Trasformazioni adiabatiche di un gas perfetto

durante una trasformazione adiabatica non vi e' scambio di calore → $Q = 0$

se la trasformazione avviene tra i due stati A e B ⇨ $\Delta U = -L_{AB}$

se la trasformazione del gas perfetto fosse una adiabatica

irreversibile

$$\begin{cases} \Delta U = -L_{AB} \\ \Delta U = n c_V \Delta T \end{cases} + \quad p(V,T)\,V = nRT \text{ in } A \text{ e in } B$$

⇩

$$L_{AB} = -n c_V (T_B - T_A)$$

$$p_A V_A = nRT_A$$

$$p_B V_B = nRT_B$$

e questo e' tutto cio' che si potrebbe affermare

reversibile (o *quasi statica*)

$$\begin{cases} dU = -\,đL \\ dU = n c_V dT \end{cases} + \begin{cases} p(V,T)\,V = nRT \\ đL = p(V,T)\,dV \end{cases}$$

⇩

$$\begin{cases} n c_V dT = -p(V,T)\,dV \\ p(V,T) = \dfrac{nRT}{V} \end{cases}$$

⇩

$$n c_V dT = -\frac{nRT}{V} dV$$

$$nc_V\,dT = -\frac{nRT}{V}\,dV$$

$\downarrow$ per la relazione di Mayer $c_p - c_V = R$

$$\frac{n(c_P - c_V)T}{V}\,dV = -nc_V\,dT$$

$\downarrow$ separando le variabili

$$\frac{c_P - c_V}{c_V}\frac{dV}{V} = -\frac{dT}{T}$$

$\downarrow$ utilizzando la $\gamma = \frac{c_P}{c_V}$

$$(\gamma - 1)\frac{dV}{V} = -\frac{dT}{T}$$

$\downarrow$ integrando da un generico stato termodinamico iniziale A ad un generico stato finale B

$$(\gamma - 1)\ln\frac{V_B}{V_A} = \ln\frac{T_A}{T_B}$$

$\downarrow$

$$\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{(\gamma-1)} = \ln\frac{T_A}{T_B} \Rightarrow \frac{V_B^{(\gamma-1)}}{V_A^{(\gamma-1)}} = \frac{T_A}{T_B} \Rightarrow T_A V_A^{(\gamma-1)} = T_B V_B^{(\gamma-1)}$$

A e B sono stati qualunque → per una trasformazione ***adiabatica reversibile***

di un ***gas perfetto*** vale la $\boxed{TV^{\gamma-1} = costante}$ ***formula di Poisson***

naturalmente e' possibile usare anche p e V come variabili

da $pV = nRT$ → $T(p,V) = \dfrac{pV}{nR}$

che sostituita nella $TV^{\gamma-1} = costante$ → $\boxed{pV^{\gamma} = costante}$

oppure p e T ottenendo → $\boxed{p^{1-\gamma}T^{\gamma} = costante}$

<u>Nota bene</u>: <u>**solo due**</u> di queste tre relazioni sono indipendenti tra loro

Backup Slides