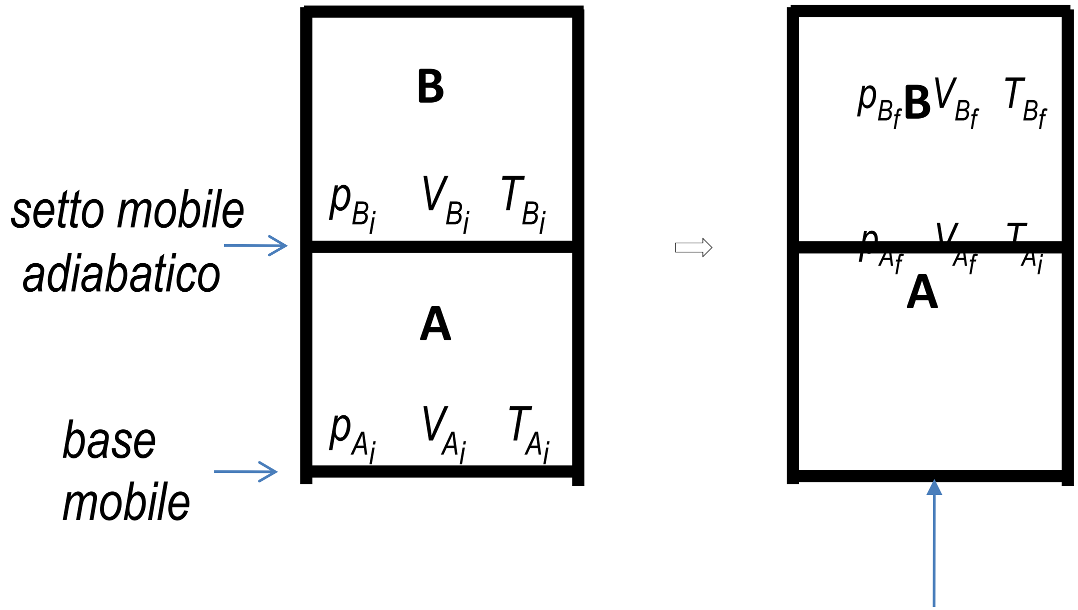
Una delle due basi di un recipiente cilindrico a pareti adiabatiche è libera di scorrere senza attrito lungo le pareti del cilindro. Il volume del cilindro è diviso in due parti da un setto adiabatico S a tenuta perfetta, anch'esso libero di spostarsi senza attrito parallelamente alle basi del cilindro. Il setto S separa una mole di gas monoatomico A a temperatura T_{A_i} racchiuso tra la base mobile del recipiente ed il setto S, da una mole di gas biatomico B. Inizialmente i due gas occupano volumi uguali V_0 e hanno la stessa pressione p_0. Supponendo che si comprima *reversibilmente* il gas A fino a dimezzarne il volume, determinare le espressioni

- del rapporto tra il volume finale V_{B_f} e quello iniziale V_{B_i} del gas B
- del lavoro L_A assorbito dal gas A, in funzione della sua temperatura iniziale T_{A_i}



dati iniziali

$$c_{V_A} = \frac{3}{2}R \qquad c_{V_B} = \frac{5}{2}R$$

$$V_{A_i} = V_{B_i} = V_0 \qquad V_{A_f} = \frac{V_0}{2}$$

$$p_{A_i} = p_{B_i} = p_0$$

i due gas operano simultaneamente due trasformazioni adiabatiche, in quanto il setto S che

li divide e' isolante ma e' importante realizzare che non si tratta di trasformazioni

indipendenti tra loro infatti essendo il setto mobile e la trasformazione reversibile

le pressioni dei due gas devono essere sempre uguali tra loro pressione finale p_{A_f} del gas contenuto in A

$$p_{A_i} V_{A_i}^{\gamma_A} = p_{A_f} V_{A_f}^{\gamma_A}$$

$$\downarrow$$

$$p_{A_f} = p_{A_i} \frac{V_{A_i}^{\gamma_A}}{V_{A_f}^{\gamma_A}}$$

$$\downarrow$$

$$= p_0 \left(\frac{V_{A_i}}{V_{A_f}} \right)^{\gamma_A}$$

dati iniziali del gas contenuto in A

$$p_{0_A} = p_0 \quad V_{A_i} = V_0 \quad \text{e} \quad V_{A_f} = \frac{V_0}{2}$$

$$p_{A_f} = p_0 \left(\frac{V_0}{\frac{V_0}{2}} \right)^{\gamma_A}$$

$$\downarrow$$

$$p_{A_f} = p_0 2^{\gamma_A}$$

volume finale V_{B_f} del gas contenuto in B

$$p_{B_i} V_{B_i}^{\gamma_B} = p_{B_f} V_{B_f}^{\gamma_B}$$

$$\downarrow$$

$$\left(\frac{V_{B_f}}{V_{B_i}} \right)^{\gamma_B} = \frac{p_{B_i}}{p_{B_f}}$$

dati iniziali del gas contenuto in B

$V_{B_i} = V_{A_i} = V_0$ e setto mobile

ma setto mobile e trasformazione reversibile

→ le pressioni dei due gas sono <u>sempre</u> uguali

$$p_{B_i} = p_{A_i} = p_0 \quad \text{e} \quad p_{B_f} = p_{A_f}$$

$$p_{A_f} = p_0 2^{\gamma_A} \Rightarrow p_{B_f} = p_0 2^{\gamma_A}$$

$$\left(\frac{V_{B_f}}{V_0} \right)^{\gamma_B} = \frac{p_0}{p_0 2^{\gamma_A}} \Rightarrow \left(\frac{V_{B_f}}{V_0} \right)^{\gamma_B} = 2^{-\gamma_A}$$

$$V_{B_f} = 2^{-\frac{\gamma_A}{\gamma_B}} V_0 = 2^{-\frac{5}{3}\frac{5}{7}} V_0 = 2^{-\frac{25}{21}} V_0$$

in conclusione: $V_{B_f} = 0.44\ V_0$ e $V_{A_f} = 0.5\ V_0$

utilizzando la legge dei gas perfetti determineremo la temperatura finale del gas contenuto in A

$$T_{A_f} = \frac{p_{A_f} V_{A_f}}{nR} = \frac{p_0\, 2^{\gamma_A}}{nR}\frac{V_0}{2} = \frac{p_0 V_0}{nR} 2^{\gamma_A - 1} = T_{A_i}\, 2^{\gamma_A - 1}$$

infine il lavoro L_A assorbito dal gas A *sara'* $-L_A = \Delta U_A = nc_{V_A}\left(T_{A_f} - T_{A_i}\right)$

$$= \frac{3}{2} R T_{A_i}\left(2^{\gamma_A - 1} - 1\right) = \frac{3}{2} p_0 V_0 \left(2^{\gamma_A - 1} - 1\right)$$

Backup Slides