

Determinare con quale velocità raggiungerà il suolo un corpo rigido di massa totale  $m$  che rotoli senza strisciare su di un piano inclinato privo di attrito assumendo che al tempo  $t = 0$  il corpo sia in quiete, e che l'altezza a cui si trova il centro di massa del corpo sia  $h$ .

Si assuma inoltre che l'energia potenziale totale del corpo quando il corpo raggiunge il suolo sia nulla di modo che la variazione di energia potenziale sia semplicemente pari a  $mgh$ .

dato che si e' in assenza di attriti si potra' imporre la conservazione dell'energia meccanica e per determinare l'energia cinetica finale si puo' utilizzare il teorema di Konig dell'energia

$$mgh = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} m v_{CM}^2 = \frac{1}{2} I \frac{v_{CM}^2}{r^2} + \frac{1}{2} m v_{CM}^2$$

in generale  $I = mk^2$  dove  $k$  e' il "raggio giratore" del corpo quindi

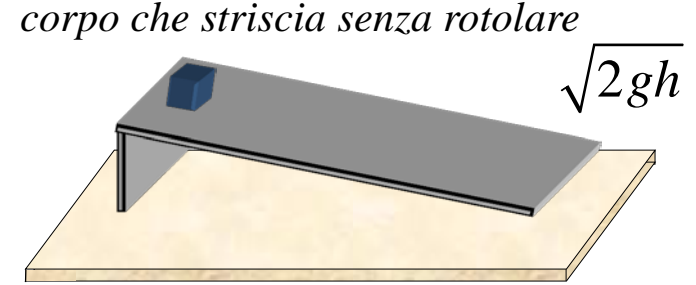
$$mgh = \frac{1}{2} mk^2 \frac{v_{CM}^2}{r^2} + \frac{1}{2} m v_{CM}^2$$

ossia

$$gh = \frac{1}{2} k^2 \frac{v_{CM}^2}{r^2} + \frac{1}{2} v_{CM}^2$$

$$\Rightarrow v_{CM} = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{k^2}{r^2}}} < \sqrt{2gh}$$

poiche'  $v_{CM} = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{k^2}{r^2}}}$



a parita' di massa totale  $m$  del corpo e di raggio  $r$  per:

una sfera piena omogenea che rotola senza strisciare

$$I = \frac{2}{5}mr^2 \text{ quindi } \frac{k^2}{r^2} = \frac{2}{5} \Rightarrow v_{CM} = \sqrt{1.43gh}$$

un guscio sferico omogeneo che rotola senza strisciare

$$I = \frac{2}{3}mr^2 \text{ quindi } \frac{k^2}{r^2} = \frac{2}{3} \Rightarrow v_{CM} = \sqrt{1.20gh}$$

un disco omogeneo che rotola senza strisciare

$$I = \frac{1}{2}mr^2 \text{ quindi } \frac{k^2}{r^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow v_{CM} = \sqrt{1.33gh}$$

un anello omogeneo che rotola senza strisciare

$$I = mr^2 \text{ quindi } \frac{k^2}{r^2} = 1 \Rightarrow v_{CM} = \sqrt{gh}$$

se il corpo scivolasse senza attrito giungerebbe al suolo con velocità maggiore

pari a  $\sqrt{2gh}$  mentre se il corpo rotola senza strisciare

l'energia potenziale iniziale si trasformerà in parte in energia cinetica

di traslazione  $\frac{1}{2}mv_{CM}^2$  ed in parte in energia cinetica di rotazione  $\frac{1}{2}I\omega^2$

questo spiega perché il corpo giungerà al suolo con velocità inferiore

se rotola invece di strisciare