla distanza $O_P C_i$ e quindi dalla posizione del polo O_P



- se la massa nel corpo rigido non e' distribuita in modo che il momento angolare totale \vec{L}_{O_P} risulti parallelo a $\vec{\omega}$ anche se $\vec{\omega} = \text{costante}$ → rotazione uniforme \vec{L}_{\perp} cambia direzione nel tempo e potrebbe variare anche in modulo

significato

- per la seconda equazione cardinale deve esercitarsi un momento esterno dovuto al momento risultante delle forze esterne

il momento esterno e' esercitato
da qualche vincolo esterno
che costringe l'asse di rotazione
a mantenere fissa la sua direzione nello spazio
tipicamente i perni che sostengono il corpo rigido

implicazioni

il momento delle forze esterne tenderebbe a cambiare
l'orientamento dell'asse di rotazione
quindi occorrono supporti di robustezza adeguata
per mantenerlo fisso anche perche' dovendo fornire
la componente centripeta della forza oltre che,
come capita spesso, a sostenere il peso del corpo
devono essere progettati in modo opportuno
per evitare che cedano

in conclusione :

per i sistemi rigidi in rotazione conviene sempre mettersi in una situazione

in cui il momento angolare totale sia parallelo alla velocita' angolare

es. ruota e mozzo ed equilibratura delle ruote di un auto ma quando e' possibile farlo ?

Backup Slides