

# Teorema di Clausius

in una generica trasformazione ciclica gli scambi di calore

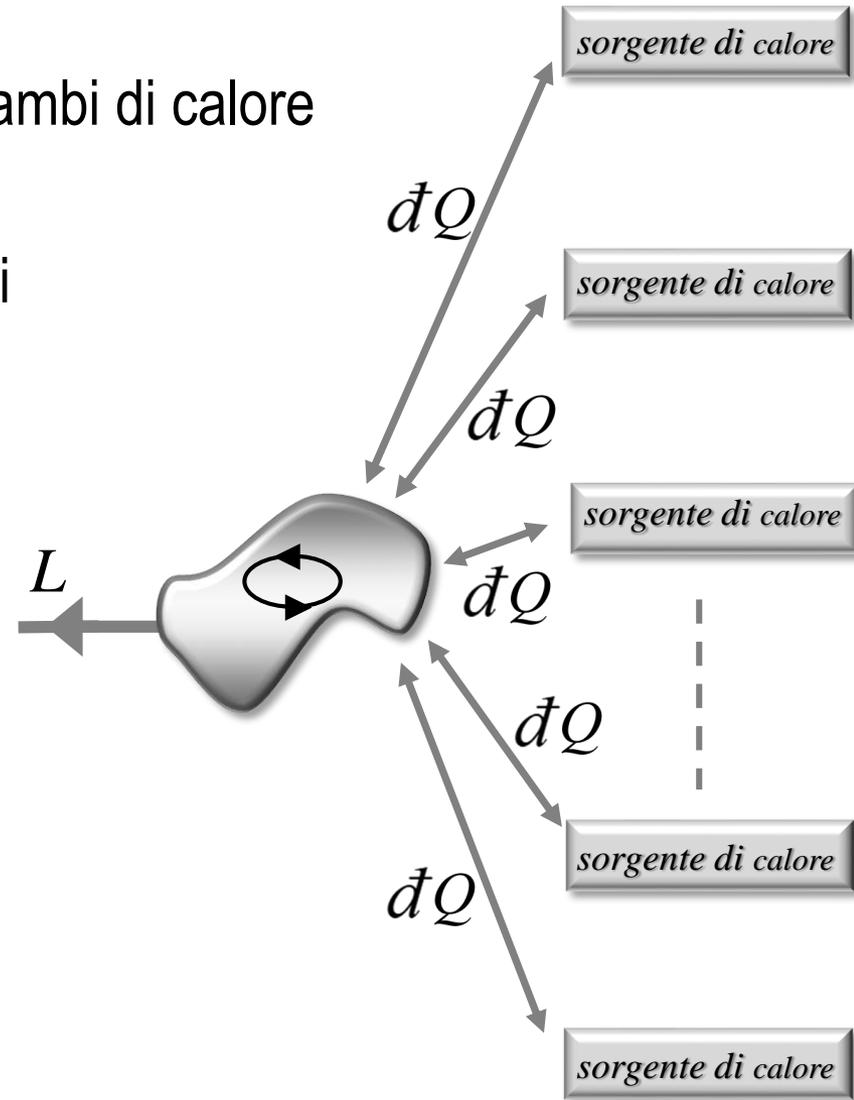
possono avvenire con piu' di due serbatoi

