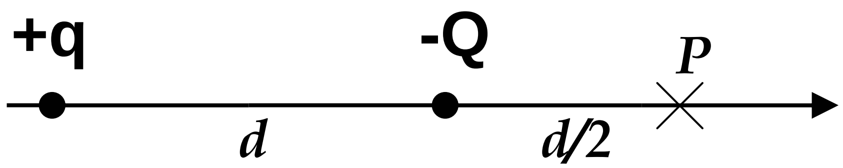
Fisica B

Esercitazioni

Dott: Gianluca Pagnoni

E-mail: gianluca.pagnoni3@unibo.it

Due cariche elettriche sono disposte come indicato in figura. Calcolare il rapporto delle cariche affinché il campo elettrico nel punto *P* sia nullo.



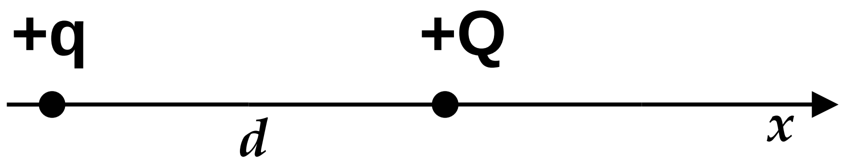
$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$E_Q\left(r_Q = \frac{3}{2}d\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-Q}{\frac{9}{4}d^2}; E_q\left(r_q = d/2\right) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\frac{d^2}{4}}$$

$$E_Q + E_q = \frac{1}{\pi\varepsilon_0 d^2}\left(\frac{q}{9} - Q\right) = 0; \frac{q}{Q} = 9$$

Il campo elettrico si annulla nel punto *P* se: $\frac{q}{Q} = 9$

Due cariche elettriche sono disposte come indicato in figura. Calcolare il potenziale elettrostatico in un generico punto dell'asse *x.* Determinare in quale punto dell'asse si annulla la derivata del potenziale elettrostatico rispetto alla variabile *x* e commentare il risultato.



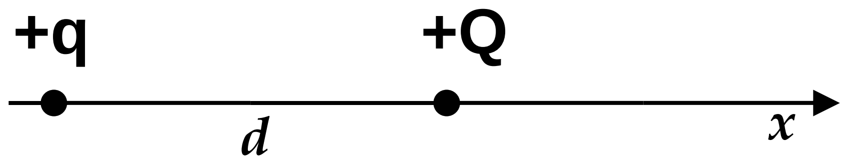
Assumendo l'origine nella posizione di *q* otteniamo:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{|x|} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{|x-d|}$$

Quindi se *x>d* : $$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{x} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{x-d}$$

se 0<*x*<*d* : $$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{x} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{d-x}$$

Si vede subito che la derivata non può mai annullarsi nel primo caso mentre può farlo nel secondo caso. Quindi



$$\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{x^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{(d-x)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{q}{x^2} + \frac{Q}{(d-x)^2}\right)$$

$$\left(-\frac{q}{x^2} + \frac{Q}{(d-x)^2}\right) = 0; \frac{q}{x^2} = \frac{Q}{(d-x)^2}$$

$$\frac{(d-x)^2}{x^2} = \frac{Q}{q}; \frac{d-x}{x} = \sqrt{\frac{Q}{q}}; \frac{d}{x} - 1 = \sqrt{\frac{Q}{q}}; \frac{d}{x} = 1 + \sqrt{\frac{Q}{q}}$$

$$x = \frac{d}{1+\sqrt{\frac{Q}{q}}}$$

In questo punto il campo elettrico complessivo è nullo

Calcolare la capacità di un condensatore sferico avente le armature interna ed esterna di raggio r_1 e r_2 rispettivamente.

Partiamo dalla definizione di capacità come rapporto tra la carica Q che accumulata sulle piastre e la differenza di potenziale ΔV tra di esse:

$C = Q / \Delta V$

Assumendo che l'armatura esterna carica negativamente e quella interna carica positivamente otteniamo:

$$V_2 - V_1 = -\int_{r_2}^{r_1} \vec{E} dl = -\int_{r_2}^{r_1} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_2}^{r_1} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{1}{r} \right]_{r_2}^{r_1}$$

La differenza di potenziale elettrostatico tra due punti *A* e *B* è definita come il lavoro cambiato di segno per portare la carica unitaria da *A* a *B.*

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \rightarrow C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$$

Un circuito costituito da un condensatore a facce piane parallele di forma circolare avente una carica Q (sia S la superficie delle armature e d la loro distanza) e da una resistenza R, è inizialmente aperto.

