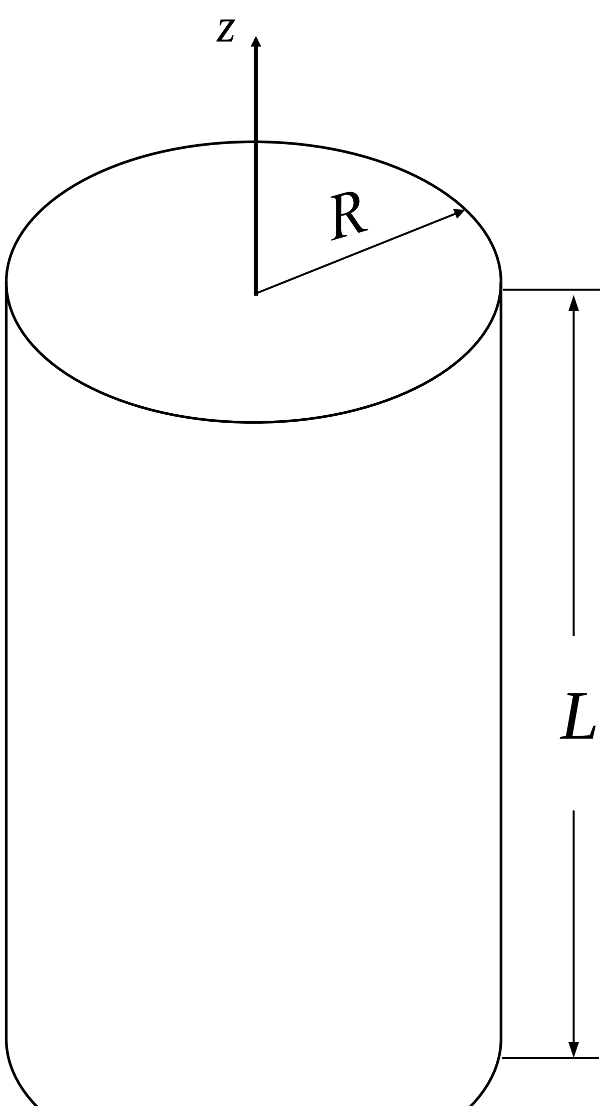
Determinare il momento d'inerzia di un cilindro di massa M, raggio R, altezza L

e di densita' volumetrica di massa ρ costante, rispetto all'asse del cilindro.



il momento d'inerzia $$I_z = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$$

dove r e' la distanza dall'asse del cilindro

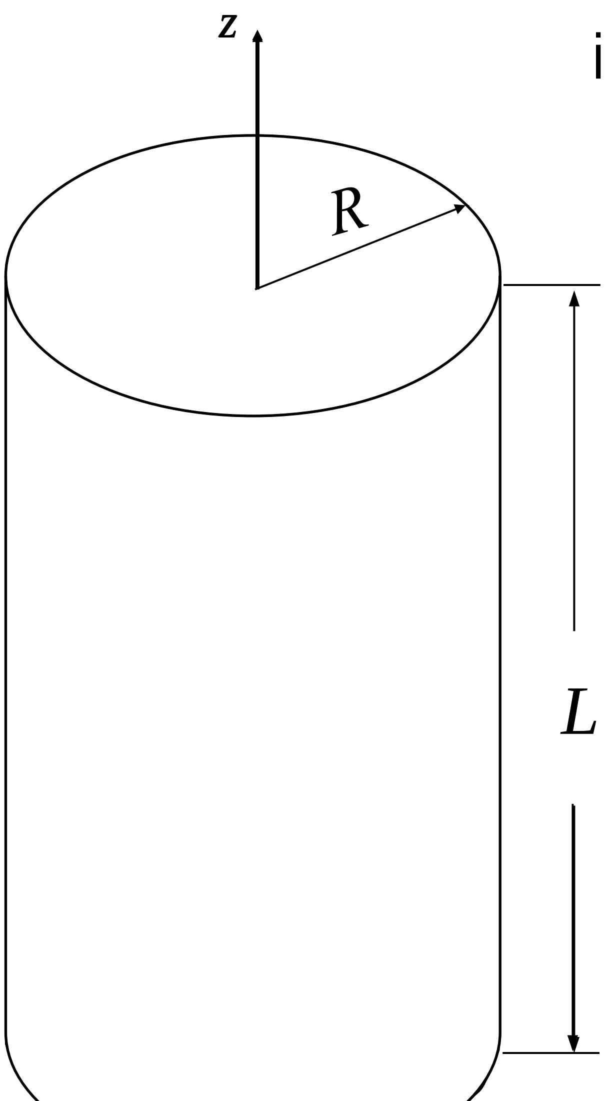
diverra' $I_z = \int r^2 dm$ con $dm = \rho dV$

suddividiamo il cilindro in cilindri infinitesimi

di raggio r con $0 < r < R$ e volume dV

e ragioneremo nel modo, <u>approssimativo</u>, seguente il volume di un cilindro di raggio R e altezza L e' $V = \pi R^2 L$ percio'

il volume di un cilindro di raggio r generico sara' $V(r) = \pi r^2 L$ quindi



il volume di un cilindro di raggio $r + dr$ sara'

$$V(r+dr) = \pi (r+dr)^2 L$$

$$= \pi r^2 L + 2\pi r dr L + \pi dr^2 L$$ e

$$dV = V(r+dr) - V(r)$$

$$= 2\pi r dr L + \pi L dr^2 \simeq 2\pi r dr L$$

dove si e' trascurato il termine in dr^2 in quanto

infinitesimo di ordine superiore rispetto a dr

$$I_z = \int_0^R r^2 \rho dV \simeq \int_0^R r^2 \rho (2\pi r L dr)$$ e dato che ρ e'costante

$$= 2\pi\rho L \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{2}\pi\rho L R^4$$

dunque $I_z = \frac{1}{2}\pi\rho L R^4$ ma $\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\pi R^2 L}$ percio'

il momento d'inerzia rispetto all'asse del cilindro e' $I_z = \frac{1}{2} M R^2$

Backup Slides