di calore a temperature qualsiasi

al limite con una infinita' di sorgenti

poste a temperature variabili con continuita

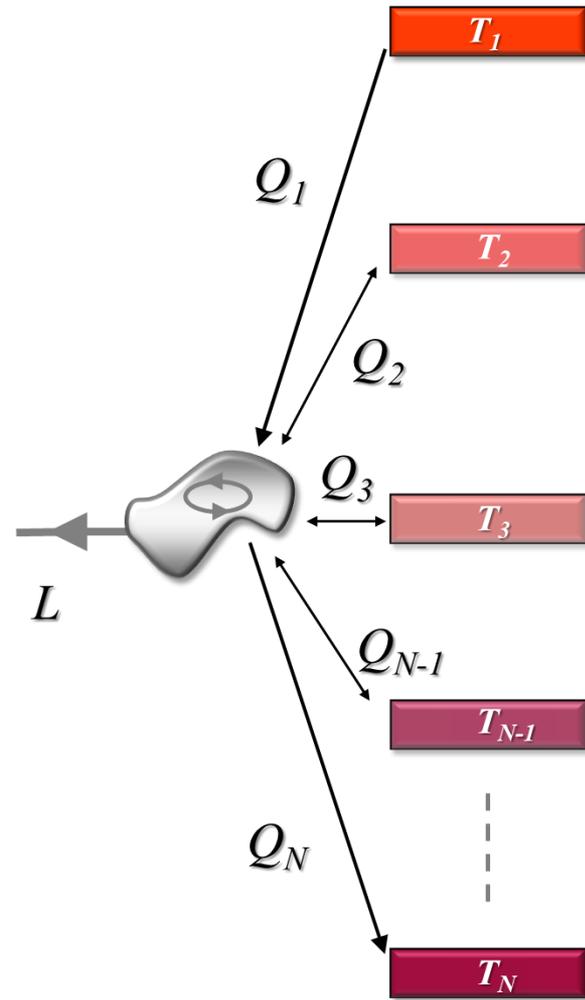
→ occorre estendere il teorema di Carnot



disponiamo le sorgenti in ordine di temperature crescenti con  $T_1 > T_2 > \dots > T_{N-1} > T_N$

la sorgente che ha la temperatura maggiore potrà solo cedere calore, mentre quella alla temperatura più bassa potrà solo assorbire calore