1) Calcolare il campo elettrico tra le armature.

Al tempo t=0 il circuito viene chiuso ed il condensatore comincia a scaricarsi:

2) Determinare la carica sulle armature in funzione del tempo.

Questo fatto determina una variazione temporale anche del campo elettrico tra le armature.

3)Determinare la corrente di spostamento attraverso una superficie circolare posta tra le armature.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}$$

$$Ri + V_A - V_B = 0 \qquad R\dot{Q} + \frac{1}{C}Q = 0; \dot{Q} = -\frac{1}{RC}Q; Q = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$E = \frac{Q}{S\varepsilon_0} = \frac{Q_0}{S\varepsilon_0} e^{-\frac{t}{RC}}$$

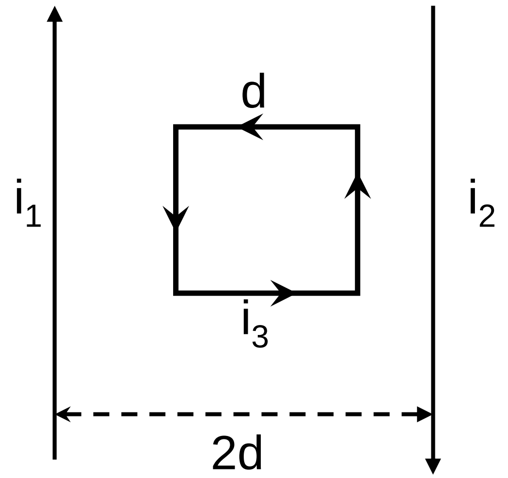
$$E = \frac{Q}{S\varepsilon_0} = \frac{Q_0}{S\varepsilon_0} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i_s = \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \iint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{\Sigma} = \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \iint_{\Sigma} E d\Sigma = \varepsilon_0 \frac{d}{dt} E \iint_{S} d\Sigma = \varepsilon_0 \frac{d}{dt} E\pi r^2 =$$

$$= \varepsilon_0 \pi r^2 \frac{dE}{dt} = -\varepsilon_0 \pi r^2 \frac{Q_0}{S\varepsilon_0} \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} = -\pi r^2 \frac{Q_0}{SRC} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Sono dati due fili rettilinei di lunghezza molto grande paralleli tra di loro e percorsi da corrente. I due fili distano $2d$ e le due correnti sono rispettivamente i_1 e $i_2 = 2 \cdot i_1$ (in versi opposti). Tra i due fili, complanare con essi e con due lati paraleli ai fili,é posta una spira quadrata di lato d in cui circola una corrente i_3. Calcolare la posizione di equilibrio della spira.

Iniziamo calcolando il campo magnetico generato dalle correnti i_1 e i_2:



$$\vec{B}_1(r_1) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i_1}{r_1}$$ Entrante nel foglio fra i due conduttori

$$\vec{B}_2(r_2) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i_2}{r_2}$$ Entrante nel foglio fra i due conduttori

Sia $r = r_1$ allora $r_2 = 2d - r_1 = 2d - r$

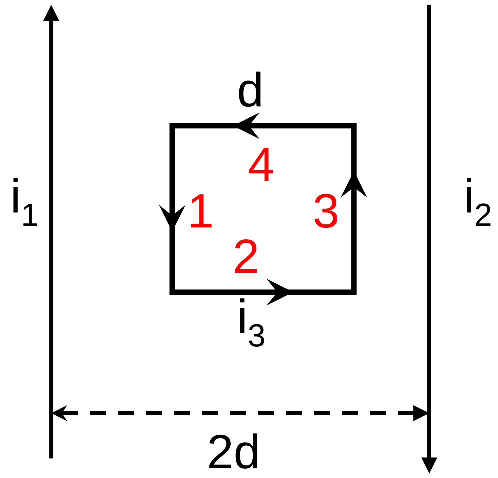
quindi possiamo riscrivere il campo magnetico totale come:

$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i_1}{r} + \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i_2}{2d - r} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{(2d - r)i_1 + r i_2}{r(2d - r)}$$

Sui lati ortogonali (2-4) ai fili agiscono forze uguali ed opposte che si cancellano fra di loro

Sui lati paralleli agiscono forze uguali ed opposte ma diverse in modulo

Sia R la distanza fra il lato 1 ed il filo 1 per la legge di Lorentz:



$$d\vec{F} = i_3 d\vec{l} \times \vec{B}$$

$\vec{B}$ costante su tutto il filo

$$\vec{B} \perp d\vec{l}$$

$$\vec{F}_1 = i_3 \int_0^d B(R) \cdot dl = i_3 d \cdot B(R)$$

$$\vec{F}_2 = -i_3 d \cdot B(R+d) \qquad \vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

$$i_3 d \cdot [B(R) - B(R+d)] = 0 \qquad [B(R) - B(R+d)] = 0$$

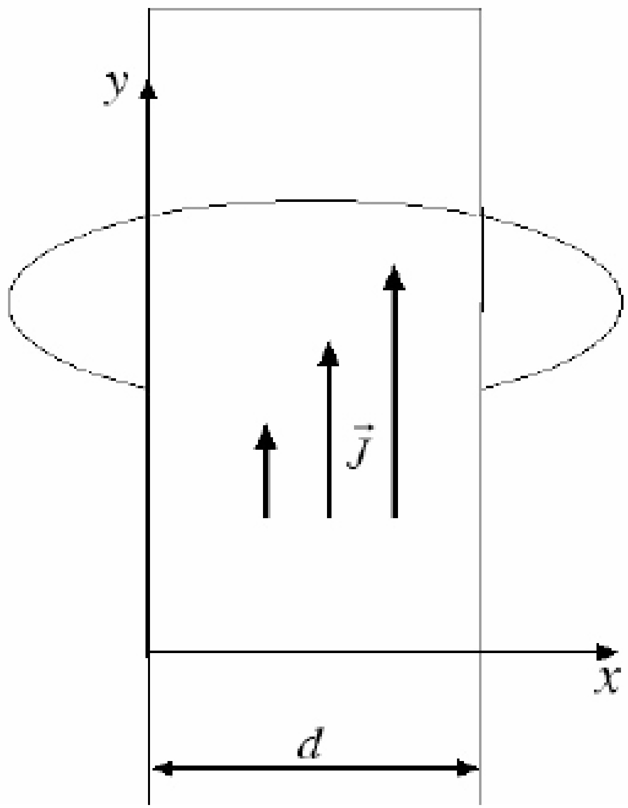
$$\vec{B}(r) = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{i_1}{r} + \frac{i_2}{2d-r}\right) \qquad \frac{i_1}{R} + \frac{i_2}{2d-R} - \frac{i_1}{R+d} - \frac{i_2}{2d-R-d} = 0$$

Un nastro conduttore non omogeneo indefinito di spessore trascurabile e larghezza $d = 6\ cm$ è percorso da una corrente I distribuita non uniformemente sul nastro, con densità lineare di corrente data dall'espressione $J(x) = ax$ e diretta lungo y. La circuitazione del campo magnetico lungo una linea chiusa C concatenata con il nastro vale $1.9 \times 10^{-5}\ Wb/m$.

$$d = 6cm = 0.06m$$

$$J(x) = ax$$

$$\oint \vec{B} \cdot dl = 1.9 \times 10^{-5} Wb/m$$



a) il valore della corrente I;

