Fisica A

Prof.ssa Alessandra Fanfani

Tutor

Dott. Gianluca Pagnoni

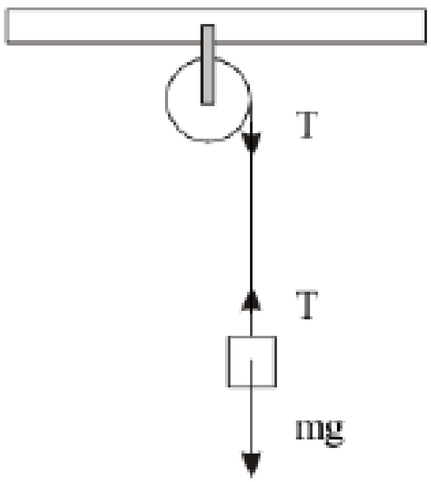
E-mail: gianluca.pagnoni3@unibo.it

http://ishtar.df.unibo.it/

5. Un corpo di massa m è appeso a una corda di massa trascurabile avvolta intorno ad una ruota fissata al soffitto. La ruota, di massa $M = 2m$ e raggio R, gira senza attrito. La fune non scivola sulla carrucola. La massa è inizialmente immobile a un'altezza h rispetto al pavimento, con la fune, lunga $l < h$, totalmente avvolta alla carrucola. Calcolare:

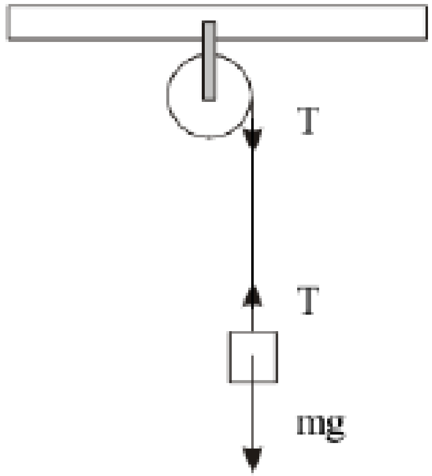
a. L'accelerazione del corpo mentre la corda si srotola.

$$\left.\begin{array}{l} P - T = ma \\ TR = I\dot{\omega} = I\dfrac{a}{R} \\ I = \dfrac{1}{2}MR^2 = mR^2 \end{array}\right\} mg - I\frac{a}{R^2} = ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1}{2}g$$



b. La velocità con la quale arriva al suolo dopo che la fune si è totalmente srotolata.

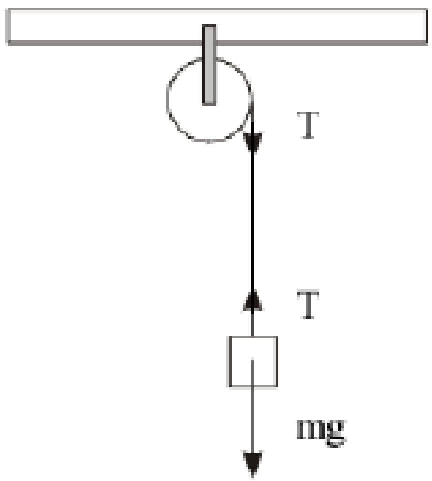
$$\left.\begin{aligned} v_1 &= \frac{1}{2} g t_1 \\ l &= \frac{1}{4} g t_1^2 \\ mg\,(h-l) + \frac{1}{2} m v_1^2 &= \frac{1}{2} m v_S^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = \sqrt{gl} \\ v_S = \sqrt{g\,(2h-l)} \end{cases}$$



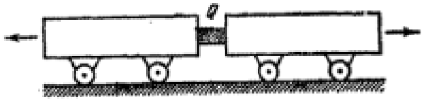
$$\left.\begin{aligned} mgh &= mg\,(h-l) + \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} I \omega_1^2 \\ mg\,(h-l) + \frac{1}{2} m v_1^2 &= \frac{1}{2} m v_S^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = \sqrt{gl} \\ v_S = \sqrt{g\,(2h-l)} \end{cases}$$

c. L'altezza massima che raggiunge dopo aver colpito il suolo con urto elastico.