quantità di calore scambiato dalla  $i$ -esima sorgente  
↓

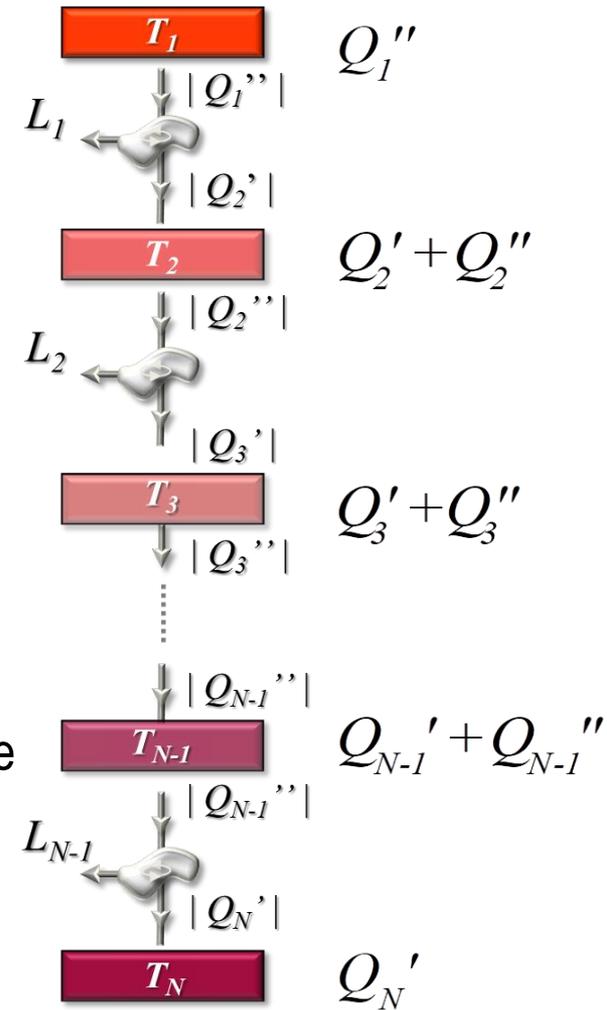


**Nota Bene:**

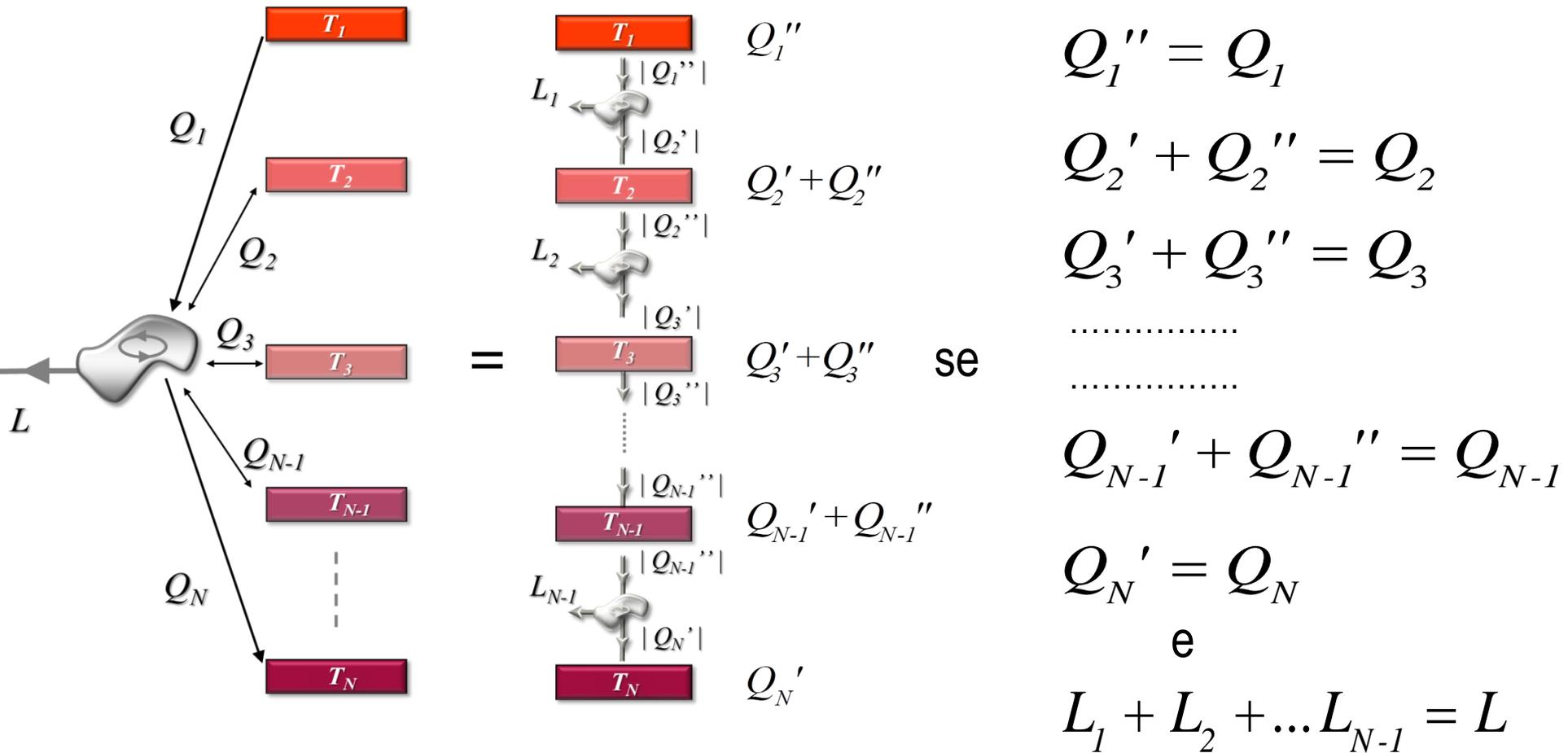
gli scambi di calore con con i serbatoi intermedi possono avvenire nei due sensi,

inseriamo tra ogni coppia di sorgenti una macchina ciclica di Carnot facendo in modo che tutte le macchine operino in sincronia tra loro

→ cerchiamo una trasformazione equivalente costituita da trasformazioni cicliche a due soli sorgenti di calore in modo da potere sfruttare il teorema di Carnot



Le due macchine saranno a tutti gli effetti *equivalenti* se scambiano con le sorgenti la stessa quantità di calore e producono la stessa quantità di lavoro

