Teoria cinetica dei gas

ipotesi di base del *modello matematico* di gas perfetto

- un gas perfetto contiene una enorme quantita' di componenti, atomi o molecole ***identiche*** tra di loro
- le dimensioni dei componenti sono trascurabili rispetto alla loro distanza media
- i componenti si urtano di continuo e durante l'urto interagiscono soltanto tra loro
- i componenti sono costantemente in moto *disordinato* e *casuale*

  in inglese "*random*" = "a caso " , " caotico"
- gli urti tra i componenti del gas e le pareti del recipiente in cui sono contenute,

  sono perfettamente *elastici*
- le leggi che regolano i processi di urto sono quelle della meccanica *newtoniana*

una molecola di massa m si trova in un volume cubico, di lato l e si sta

muovendo verso la parete destra del recipiente la componente della velocita'

della molecola lungo l'asse x e' v_x e la quantita' di moto q_x e' $m\,\mathrm{v}_x$

quando la molecola raggiunge la parete di destra rimbalza verso sinistra e,

dato che l'urto e' perfettamente elastico la sua variazione di quantita' di moto

e' pari a $-2m\,\mathrm{v}_x$ dopo aver percorso un tratto $2l$, ossia dopo un tempo

$\Delta t = 2l/\,\mathrm{v}_x$ la molecola tornera' ad urtare la parete di destra per il teorema dell’impulso :

$$F_{x_{molecola}} = \frac{\Delta q_x}{\Delta t} = \frac{-2m\text{v}_x}{\dfrac{2l}{\text{v}_x}} = -\frac{m\text{v}_x^2}{l}$$

per il terzo principio della dinamica la parete risentira’ di una forza uguale

in modulo ed opposta in verso $\Rightarrow$ $F_{x_{parete}} = F_x = \dfrac{m\text{v}_x^2}{l}$

se vi sono N molecole nel volume la forza sara’ N volte maggiore attenzione : le molecole nel volume non hanno tutte la stessa velocita'

ma una distribuzione di velocita' casuale quindi e' necessario ragionare in

termini di valor medio della forza ⇨ $$\bar{F}_x = N\frac{m\overline{\mathrm{v}}_x^2}{l}$$

se le componenti cartesiane della velocita' sono indipendenti tra loro la teoria

della probabilita' permette di dimostrare che $$\overline{\mathrm{v}}^2 = \overline{\mathrm{v}}_x^2 + \overline{\mathrm{v}}_y^2 + \overline{\mathrm{v}}_z^2$$

⇨ $$\overline{\mathrm{v}}_x^2 = \frac{\overline{\mathrm{v}}^2}{3}$$ quindi $$\bar{F}_x = N\frac{m\overline{\mathrm{v}}^2}{3l}$$

la pressione sulla parete di superficie di area l^2 sara'

$$P = \frac{\overline{F}_x}{l^2} = N\frac{m\overline{\mathrm{v}}^2}{3l}\frac{1}{l^2} = N\frac{m\overline{\mathrm{v}}^2}{3l^3} \equiv N\frac{m\overline{\mathrm{v}}^2}{3V}$$

dove $V = l^3$ e' il volume del cubo in cui e' racchiusa la particella

dunque $P = N\frac{m\overline{\mathrm{v}}^2}{3V}$ da cui $PV = N\frac{m\overline{\mathrm{v}}^2}{3}$

l'energia cinetica *media* di una molecola e' $\bar{E}_c = \dfrac{m\bar{v}^2}{2}$

$\Rightarrow \quad \bar{v}^2 = \dfrac{2\bar{E}_c}{m}$ quindi $PV = N\dfrac{m\bar{v}^2}{3} = \dfrac{2}{3}N\bar{E}_c$

per i gas perfetti $PV = nRT$ dunque $\dfrac{2}{3}N\bar{E}_c = nRT$

da cui $\bar{E}_c = \dfrac{3}{2}\dfrac{n}{N}RT$

ma $\frac{n}{N} = \frac{1}{N_A} \Rightarrow \bar{E}_c = \frac{3}{2}\frac{R}{N_A}T$ e poiche' $\frac{R}{N_A} = K$

si ottiene $$\bar{E}_c = \frac{3}{2}KT$$

in conclusione $$T = \frac{2}{3K}\bar{E}_c$$ e cio' significa che

la temperatura e' una misura dell' *energia cinetica media* dovuta al moto

__disordinato__ e del tutto *__a caso__* delle molecole del gas se per una molecola $\bar{E}_c = \frac{3}{2}kT$ per una mole di gas perfetto

si avra' $\bar{E}_c = \frac{3}{2}N_A kT = \frac{3}{2}RT$

se i componenti sono puntiformi il solo contributo all' energia interna U e' dovuto

al moto caotico traslazionale quindi l' energia interna di n moli di gas perfetto

sara' $U = \frac{3}{2}nRT$

e’ possibile verificare sperimentale questo risultato misurando i calori specifici molari dei gas rarefatti

$$c_V = \frac{1}{n}\left(\frac{dQ}{dT}\right)_V = \frac{1}{n}\frac{dU}{dT} \quad \text{e se} \quad U = \frac{3}{2}nRT$$

$$\Rightarrow \quad c_v = \frac{3}{2}R \quad \text{per cui} \quad c_p = c_v + R = \frac{5}{2}R$$

ok, per i gas monoatomici ma non vero, per la maggior parte dei gas biatomici

tuttavia oltre al moto disordinato traslazionale esistono altri moti disordinati, indipendenti, corrispondenti a gradi di liberta’ rotazionali e vibrazionali

Teorema dell’equipartizione dell’ energia

ad ogni grado di liberta’ pertiene un contributo pari a $\frac{1}{2}kT$