Partendo dallo stato iniziale A, un gas perfetto monoatomico compie il ciclo ABCD raggiungendo successivamente gli stati intermedi B, C e D e tornando poi dallo stato D nello stato iniziale A. Il ciclo è costituito da:

- un riscaldamento *isocoro reversibile* (A$\rightarrow$B),
- un'espansione *isobara reversibile* (B$\rightarrow$C),
- un'ulteriore *espansione isoterma reversibile* (C$\rightarrow$D),
- un raffreddamento *isobaro reversibile* (D$\rightarrow$A)

Sapendo che :

$p_A = 7.0 \times 10^4$ Pa, $V_A = 12.0\ l$, $T_A = 20$ °C, $T_B = 180$ °C, $V_C = 25.0\ l$, $V_D = 38.6\ l$

calcolare, dopo aver rappresentato il ciclo nel diagramma di Clapeyron, il lavoro L compiuto dal gas durante il ciclo ed il calore Q_{CD} scambiato dal gas durante la trasformazione C $\rightarrow$ D .

la trasformazione tra A e B e' un *riscaldamento isocoro reversibile* avverra' quindi a volume

costante ($V_B = V_A$) e comportera' un aumento di temperatura del gas ($T_B > T_A$)

per assunzione gli stati iniziali e finali di una trasformazione sono **sempre** stati di equilibrio

e dato che il sistema in esame e' un gas perfetto in entrambi questi stati

si potra' applicare l'equazione di stato dei gas perfetti

quindi $$p_A V_A = nRT_A$$

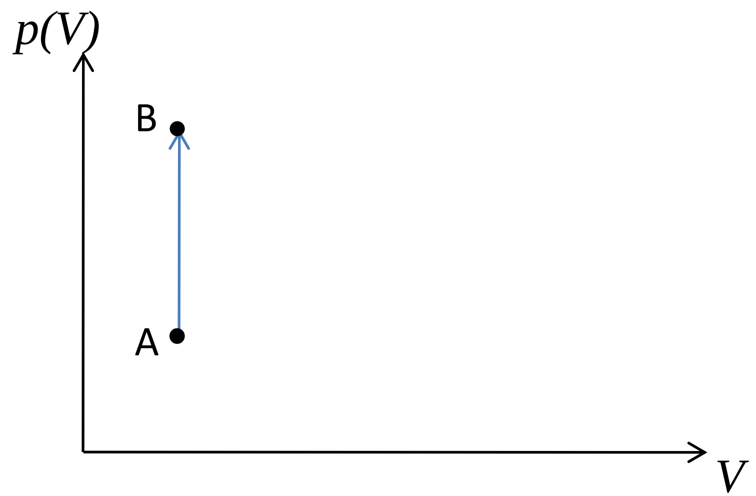
e $$p_B V_B = nRT_B$$ che diviene $$p_B V_A = nRT_B$$ dato che $V_B = V_A$

dividendo membro a membro si ha $\frac{p_B}{p_A} = \frac{T_B}{T_A}$ da cui $p_B = \frac{T_B}{T_A} p_A$

e dato che $T_B > T_A$ se ne deduce che $p_B > p_A$

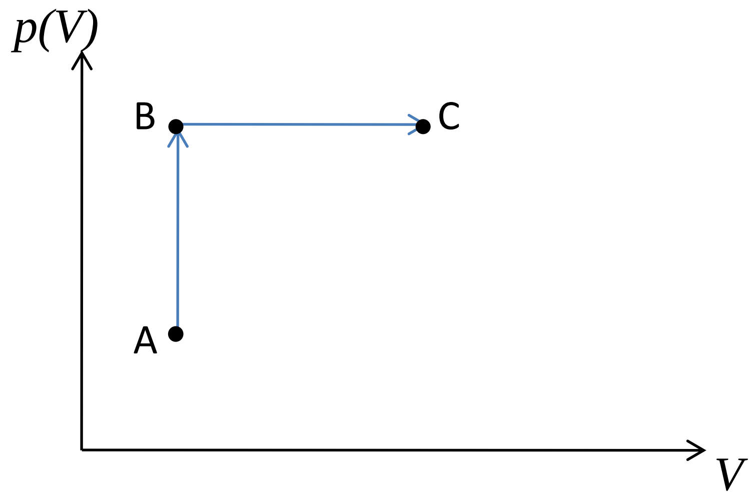
→ la pressione del gas nel punto B sara' maggiore di quella nel punto A la trasformazione e' reversibile percio' potra' essere rappresentata da una curva continua

nel piano di Clapeyron orientata in questo caso da A verso B



inoltre, e ancora piu' importante, e' il fatto che si potra' applicare l' equazione di stato

