Teoria cinetica dei gas

ipotesi di base del *modello matematico* di gas perfetto

1) un gas perfetto contiene una enorme quantita' di componenti, atomi o molecole *identiche*

2) le dimensioni dei componenti sono trascurabili rispetto alla loro distanza media

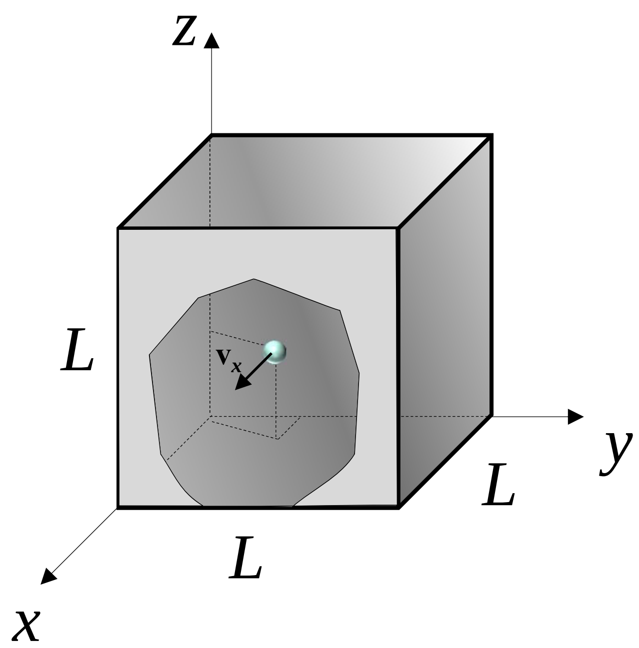
3) i componenti si urtano di continuo e durante gli urti interagiscono solo tra loro e con le pareti del recipiente

4) i componenti del gas sono in moto *disordinato* e *casuale* in inglese "*random*" = "a caso ", "in modo caotico"

5) gli urti tra i componenti del gas e le pareti del recipiente in cui sono contenute, sono perfettamente *elastici*

6) le leggi che regolano i processi di urto sono quelle della meccanica *newtoniana*

una molecola di massa m si trova in un volume cubico, di lato L e si sta muovendo verso la parete destra del recipiente



- $\mathrm{v}_x =$ componente x della velocita'
- $q_x = m\,\mathrm{v}_x =$ quantita' di moto lungo l'asse x

quando la molecola raggiunge la parete rimbalza verso sinistra

- $\Delta q_x = -2m\,\mathrm{v}_x$ urto perfettamente elastico
- $2L$ → tratto dopo il quale la molecola urtera' nuovanente la parete di destra
- $\Delta t = 2L/\mathrm{v}_x$ → tempo dopo il quale la molecola urtera' nuovanente la parete di destra
- teorema dell'impulso $$F_{x_{molecola}} = \frac{\Delta q_x}{\Delta t} = \frac{-2m\,\mathrm{v}_x}{\frac{2L}{\mathrm{v}_x}} = -\frac{m\,\mathrm{v}_x^2}{L}$$
- *III* principio della dinamica $$F_{x_{parete}} = F_x = \frac{m\mathrm{v}_x^2}{L}$$

se vi sono N molecole nel volume la forza sara' N volte maggiore

ma le molecole nel volume hanno una distribuzione di velocita' *casuale*

quindi e' necessario usare il valor medio della forza ⇨ $\bar{F}_x = \sum_{i=1}^{N} F_{x_i}$

$$\bar{F}_x = N \frac{m\bar{v}_x^2}{L}$$

se le componenti cartesiane della velocita' sono indipendenti tra loro

per la teoria della probabilita' $\bar{v}^2 = \bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2 + \bar{v}_z^2$ ⇨ $\bar{v}_x^2 = \frac{\bar{v}^2}{3}$

$$\rightarrow \quad \bar{F}_x = N \frac{m\bar{v}^2}{3L}$$

la pressione sulla parete di superficie di area l^2 sara'

$$P = \frac{\overline{F}_x}{L^2} = N\,\frac{m\overline{\mathrm{v}}^2}{3L}\,\frac{1}{L^2} = N\,\frac{m\overline{\mathrm{v}}^2}{3L^3} \equiv N\,\frac{m\overline{\mathrm{v}}^2}{3V}$$

dove $V = L^3$ e' il volume entro cui e' racchiusa la particella

$\rightarrow$ $P = N\,\dfrac{m\overline{\mathrm{v}}^2}{3V}$ $\rightarrow$ $PV = N\,\dfrac{m\overline{\mathrm{v}}^2}{3}$

l'energia cinetica ***media*** di una molecola e' $\overline{E}_c = \dfrac{m\overline{v}^2}{2}$

$\Rightarrow \quad \overline{v}^2 = \dfrac{2\overline{E}_c}{m}$ quindi $PV = N\dfrac{m\overline{v}^2}{3} = \dfrac{2}{3}N\overline{E}_c$

per i gas perfetti $PV = nRT$ dunque $\dfrac{2}{3}N\overline{E}_c = nRT$

da cui $\overline{E}_c = \dfrac{3}{2}\dfrac{n}{N}RT$

ma $\dfrac{n}{N} = \dfrac{1}{N_A}$ ⇨ $\overline{E}_c = \dfrac{3}{2}\dfrac{R}{N_A}T$ e poiche' $\dfrac{R}{N_A} = K$

l'energia cinetica media di ***una*** molecola di gas è: $\overline{E}_c = \dfrac{3}{2} K T$

in conclusione $T = \dfrac{2}{3K}\overline{E}_c$ e cio' significa che

la temperatura e' una misura dell' *energia cinetica media* dovuta al moto

disordinato e del tutto *a caso* delle molecole del gas se per una molecola $\bar{E}_c = \frac{3}{2} kT$ per una mole di gas perfetto

si avra' $\bar{E}_c = \frac{3}{2} N_A kT = \frac{3}{2} RT$

se i componenti sono puntiformi il solo contributo all' energia interna U e' dovuto

al moto caotico traslazionale quindi l' <u>energia interna</u> di n moli di gas perfetto

sara' $U = \frac{3}{2} nRT$

e’ possibile verificare sperimentale questo risultato   misurando i calori specifici

molari   dei gas rarefatti

$$c_V = \frac{1}{n}\left(\frac{dQ}{dT}\right)_V = \frac{1}{n}\frac{dU}{dT}$$ e se $$U = \frac{3}{2}nRT$$

⇨ $$c_v = \frac{3}{2}R$$ per cui $$c_p = c_v + R = \frac{5}{2}R$$

ok, per i gas monoatomici   ma non vero, per la maggior parte dei gas biatomici

tuttavia oltre al moto disordinato traslazionale   esistono altri moti disordinati,

indipendenti,   corrispondenti a gradi di liberta’ rotazionali e vibrazionali

Teorema dell'equipartizione dell' energia

ad ogni grado di liberta' pertiene un contributo pari a $\frac{1}{2}kT$

Backup Slides