$$\frac{1}{2}mv_S^2 = mgh_M \quad \Rightarrow \quad h_M = h - \frac{l}{2}$$



5. Due carrelli, uno di massa $m_1 = 100\ g$ e l'altro di massa $m_2 = 300\ g$, sono inizialmente vincolati l'un l'altro (vedi figura), e le loro ruote sono bloccate. A un certo istante si fa esplodere una carica posta fra loro, in modo che i carrelli si allontanano lungo una direzione rettilinea, strisciando sui binari con attrito radente caratterizzato dal coefficiente μ. La carica trasferisce ai carrelli un'energia $E = 1.35\ J$. Il primo carrello si ferma dopo aver percorso una distanza $l = 18\ m$.



a) Quale distanza percorre il secondo carrello?

b) Qual è la velocità dei due carrelli subito dopo l'esplosione?

c) Quanto vale il coefficiente μ ?

d) Qual è la velocità del centro di massa del sistema dopo l'esplosione?

a) Quale distanza percorre il secondo carrello?

Un'esplosione non e' altri che un sistema di particelle che prima era tenuto insieme da forze interne e poi, sempre da forze interne al sistema, viene disintegrato. Valgono quindi tutte le considerazioni per gli urti anelastici. Se all'istante iniziale la particella e' ferma la sua quantita' di moto e' nulla. Per la legge di conservazione della quantita' di moto anche dopo l'esplosione il sistema avra' quantita' di moto nulla. Possiamo quindi scrivere:

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1} = 3$$

Confronto l'energia cinetica con il lavoro compiuto dalla forza di attrito radente per fermare le particelle

$$\frac{1}{2} m v^2 = F_{attr} \cdot l \qquad\qquad F_{attr} = \mu N = \mu m g$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \mu m g l$$

a) Quale distanza percorre il secondo carrello?

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{2}\cancel{m_1}v_1^2 = \mu\,\cancel{m_1}\,gl \\ \frac{1}{2}\cancel{m_2}v_2^2 = \mu\,\cancel{m_2}\,gl_x \end{array}\right\} \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{l}{l_x} \quad \Rightarrow \quad l_x = \frac{l}{9} = 2m$$

b) Qual è la velocità dei due carrelli subito dopo l'esplosione?

In questo processo l'energia di disintegrazione e' definita come la somma delle energie cinetiche dei due corpi dopo l'esplosione:

$$E = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = 2m_2v_2^2 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} v_2 = \sqrt{\frac{E}{2m_2}} = 1,5\,m/s \\ v_1 = 3v_2 = 4,5\,m/s \end{cases}$$

c) Quanto vale il coefficiente μ ?

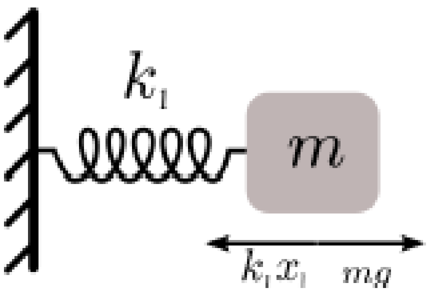
$$\frac{1}{2}mv^2 = \mu mgl$$

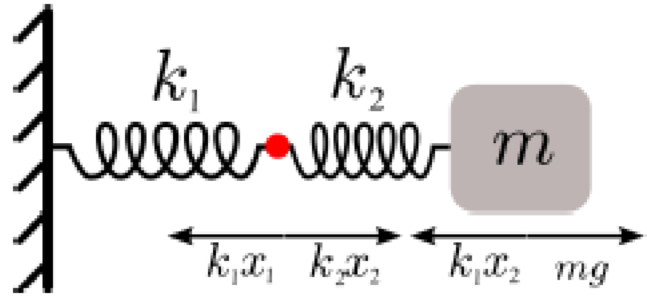
$$\frac{1}{2}\cancel{m_1}v_1^2 = \mu\,\cancel{m_1}\,gl \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{v_1^2}{2gl} = 0,057$$

