Un sottile disco di massa $m = 3$ Kg e raggio $r = 25$ cm e' inizialmente fermo

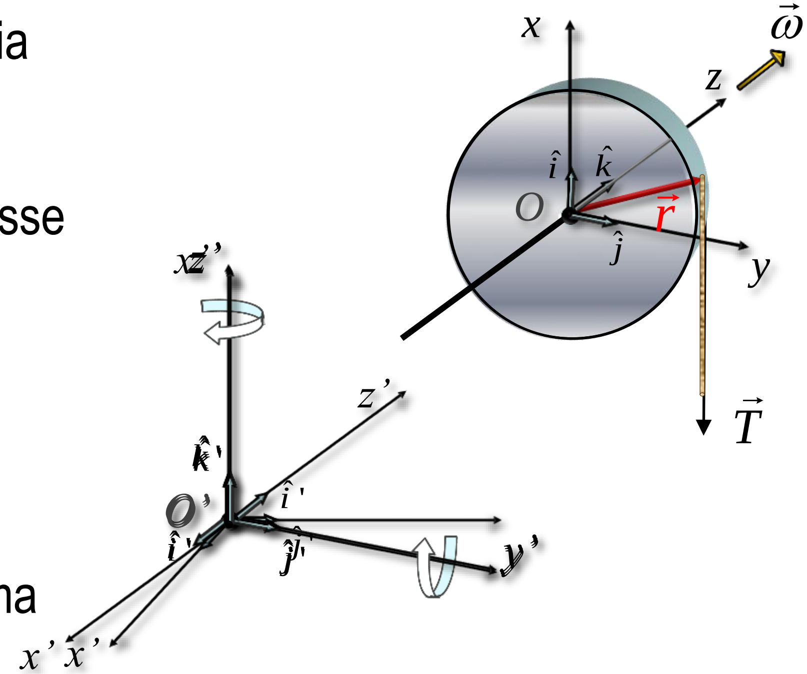
e viene messo in rotazione con una fune la cui tensione e' di modulo 10 N.

Quale sara' la sua velocita' angolare dopo 5 secondi ?

l'asse di rotazione del disco rimane costante

in direzione e verso rispetto ad un sistema di riferimento

inerziale fisso, ma $\vec{\omega}$ non rimane costante in modulo assumeremo che il sistema di riferimento S in moto abbia



l' origine O nel centro del disco e che la direzione dell'asse

di rotazione sia lungo asse z → $\vec{\omega} = \omega(t)\hat{k}$

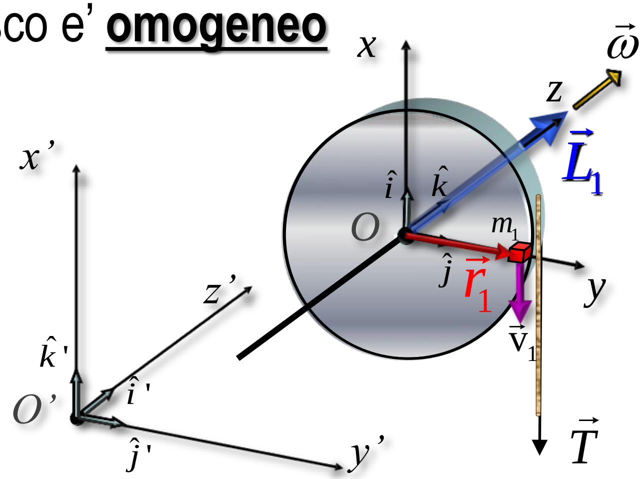
senza perdere di generalita' possiamo orientare il sistema

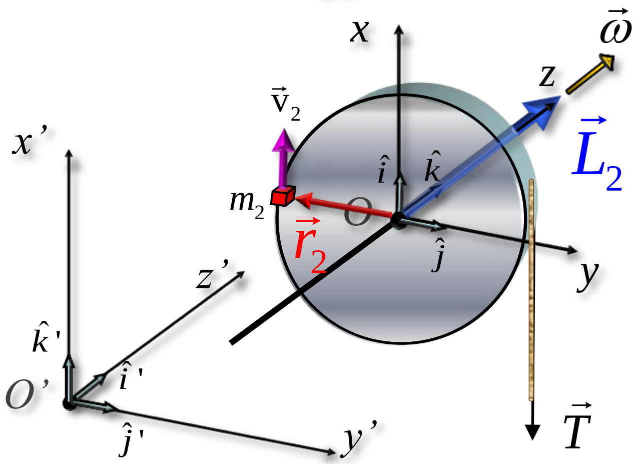
di riferimento fisso S' di modo che $\hat{k} \equiv \hat{k}'$ ⇨ $\vec{\omega} = \omega(t)\hat{k} \equiv \omega(t)\hat{k}'$

il momento d'inerzia di un disco omogeneo di massa m rispetto ad

un asse passante per il centro del disco e' $I = \frac{1}{2}mr^2$

in questo esercizio il disco e' **omogeneo**





disco **omogeneo** → $\vec{L}_1 = \vec{L}_2$

→ e' chiaro che il momento angolare totale

$\vec{L}_{O_P}$ e' parallelo ad $\vec{\omega}$

nel caso **piu' semplice possibile** in cui il momento angolare totale sia parallelo alla velocita' angolare ad es.

se $\vec{\omega} = \omega\hat{k}$ → $\vec{L}_{O_P} = 0\hat{i} + 0\hat{j} + I_z\omega\hat{k}$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(I_z\vec{\omega})}{dt} = \frac{dI_z}{dt}\vec{\omega} + I_z\frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

se il momento d'inerzia e' **costante** nel tempo $\frac{dI_z}{dt} = 0$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = I_z\frac{d\vec{\omega}}{dt} = I_z\vec{\alpha}$$

dalla seconda equazione cardinale $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}^E$

$$I_z\vec{\alpha} = \vec{M}^E$$

↓

$$\vec{\alpha} = \frac{\vec{M}^E}{I_z}$$

$$I = \frac{1}{2} mr^2 \quad \Rightarrow \quad I = \frac{3}{2}(0.25)^2 = 9.4 \cdot 10^{-2} kg\ m^2$$

ammesso che la fune <u>non slitti</u> il momento della forza applicata rispetto al $C.M.$ e'

$$\left|\vec{M}\right| = r\left|\vec{T}\right| \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{M}\right| = 0.25 \cdot 10 = 2.5\ N\ m$$

dalla

$$\left|\vec{M}\right| = I\left|\vec{\alpha}\right|$$

si ricava :

$$\left|\vec{\alpha}\right| = \frac{M}{I} = 26.7\ rad\ s^{-2}$$

l’accelerazione angolare e’ costante quindi si tratta di un moto circolare

uniformente accelerato le equazioni orarie per la velocita’ angolare sono simili

a quelle del moto rettilineo uniformemente accelerato

a patto di sostituire alla accelerazione e alla velocita’ la accelerazione

e la velocita’ angolari al posto della $\mathrm{v}(t) = at + \mathrm{v}_0$ bisognera’ usare la

$\omega(t) = \alpha t + \omega_0$ in questo caso $\omega_0 = 0$ visto che il disco parte

da fermo percio’ $\omega(t) = \alpha t = 26.7 \cdot 5 = 133\ rad\ s^{-1}$

Backup Slides