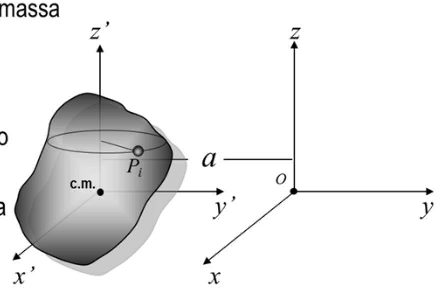
**Teorema di Huygens Steiner**

Il momento d'inerzia di un corpo rigido di massa totale $M$ calcolato rispetto ad un asse che si trova a distanza $a$ dal centro di massa

e' dato da $$I_Z = I_C + Ma^2$$ dove

$M = \sum_{i=1}^{n} m_i$ e $I_C$ e' il momento d'inerzia calcolato rispetto ad un asse passante per il centro di massa del corpo e parallelo al primo




prendiamo due assi paralleli $z'$ e $z$, a distanza $a$ tra loro

supponiamo che l'asse $z'$ passi per il centro di massa del corpo

la relazione tra le coordinate nei due sistemi con centro in O e centro nel centro di massa e'

$$x = x' \qquad y = y' - a \qquad z = z'$$

la distanza $R_i$ dell' i-esimo punto $P_i$ rispetto all'asse $z$ e'

$$R_i = \left|\vec{R}_i\right| = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$$ percio'

il momento d'inerzia dell' i-esimo punto $P_i$

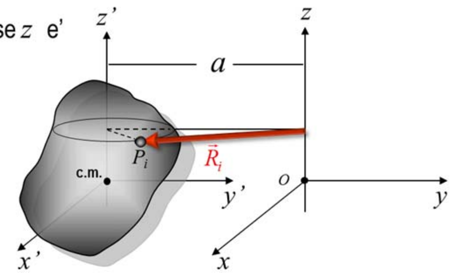
calcolato rispetto all'asse $z$ sara'

$$m_i(x_i^2 + y_i^2)$$

e il momento d'inerzia totale, rispetto all'asse $z$, sara'

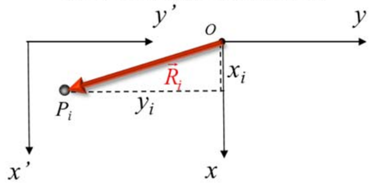
$$I_Z = \sum_{i=1}^{n} m_i(x_i^2 + y_i^2)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} m_i(x_i'^2 + (y_i' - a)^2)$$




*vista dall'alto*

*( gli assi z e z' sono uscenti dalla pagina )*




$$I_Z = \sum_{i=1}^{n} m_i(x_i'^2 + y_i'^2 + a^2 - 2ay_i')$$

$$= \sum_{i=1}^{n} m_i(x_i'^2 + y_i'^2) + \sum_{i=1}^{n} m_i a^2 - \sum_{i=1}^{n} m_i(2ay_i')$$

$$= I_C + a^2\sum_{i=1}^{n} m_i - 2a\sum_{i=1}^{n} m_i y_i'$$

per definizione di centro di massa: $y'_{CM} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i'}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i'}{M}$ ⇨ $\sum_{i=1}^{n} m_i y_i' = My'_{CM}$

ma la sommatoria $\sum_{i=1}^{n} m_i y_i'$ e' nulla in quanto $y'_{CM}$ fornisce la coordinata del centro di massa calcolata nel sistema del centro di massa stesso

in conclusione $$I_Z = I_C + Ma^2$$ **teorema di Huygens-Steiner**

# Backup Slides