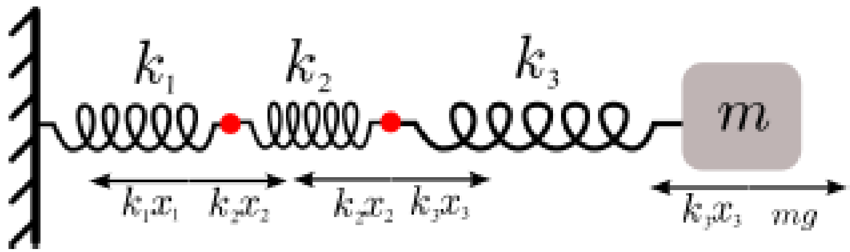
d) Qual è la velocità del centro di massa del sistema dopo l'esplosione?

$$v_{CM} = 0$$

Molle





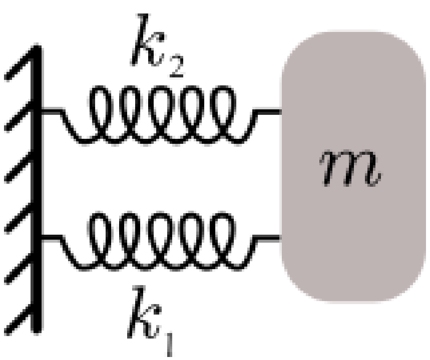


$$x = x_1 + x_2 + x_3$$

$$mg = k_eq\left(\frac{mg}{k_1} + \frac{mg}{k_2} + \frac{mg}{k_3}\right)$$

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}$$

In serie



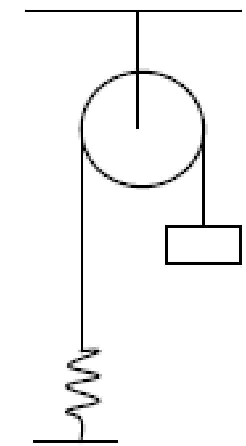
$$k_1x_1 + k_2x_2 = mg$$

$$mg = k_{eq}x = (k_1 + k_2)x$$

$$k_{eq} = k_1 + k_2$$

In parallelo

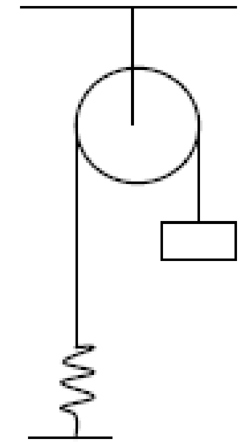
6. Si consideri il sistema in figura, dove la carrucola appesa al soffitto ha massa $M = 500g$ e raggio R, la massa appesa vale $m = 200g$ e la molla fissata al pavimento ha costante elastica $k = 40\ N/m$. La fune ha massa trascurabile e non slitta sulla carrucola, la quale può ruotare senza attrito intorno al proprio asse. Calcolare:



   a. L'allungamento della molla quando il sistema è in equilibrio.

$$\left.\begin{array}{l} T - mg = 0 \\ T - kx_0 = 0 \end{array}\right\} \quad x_0 = \frac{m}{k} g = 0,049m$$

c. Se, partendo dalla posizione di equilibrio, la fune viene tagliata dalla parte della molla, la massa cade facendo ruotare la carrucola. Calcolare la velocità della massa dopo che è caduta per un dislivello $h = 2m$.