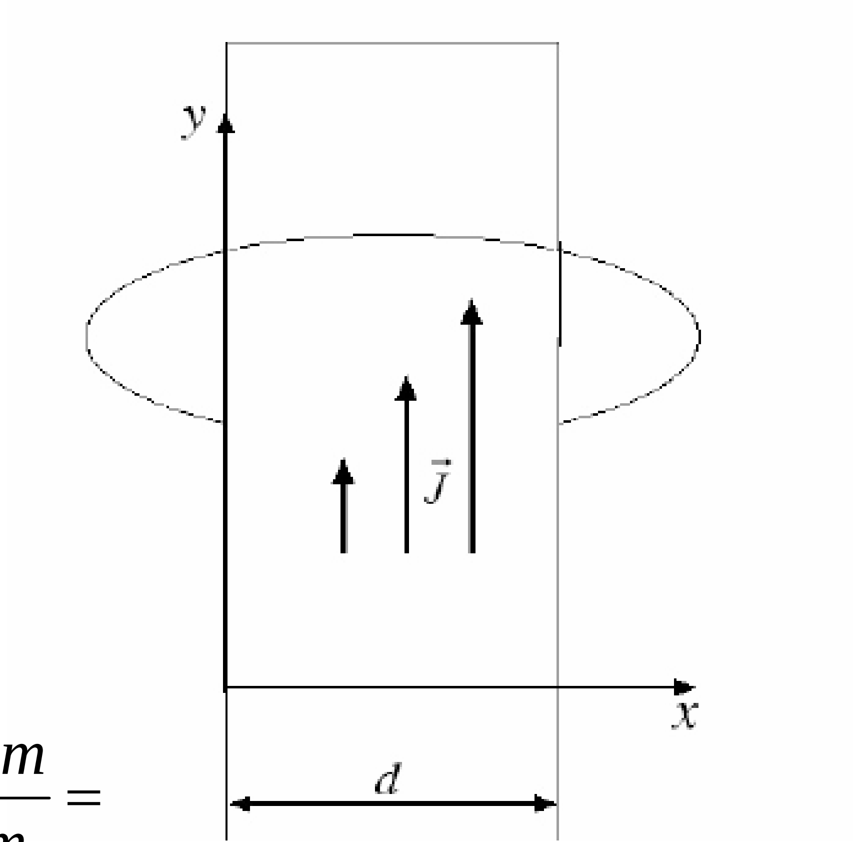
$$I = Jl \qquad\qquad dI = Jdx$$

$$I = \int_0^d Jdx = \int_0^d axdx = \left[\frac{a}{2}x^2\right]_0^d = \frac{a}{2}d^2$$

$$d = 6cm = 0.06m$$

$$J(x) = ax$$

$$\oint \vec{B} \cdot dl = 1.9 \times 10^{-5} Wb/m$$



a) il valore della corrente I;

$$\oint \vec{B} \cdot dl = \mu_0 I$$

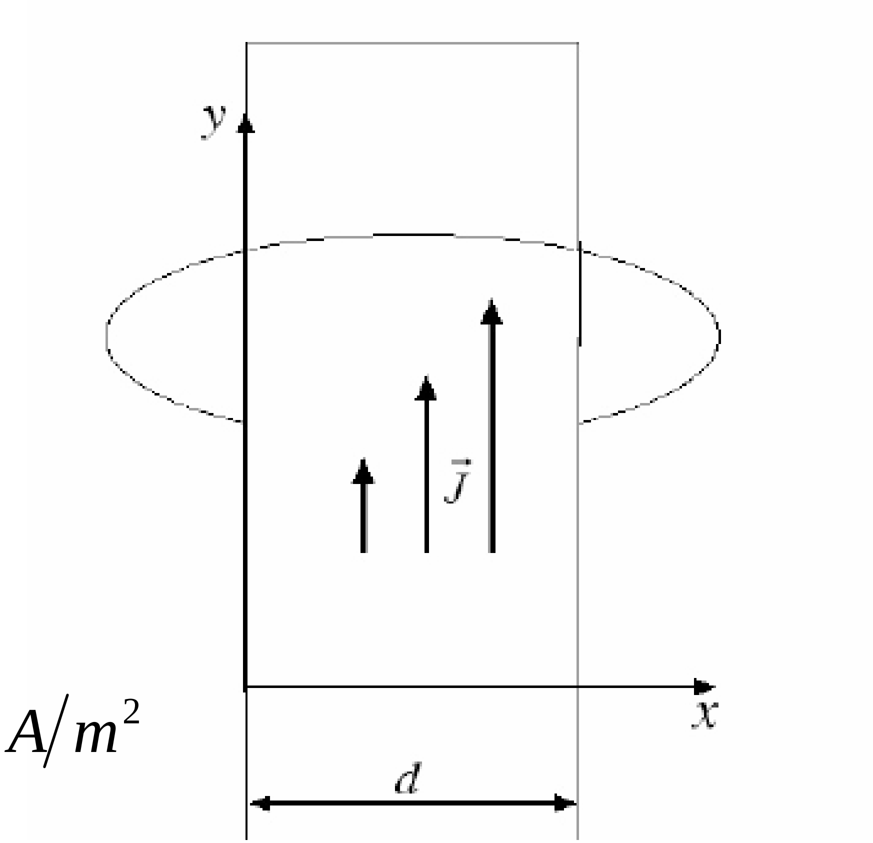
$$I = \frac{1.9 \times 10^{-5} Wb/m}{\mu_0} = \frac{1.9 \times 10^{-5}}{4\pi \times 10^{-7}} \frac{Wb/m}{H/m} =$$