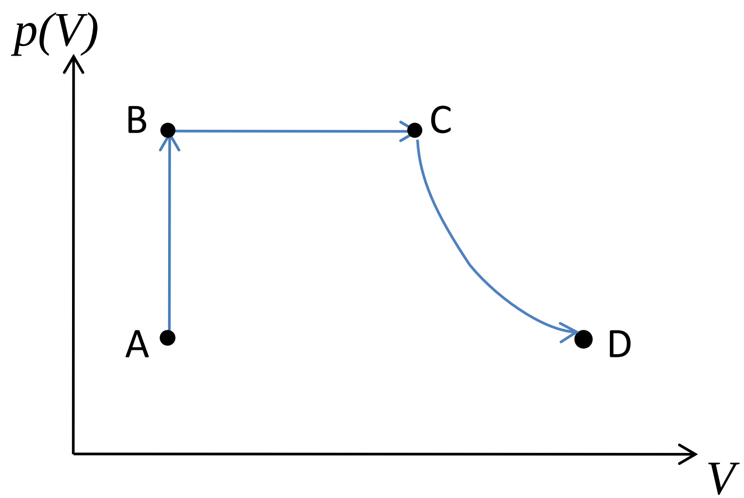
dei gas perfetti anche lungo tutta la trasformazione la successiva trasformazione e' una ***espansione** isobara reversibile* quindi si avra' che $V_C > V_B$



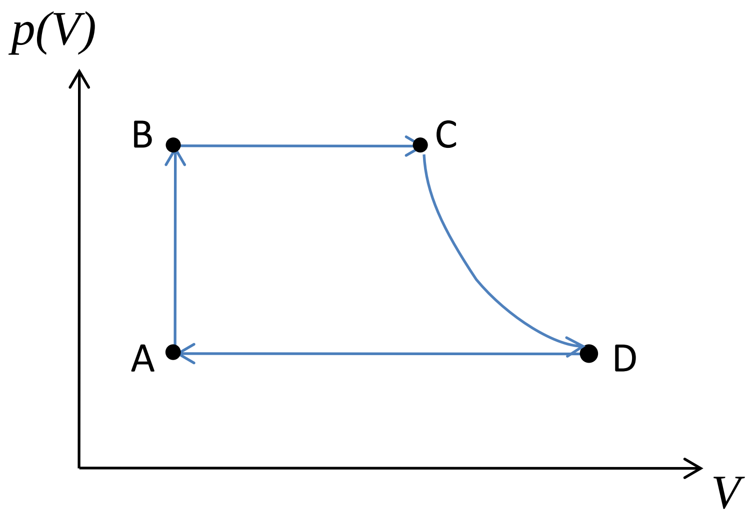
ragionando come in precedenza si deduce che $T_C > T_B$

la trasformazione tra C e D e' ***reversibile***

si tratta di una ***espansione*** $\rightarrow$ $V_D > V_C$ ***isoterma*** $\rightarrow$ $\Delta U_{CD} = 0$



infine la trasformazione tra D ed A e’ ***<u>isobara reversibile</u>***



nel punto A $\quad p_A \quad V_A$ e T_A sono noti

nel punto B $\quad V_B \equiv V_A$ e T_B sono noti $\quad p_B = ?$

nel punto C $\quad V_C$ e' noto e $p_C \equiv p_B$ $\quad T_C = ?$

nel punto D $\quad V_D$ e' noto $\quad p_D \equiv p_A$ e $T_D = T_C$

infine non e' noto il numero n delle moli di gas per ricavare il numero delle moli applichiamo l'equazione di stato dei gas perfetti nel punto A

$$p_A V_A = nRT_A$$

attenzione per eseguire i calcoli occorre utilizzare il $S.I.$ quindi occorre esprimere

la temperatura in gradi Kelvin, la pressione in pascal e il volume in metri cubi

$$\Rightarrow \quad n = \frac{p_A V_A}{RT_A} = 0.345$$

nel punto B utilizzeremo l'equazione di stato dei gas perfetti per ricavare la pressione

da $p_B V_B = nRT_B$ $\Rightarrow$ $p_B = n\dfrac{RT_B}{V_B}$ e dato che $n = 0.345$