$$1^o \; Metodo: \quad \left.\begin{matrix} mg - T = ma \\ TR = I\dot{\omega} \end{matrix}\right\} \quad \left.\begin{matrix} mg - T = ma \\ T = \frac{1}{2}Ma \end{matrix}\right\} \quad \begin{cases} a = \frac{2m}{M+2m}g = 4{,}36\, m/s^2 \; Forza\ costante,\ conservativa \\ \Rightarrow \; \frac{1}{2}mv^2 = mah \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2ah} = 4{,}17\, m/s \end{cases}$$

$$2^o \; Metodo: \quad mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4}Mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2\frac{2m}{M+2m}gh} = \sqrt{2ah} = 4{,}17\, m/s$$

3. Un cilindro omogeneo con massa m = 60 kg e raggio r = 18 cm rotola senza strisciare con velocità v = 15 m/s. Quale lavoro è stato necessario fare per imprimere al cilindro questa velocità?

$$L = \Delta T \rightarrow T = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$\begin{cases} I = \dfrac{1}{2}mr^2 & \text{Momento di inerzia di un cerchio rispetto il suo asse centrale} \\ \omega = \dfrac{v}{r} & \text{Rotolamento senza trascinamento} \end{cases}$$

$$T = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mr^2\right)\left(\frac{v}{r}\right)^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{4}mv^2 = \frac{3}{4}mv^2 =$$

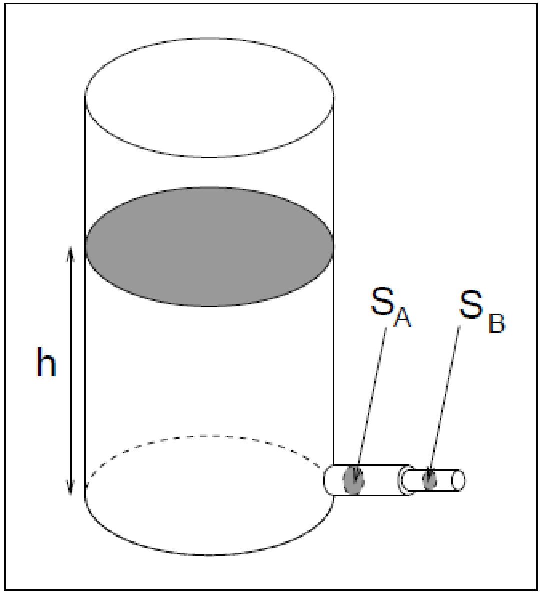
$$T = \frac{3}{4}\cdot 60\cdot(18)^2 = 10125J$$

Un serbatoio d’accumulo di acqua è costituito da un grande cilindro verticale da cui l’acqua viene prelevata tramite un condotto orizzontale posto alla sua base. Come si vede dal disegno, il condotto d’uscita è formato da due tubi di diversa sezione: il primo, a contatto con il serbatoio, di sezione $SA = 400\ cm^2$ ed il secondo, a contatto con l’aria, di sezione $SB = 250\ cm^2$. Il flusso dell’acqua di ingresso nel serbatoio è tale da mantenere invariato il livello $h = 3\ m$ dell’acqua nel cilindro. Trattando l’acqua come un fluido ideale, e tenendo presente che la superficie superiore dell’acqua nel cilindro `e a contatto con l’atmosfera, si trovi:

a) la velocità di uscita dell’acqua dal condotto;

b) la portata del flusso di acqua in ingresso al serbatoio;

c) la differenza di pressione tra l’acqua che scorre nel condotto di sezione *SA* e la pressione atmosferica (pressione differenziale).



a) La velocità di uscita si ricava utilizzando la legge di Bernoulli prendendo come riferimento la superficie inferiore dell'acqua nel cilindro:

$$P_0 + \rho g h = P_0 + \frac{1}{2}\rho v_B^2 \;\Rightarrow\; v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 9.8} \;=\; 7.67\ m/s$$

b) Dato che il livello dell'acqua nel cilindro non cambia, allora il flusso d'ingresso è uguale a quello di uscita, quindi la portata vale:

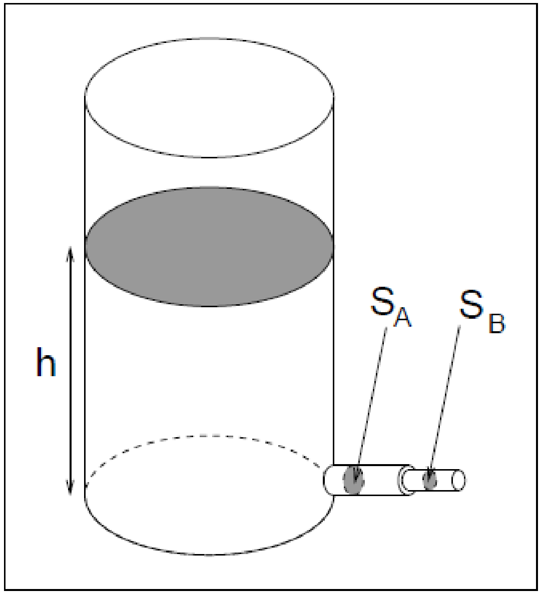
$$R = v_B \cdot S_B \;=\; 7.67 \cdot 250 \cdot 10^{-4} \;=\; 0.19\ m^3/s$$

c) Per calcolare la pressione differenziale in A, occorre dapprima trovare la velocità dell'acqua in questa parte del condotto utilizzando la conservazione della portata:

$$v_A = R/S_A \;=\; 7.67 \cdot 250/400 \;=\; 4.79\ m/s (= \; v_B \cdot S_B/S_A)$$

Dalla legge di Bernoulli applicata tra i punti A e B si ricava:

$$P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = P_0 + \frac{1}{2}\rho v_B^2 \;\Rightarrow\; P_A - P_0 = \frac{1}{2}\rho(v_B^2 - v_A^2) \;=\; 0.5 \cdot 10^3 \cdot (7.67^2 - 4.79^2) \;=\; 17.9\ kPa$$



Una cassa di massa 40 Kg viene trainata verso l'alto su un piano inclinato scabro alla velocità costante di 4 m/s da una corda parallela al piano. L'angolo tra il piano inclinato e l'orizzontale è 30°. Il coefficiente di attrito dinamico tra cassa e piano è 0.2. Ad un certo punto del tragitto la corda si spezza istantaneamente. Calcolare :

a) l'intensità della forza esercitata dalla corda;

b) lo spazio percorso dalla cassa dopo la rottura della corda prima di fermarsi;

c) il tempo necessario affinché la cassa si fermi.

$$\text{a)}\quad |\vec{F}_{corda}| = mg\sin\theta + \mu mg\cos\theta =$$

$$= 40\cdot 9.8\cdot 0.5 + 0.2\cdot 40\cdot 9.8\cdot 0.866 = 196 + 67.9 = 263.9\ \text{N};$$

$$\text{b)}\quad 1/2mv_0^2 = F_{corda}\Delta s \Rightarrow$$

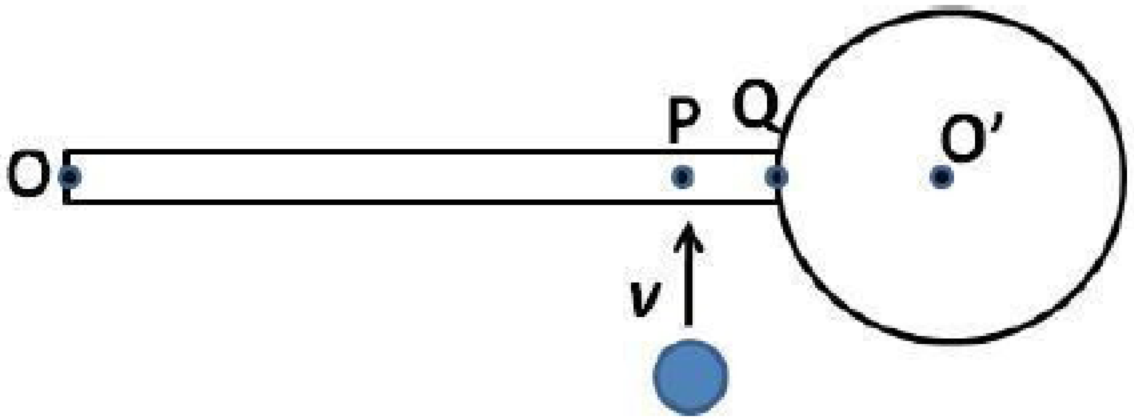
$$\Delta s = mv_0^2/(2F_{corda}) = 40\cdot 4^2/(2\cdot 263.9) = 1.21\ \text{m};$$