$$= 15 \frac{Wb}{H} = 15A$$

$$d = 6cm = 0.06m$$

$$J(x) = ax$$

$$\oint \vec{B} \cdot dl = 1.9 \times 10^{-5} Wb/m$$



b) il valore della costante a;

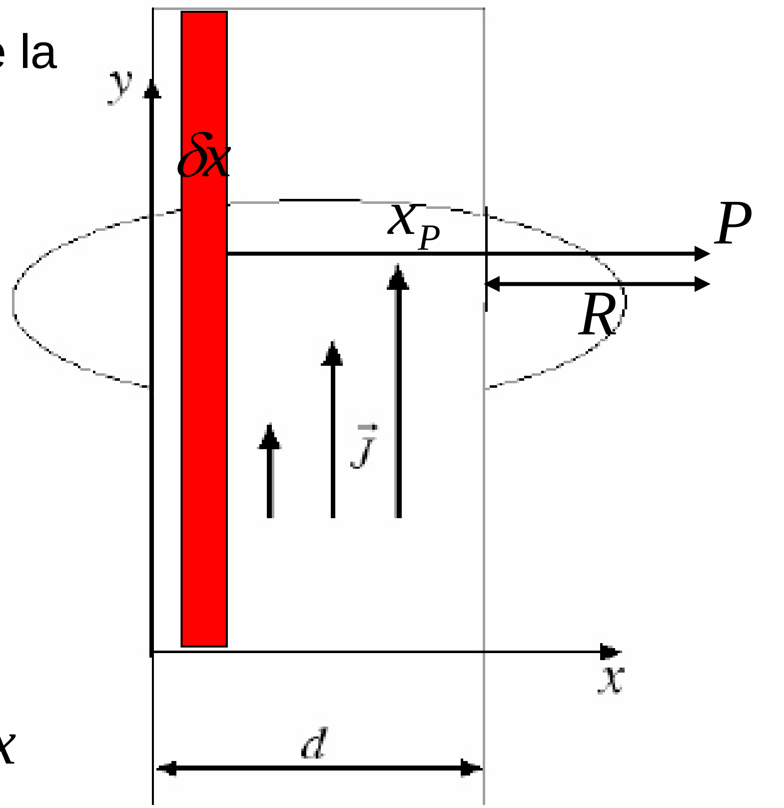
$$I = \frac{a}{2} d^2 = 15A$$

$$a = \frac{2 \cdot 15}{d^2} A = \frac{30}{3.6 \cdot 10^{-3}} A = 8.4 \cdot 10^{-3}\ A/m^2$$

c) l'espressione del campo $\vec{B}$ nel piano del nastro (nella regione $x > d$) in funzione della distanza r dal bordo del nastro.

c) l'espressione del campo $\vec{B}$ nel piano del nastro (nella regione $x > d$) in funzione della distanza r dal bordo del nastro.

Il campo magnetico può essere calcolato come la somma dei contributi delle strisce parallele di larghezza *dx*



$$I = I\frac{\delta x}{d}$$ se *I* fosse costante

$$I = J\delta x = \frac{2Ix}{d^2}\delta x$$

$$\delta B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi x_P}\frac{2Ix}{d^2}\delta x = \frac{\mu_0 I}{\pi d^2(r+d-x)}x\delta x$$

$$B(r) = \int_o^d \frac{\mu_0 I x\delta x}{\pi d^2(r+d-x)} = \frac{\mu_0 I}{\pi d^2}\int_o^d \frac{x\delta x}{(r+d-x)} = \frac{\mu_0 I}{\pi d^2}\left[(r+d)\ln\left(1+\frac{d}{r}\right)-d\right]$$