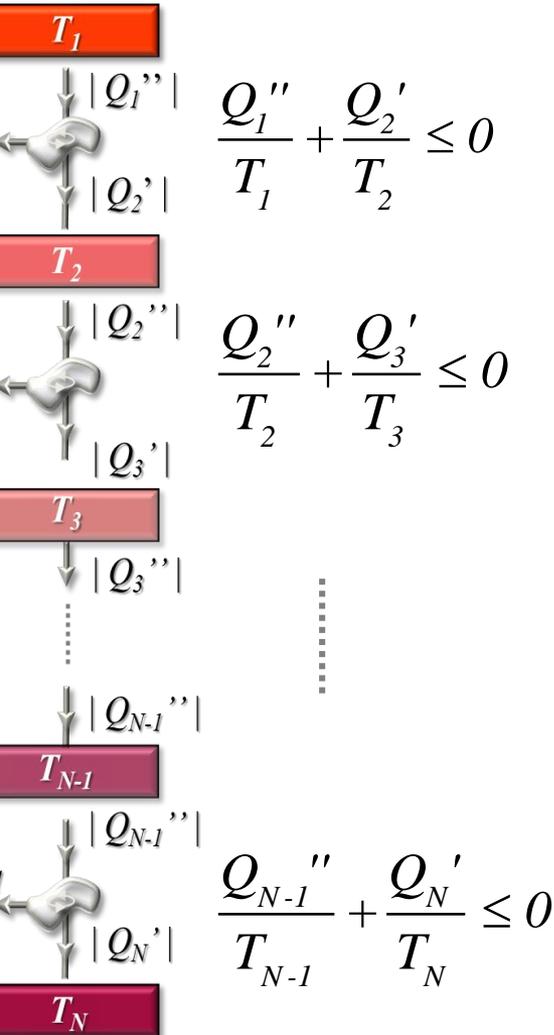


dal teorema di Carnot si era dedotto che per una generica macchina termica

ciclica si deve sempre avere

$$\frac{Q_a}{T_a} + \frac{Q_c}{T_c} \leq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{Q_J''}{T_J} + \frac{Q_{J+1}'}{T_{J+1}} \leq 0$$

sommando tra loro quantita' tutte negative o al piu' nulle  
la disuguaglianza non cambia



$$\frac{Q_1''}{T_1} + \frac{Q_2'}{T_2} + \frac{Q_2''}{T_2} + \frac{Q_3'}{T_3} + \dots + \frac{Q_{N-1}''}{T_{N-1}} + \frac{Q_N'}{T_N} \leq 0$$

$$\frac{Q_1''}{T_1} + \frac{Q_2' + Q_2''}{T_2} + \frac{Q_3' + Q_3''}{T_3} + \dots + \frac{Q_{N-1}' + Q_{N-1}''}{T_{N-1}} + \frac{Q_N'}{T_N} \leq 0$$

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} + \dots + \frac{Q_{N-1}}{T_{N-1}} + \frac{Q_N}{T_N} \leq 0$$

$$\sum_i \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$$

ma si deve avere

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_1'' \\ Q_2 &= Q_2' + Q_2'' \\ &\dots \\ Q_{N-1} &= Q_{N-1}' + Q_{N-1}'' \\ Q_N &= Q_N' \end{aligned}$$

dove il simbolo  $=$  vale per le trasformazioni cicliche *reversibili*

mentre il simbolo  $<$  vale per le trasformazioni cicliche *irreversibili*

passando al continuo :

$$\int_{\text{Trasformaz. ciclica}} \frac{d\dot{Q}}{T} \leq 0 \quad \Rightarrow \quad \oint \frac{d\dot{Q}}{T} \leq 0$$

**teorema di  
Clausius**

# Teorema di Clausius

in ogni *trasformazione ciclica* è soddisfatta la relazione

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$$

dove il segno di uguaglianza vale solo per le trasformazioni cicliche reversibili

e quello di minoranza per tutte le trasformazioni cicliche irreversibili

# Backup Slides