e che $V_B \equiv V_A$ $\Rightarrow$ $p_B = 0.345\dfrac{RT_B}{V_A}$

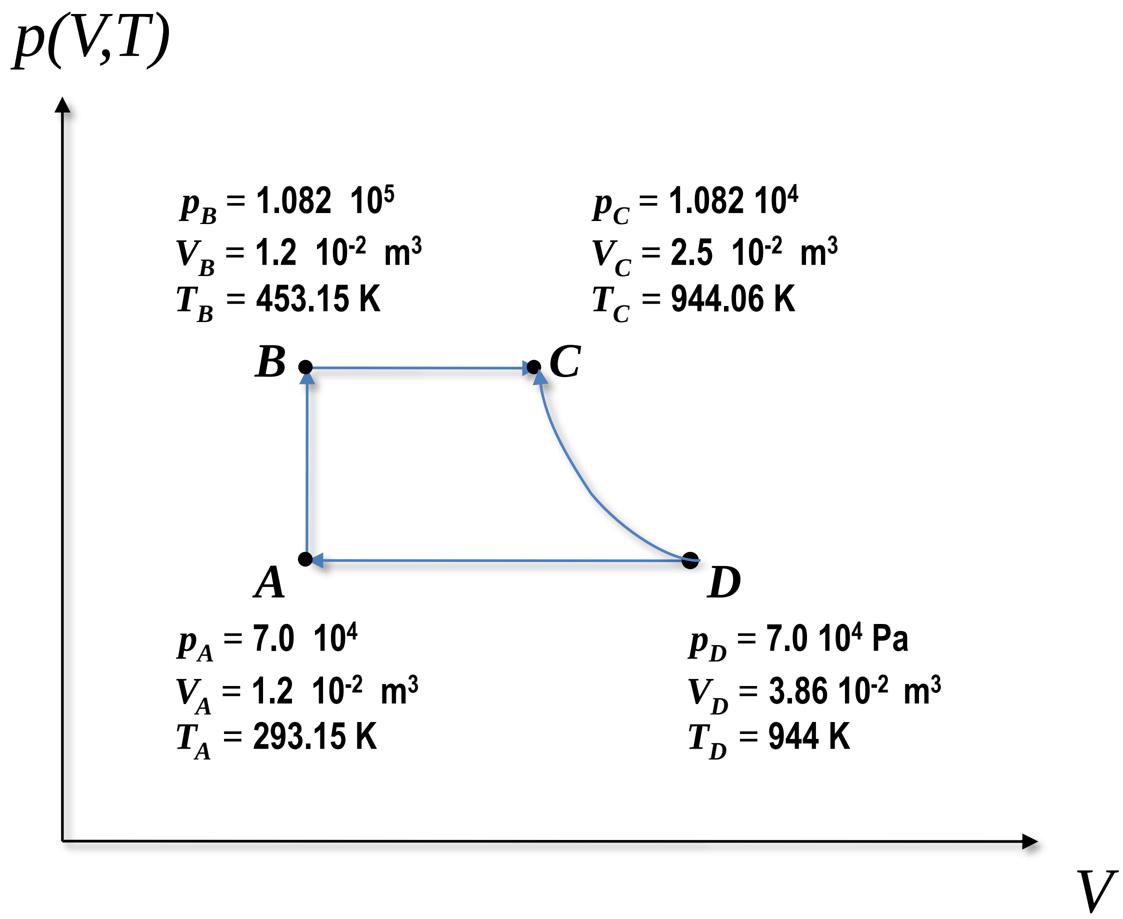
quindi $p_B = 1.08 \cdot 10^5\, Pa$

ragionando come in precedenza nel punto C si potra' ottenere l' incognita ancora mancante

da $p_C V_C = nRT_C \Rightarrow T_C = \frac{p_C V_C}{nR}$ e dato che $p_C \equiv p_B$

riesce $T_C = \frac{p_B V_C}{nR} \Rightarrow T_C = 944\ K$

e a questo punto le coordinate termodinamiche nel punto D sono tutte note dunque e' stato possibile determinare tutte le incognite del problema



siamo quindi in grado di calcolare il lavoro svolto durante il ciclo

- le trasformazioni sono tutte ***reversibili*** quindi si puo' esprimere il lavoro infinitesimo come

$$dL = p dV \quad \text{e} \quad L_{in \to fin} = \int_{V_{in}}^{V_{fin}} p(V) dV$$

- la trasformazione da A a B e' ***isocora reversibile*** quindi

il lavoro da A a B sara' $L_{A \to B} = \int_{V_A}^{V_B} p \, dV$

ma la trasformazione e' isocora percio' $V_B = V_A \Rightarrow L_{A \to B} = 0$

- la trasformazione da B a C e' *isobara reversibile*

$$L_{B\to C} = p_B(V_C - V_B)$$

- la trasformazione tra C e D e' *isoterma reversibile*

$$L_{C\to D} = \int_{V_C}^{V_D} p\ dV = \int_{V_C}^{V_D} \frac{nRT_C}{V} dV = nRT_C \int_{V_C}^{V_D} \frac{dV}{V} = nRT_C \ln\frac{V_D}{V_C}$$

- la trasformazione tra D ed A e' *isobara reversibile*

$$L_{D\to A} = p_A(V_A - V_D)$$

in conclusione : $L = L_{A\to B} + L_{B\to C} + L_{C\to D} + L_{D\to A}$

$$= 0 + p_B(V_C - V_B) + nRT_C \ln\frac{V_D}{V_C} + p_A(V_A - V_D)$$

$$= 1.4\ 10^3 + 1.18\ 10^3 - 1.87\ 10^3 = 7.1\ 10^2\ J$$

Calore Q_{CD} scambiato dal gas

$$\Delta U_{C\to D} = Q_{C\to D} - L_{C\to D}$$

$$Q_{C\to D} = \Delta U_{C\to D} + L_{C\to D}$$

$$nc_V(T_D - T_C) \quad + \quad nRT_C \ln\frac{V_D}{V_C}$$

Backup Slides