1. Una forza costante $\vec{F}$ è applicata prima ad un punto materiale di massa m e quindi al centro di massa di una sfera rigida di massa $2m$. A causa di tale forza sia il punto materiale sia la sfera si spostano in linea retta di una distanza L: il punto si muove senza attrito, la sfera si muove rotolando senza strisciare, con velocità angolare ω.
   Esprimere il lavoro compiuto dalla forza nelle due situazioni.

2. Due particelle, una di massa m e l'altra di massa $3m$, viaggiando nella stessa direzione l'una contro l'altra con uguale velocità v si scontrano frontalmente con urto perfettamente anelastico.
   Descrivere il moto delle due particelle dopo l'urto.

3. Un pendolo (di Foucault) oscilla liberamente in un punto sull'equatore terrestre.
   Individuare l'affermazione più vicina alla realtà e completarla.

   a) Il piano di oscillazione del pendolo non ruota perché è nulla la forza inerziale di trascinamento.
   b) Il piano di oscillazione ruota di 360° in $24h$.
   c) Il piano di oscillazione non ruota perché la forza di Coriolis è nulla.

1. Una pietra viene lanciata verso l'alto con una velocità iniziale v_0 da una altezza h_1. Contemporaneamente una seconda pietra viene lasciata cadere da ferma da una altezza h_2. Quale deve essere la velocità iniziale v_0 della prima pietra affinché entrambe le pietre raggiungano il suolo contemporaneamente?

$$\begin{cases} h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 - v_0 t_1 \\ h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \;\Rightarrow\; t_2 = \pm\sqrt{\frac{2h_2}{g}} \end{cases} \qquad t_1 = t_2 = t \quad h_1 = h_2 - v_0 t \qquad v_0 = \frac{h_2 - h_1}{\sqrt{\frac{2h_2}{g}}}$$

2. Una palla rimbalza sul pavimento lungo una direzione definita da un angolo θ rispetto alla verticale. L'urto, perfettamente elastico, si svolge quindi in un piano perpendicolare al pavimento, definito dagli assi x parallelo al suolo e y perpendicolare al suolo stesso. Quanto valgono le variazioni Δp_x e Δp_y delle componenti della quantità di moto in conseguenza dell'urto? Com'è diretto il vettore $\Delta\vec{p}$?

3. Un bambino si trova sul bordo di una giostra che ruota liberamente, senza attriti, con velocità angolare costante. Se il bimbo si avvicina al centro della giostra, la velocità angolare del sistema giostra-bambino:

   a) aumenta;

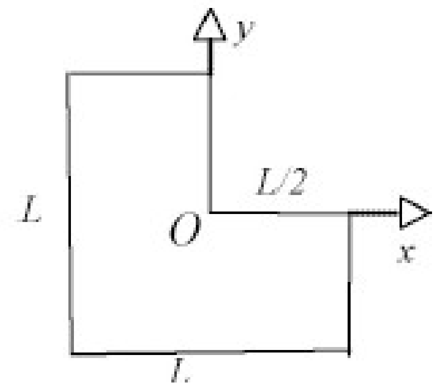
   b) diminuisce;

   c) rimane costante.

   Scegliere la risposta giusta e motivarla.

Esame 24/09/2008

3. Si consideri il corpo rigido omogeneo rappresentato in figura.



$$\begin{cases} M \cdot 0 = \frac{3}{4} M x_{CM} + \frac{1}{4} M \frac{1}{4} L \;\Rightarrow\; x_{CM} = -\frac{L}{12} \\ M \cdot 0 = \frac{3}{4} M y_{CM} + \frac{1}{4} M \frac{1}{4} L \;\Rightarrow\; y_{CM} = -\frac{L}{12} \end{cases}$$

Esprimere le coordinate x_{CM} e y_{CM} del suo centro di massa, rispetto al punto O, in funzione di L.

$$\mathbf{r}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{r}_i}{\sum_i m_i} \Rightarrow \begin{cases} x_{CM} = \dfrac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i} = \dfrac{\frac{M}{3}\frac{L}{4} - 2\frac{M}{3}\frac{L}{4}}{M} = -\dfrac{L}{12} \\[2ex] y_{CM} = \dfrac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i} = -\dfrac{L}{12} \end{cases}$$

Esame 23/12/2009

5. Una lastra rettangolare uniforme ha massa m e lati di lunghezza a e b.

a. Calcolare il suo momento d'inerzia rispetto a un asse perpendicolare alla lastra stessa e passante per un suo vertice.

Considero una sbarra infinitesima e calcolo il momento di inerzia con il teorema di Huyghens-Steiner:

$$dI = \frac{1}{12} dm\, a^2 + dm\left[\left(\frac{a}{2}\right)^2 + x^2\right]$$ dove $$dm = \frac{m}{b}dx$$

$$dI = \left\{\frac{1}{3}a^2 + x^2\right\}\frac{m}{b}dx$$ integro $$I = \int_0^b \left\{\frac{1}{3}a^2 + x^2\right\}\frac{m}{b}dx =$$

$$I = \frac{1}{3}m\left(a^2 + b^2\right)$$

5. Una lastra rettangolare uniforme ha massa m e lati di lunghezza a e b.

b. Calcolare il momento d'inerzia della lastra rispetto a un asse perpendicolare ad essa e passante per il centro di massa.

Uso sempre il teorema di Huyghens-Steiner e scrivo:

$$I_{CM} = I - md^2 \qquad \text{dove} \qquad I = \frac{1}{3}m\left(a^2 + b^2\right) \qquad d^2 = \frac{1}{4}\left(a^2 + b^2\right)$$

$$I_{CM} = \frac{1}{12}m\left(a^2 + b^2\right)$$