

Un oggetto si muove sulla superficie di una piattaforma orizzontale priva di attrito, solidale ad un riferimento terrestre da considerarsi inerziale, ed è legato a una fune di lunghezza l_1 e massa trascurabile.

La fune passa attraverso un foro al centro della piattaforma ed è fissata al di sotto di questa.

L'oggetto, trattenuto dalla fune, ruota con velocità angolare ω_1 costante. A un certo istante la corda viene accorciata ad una lunghezza $l_2 < l_1$. Sia ω_2 la velocità angolare dell'oggetto in questa nuova configurazione.

Trattando l'oggetto come un punto materiale di massa m , si calcolino:

- l'espressione della tensione della fune quando la velocità angolare è ω_1 ;
- l'espressione della velocità angolare ω_2 ;
- l'espressione del lavoro compiuto per accorciare la fune dalla lunghezza l_1 alla lunghezza l_2 ;
- se, mentre l'oggetto si muove lungo la circonferenza di raggio l_2 , la fune si spezzasse a causa dell'azione di forze interne, determinare, in funzione di ω_1 , l_1 ed l_2 , l'espressione del modulo della velocità assunta dall'oggetto in tale circostanza.

il modulo della tensione della fune sarà costante e pari a

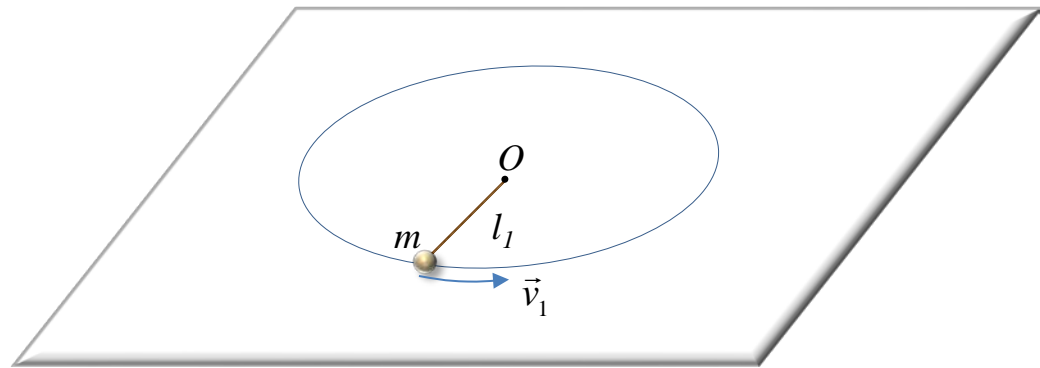
$$T = m \frac{v_1^2}{l_1} = m\omega_1^2 l_1$$

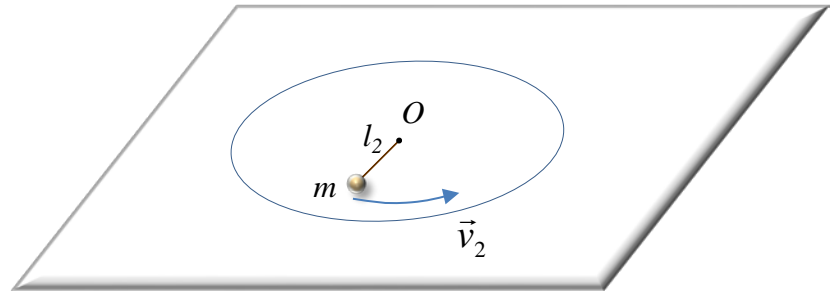
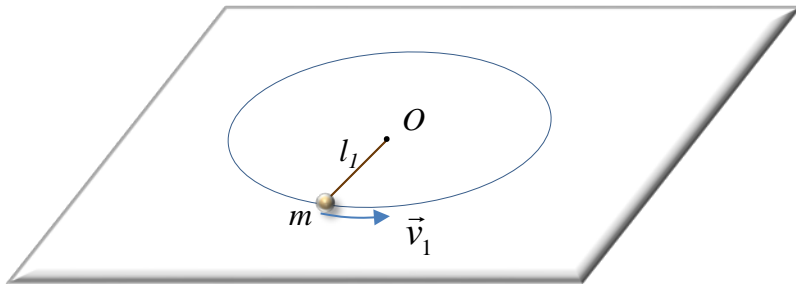
assumendo come polo fisso il punto O si ha

$$|\vec{L}| = mvl = m\omega l^2 = \text{cost}$$

$$\Rightarrow m\omega_1 l_1^2 = m\omega_2 l_2^2 \Rightarrow \omega_2 = \omega_1 \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^2$$

dunque $\omega_2 > \omega_1$





il lavoro L sarà uguale alla variazione dell'energia cinetica di rotazione quindi

$$L = \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2 - \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 = \frac{1}{2} m l_2^2 \omega_2^2 - \frac{1}{2} m l_1^2 \omega_1^2 = \frac{1}{2} m \left[l_2^2 \omega_2^2 - l_1^2 \omega_1^2 \right] = \frac{1}{2} m \left[l_2^2 \omega_1^2 \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^4 - l_1^2 \omega_1^2 \right]$$

in conclusione
$$L = \frac{1}{2} m l_1^2 \omega_1^2 \left[\left(\frac{l_1}{l_2} \right)^2 - 1 \right]$$

infine
$$v_2 = \omega_2 l_2 = \omega_1 \frac{l_1^2}{l_2^2} l_2 = \omega_1 \frac{l_1^2}{l_2}$$

Backup slides