

# Capacita' termica

la *quantita' di calore* che occorre fornire o sottrarre ad un corpo per modificarne la temperatura e' direttamente proporzionale alla sua *variazione*  $\Delta T = T_f - T_i$  di temperatura

(attenzione alla presenza di un  $\Delta$ ) da cui  $Q = C\Delta T$

$C$  e' detta " *capacita' termica* "

in generale  $C$  *dipende* dalla temperatura  $\rightarrow Q = C(T)\Delta T$

se, per ottenere una variazione infinitesima di temperatura  $dT$ , si dovesse fornire sempre

la stessa quantita' infinitesima di calore,  $dQ$ , sarebbe possibile definire

la capacita' termica come  $C = \frac{dQ}{dT}$

invece la quantità di calore che occorre fornire per ottenere un certo incremento di temperatura *dipende* dal tipo di trasformazione termodinamica si usa dire che il calore infinitesimo scambiato non è un *differenziale esatto* per questo motivo è spesso indicato con il simbolo  $\delta Q$  o anche come  $d\tilde{Q}$

attenzione: nel seguito continuerò ad indicare con il simbolo  $dQ$

la quantità di *calore infinitesimo* scambiato ma si deve **sempre** ricordare che  $dQ$  non è un differenziale esatto quindi volta per volta bisognerà specificare in quale modo si opera perché il calore che occorre scambiare per ottenere la *medesima* variazione di temperatura dipende dal tipo di trasformazione termodinamica effettuata

la capacita' termica  $C$  dipende anche dalla massa del corpo perció' si preferisce usare il

"*calore specifico*" definito come  $c_s = \frac{C}{m}$  da cui  $Q = mc_s \Delta T$

se la variazione di temperatura fosse infinitesima si avrebbe  $dQ = mc_s dT$

## Calori specifici molari

per i gas i calori specifici molari a *volume costante* e a *pressione costante* sono definiti

come:  $c_v = \frac{1}{n} \left( \frac{dQ}{dT} \right)_v$  e  $c_p = \frac{1}{n} \left( \frac{dQ}{dT} \right)_p$   $n$  e' il numero di moli

$c_v$  e  $c_p$  dipendono dalla sostanza di cui e' costituito il sistema e dalla temperatura a cui avviene lo scambio di calore

il calore specifico molare dei metalli e' pressocche' costante in un ampio intervallo di temperature

vale la legge di Doulong e Petit:  $C_m \approx 3R = 24.9 \frac{J}{mole K}$

# Calorimetria :

un recipiente **isolato termicamente** (calorimetro) e' riempito di acqua a temperatura  $T_{H_2O}$   
all'esterno si ha un corpo a temperatura  $T_C$  ad es corpo piu' caldo dell'acqua  $\rightarrow T_C > T_{H_2O}$

se si immerge il corpo caldo nell'acqua e si attende un tempo sufficiente si raggiungera'  
l'equilibrio termico

all'equilibrio

- la temperatura dell'acqua e quella del corpo sono tra loro uguali :  $T_{H_2O} = T_C = T_{eq}$
- la temperatura  $T_{eq}$  e' intermedia tra  $T_C$  e  $T_{H_2O}$
- l'acqua avra' assorbito una certa quantita' di calore dal corpo caldo e avra' innalzato la sua temperatura
- il corpo avra' ceduto la stessa quantita' di calore all' acqua e avra' diminuito la sua temperatura

con i calorimetri si possono determinare i calori specifici relativi all'acqua ed effettuare misure di scambio di calore

## Esercizio

Una massa di 100 g di alluminio inizialmente riscaldata a 100 °C viene posta in un bagno d'acqua. Se la massa dell'acqua e' di 500 g, la temperatura iniziale dell'acqua e' di 18.3 °C e quella finale e' di 21.7 °C , determinare il calore specifico dell'alluminio.

un grado Celsius corrisponde ad un grado Kelvin, quindi non occorre in questo caso effettuare le trasformazioni nel S.I. in quanto si avra' a che fare soltanto con differenze di temperatura all'equilibrio termico la temperatura dell'acqua e quella dell'alluminio saranno le stesse

$$\Delta T_{H_2O} = 21.7 - 18.3 = 3.4 \text{ } ^\circ\text{C} \equiv 3.4 \text{ K}$$

$$-\Delta T_{Al} = 100 - 21.7 = 78.3 \text{ } ^\circ\text{C} \equiv 78.3 \text{ K}$$

la quantita' di calore acquisita dall'acqua, per definizione di capacita' termica, e' pari a :

$$Q_{H_2O} = C_{H_2O} \Delta T_{H_2O} = m_{H_2O} c_{H_2O} \Delta T_{H_2O}$$

e come si vedra' in seguito si ha che il calore specifico dell'acqua e' 1.0 (Cal/Kg K)

= 4186,8 (Joule/KgK)

$$\Rightarrow Q_{H_2O} = m_{H_2O} c_{H_2O} \Delta T_{H_2O} = 0.5 \cdot 4187 \cdot 3.4 = 7118 \text{ J}$$

in un calorimetro si opera isolati termicamente dall'esterno quindi la quantita' di calore assorbita all'acqua sara' uguale alla quantita' di calore ceduta dall'alluminio.

dunque  $Q_{Al} = m_{Al} c_{Al} \Delta T_{Al} = Q_{H_2O}$  da cui  $c_{Al} = \frac{Q_{H_2O}}{m_{Al} \Delta T_{Al}}$

numericamente  $c_{Al} = \frac{7118}{0.1 \cdot 78.3} = 909 \frac{J}{Kg K}$

da confrontarsi con quella dell'acqua che e' pari a 4187

in questo modo e' possibile determinare anche il calore specifico molare dell'alluminio

Nota matematica:

date due diverse funzioni  $g$  ed  $h$  dipendenti, per semplicità, da due sole variabili  $x$  e  $y$ ,

la forma funzionale lineare  $g(x, y)dx + h(x, y)dy$  si dice essere un **differenziale esatto**

se esiste una funzione  $f(x, y)$  di cui la forma funzionale lineare sia il differenziale

il differenziale  $df$  di  $f(x, y)$  e' per definizione:  $df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$

vale la proprietà:  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$  ossia l'ordine di derivazione e' ininfluente (a patto che il

dominio delle funzioni sia semplicemente connesso)

se la forma funzionale e' un differenziale esatto allora deve essere:

$$g(x, y)dx + h(x, y)dy = df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$$

ovvero  $g(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x}$  e  $h(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y}$

derivando la funzione  $g$  parzialmente rispetto ad  $y$  si ottiene

$$\frac{\partial g}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$

derivando la funzione  $h$  parzialmente rispetto ad  $x$  si ottiene

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

sfruttando il fatto che l'ordine di derivazione non modifica il risultato si ha

$$\frac{\partial g}{\partial y} = \frac{\partial h}{\partial x}$$

in conclusione :

condizione necessaria e sufficiente affinché esista una funzione  $f(x, y)$  di cui la forma lineare

$g(x, y)dx + h(x, y)dy$  sia un differenziale esatto e' che si abbia

$$\frac{\partial g(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial h(x, y)}{\partial x}$$