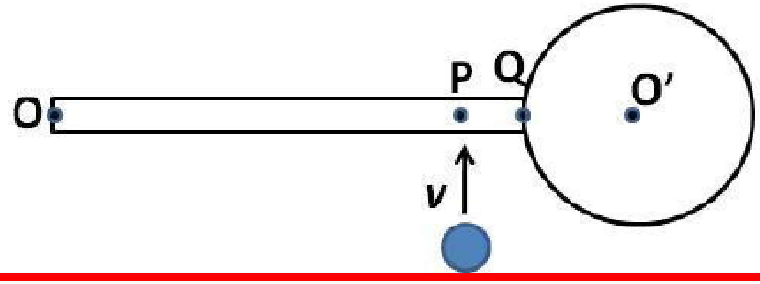
$$\text{c)}\quad a = F_{corda}/m = 6.60\ \text{m / s}^2;$$

$$v_{fin} = 0 = v_0 - at \Rightarrow$$

$$t = v_0/a = 4/6.60 = 0.61\ \text{s}.$$

Un corpo rigido formato da un’asta di massa *m = 1.5 kg* e lunghezza *d* e da un disco di eguale massa e raggio *R = d/4*, è posato sopra un piano orizzontale su cui può muoversi senza attrito ed è inizialmente in quiete. Un punto materiale di massa *M = 0.4 kg*,
in moto con velocità *v = 10 m/s*, urta il corpo rigido nel punto P distante *r = 7/8 d* dall’estremo O e vi resta attaccato. Nell’ipotesi che sul corpo non agisca alcun vincolo,
a) descrivere il moto del sistema corpo-punto dopo l’urto, precisando se si tratta di moto traslatorio, rotatorio o rototraslatorio;
b) calcolare la velocità del CM del sistema dopo l’urto.
Se invece il corpo è vincolato in O, attorno a cui può ruotare, calcolare:
c) la velocità del CM del sistema dopo l’urto.
d) l’impulso subito dal perno in O durante l’urto





DATI:

ASTA: m=1.5 kg , d
DISCO: m , R=d/4
Punto materiale: M=0.4 kg , v=10 m/s
r = 7/8 d

Caso A) no vincoli:
? Descrivere moto sistema
? Velocità CM

Caso B) vincolo = O
? Velocità CM
? Impulso subito dal perno in O durante l'urto

9

$$x_{CM} = \frac{7}{8} d$$

$$\vec{v}_{CM} = \frac{M}{2m+M}\vec{v} = 1,18 \, {}^{m}/_{s} \, \hat{u}_z$$

$$I_O = I_{asta} + I_{disco} + I_M = \left[\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{32}+\frac{25}{16}\right)m + \frac{49}{64}M\right]d^2 = Cd^2 \quad C = 3,20\,kg$$

$$v_{CM} = \left(\frac{7}{8}\right)^2 \frac{Mvd^2}{Cd^2} = 0,95 \, {}^{m}/_{s}$$

$$\left|\vec{J}\right| = \left|\left(M+2m\right)\vec{v}_{CM} - M\vec{v}\right| = -0,77\,Ns$$