3. Un cilindro poggia su un foglio di carta sopra un tavolo. Il foglio viene tirato verso destra provocando il rotolamento del cilindro verso sinistra rispetto al foglio. Dire come si muove il centro di massa del cilindro rispetto al tavolo: a) verso destra; b) verso sinistra; c) rimane immobile. Motivare la risposta. *R.: Verso destra,* $F = ma$.

5. Un blocco di massa $m = 5\ kg$ comprime di $\Delta l = 3\ cm$ una molla di costante elastica $k = 20\ N/cm$. Il blocco viene rilasciato e la molla si distende spingendolo su una superficie orizzontale. Il coefficiente di attrito dinamico tra blocco e superficie vale $\mu = 0.2$. Calcolare:

   a. Il lavoro compiuto dalla molla sul blocco.

$$L = \frac{1}{2}k\Delta l^2 = 90\,Ncm = 0.90\,J$$

   b. Il lavoro della forza di attrito mentre il blocco è spinto dalla molla.

$$F = \mu mg; \quad L_a = F\,\Delta l = -9.8\cdot 0.03 = -0.294\,J$$

   c. La velocità del blocco quando la molla ha raggiunto la sua lunghezza naturale.

$$L + L_a = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2(L+L_a)}{m}} = \sqrt{\frac{2(0.9-0.294)}{5}} = 0.49\,m/s$$

   d. La distanza percorsa dal blocco fino al suo arresto sulla superficie rugosa.

$$\frac{1}{2}mv^2 = L + L_a = L_{arr} = \mu mgx \quad \Rightarrow \quad x = \frac{L+L_a}{\mu mg} = \frac{0.606}{9.8} = 6.18\,cm$$

6. Un satellite di massa $m = 400\ kg$ si trova a distanza $h = 2500\ km$ dalla superficie della terra. Ricordando che approssimativamente il raggio R della terra vale $6 \cdot 10^6\ m$, la sua massa M vale $6 \cdot 10^{24}\ kg$ e la costante di gravitazione universale G vale $7 \cdot 10^{-11}\ N\ m^2/kg^2$, si determini:

a. la sua velocità orbitale per un'orbita circolare e la sua velocità di fuga.

$$\frac{GM}{(R+h)^2} = \frac{v^2}{R+h} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = 7{,}03\ km/s$$

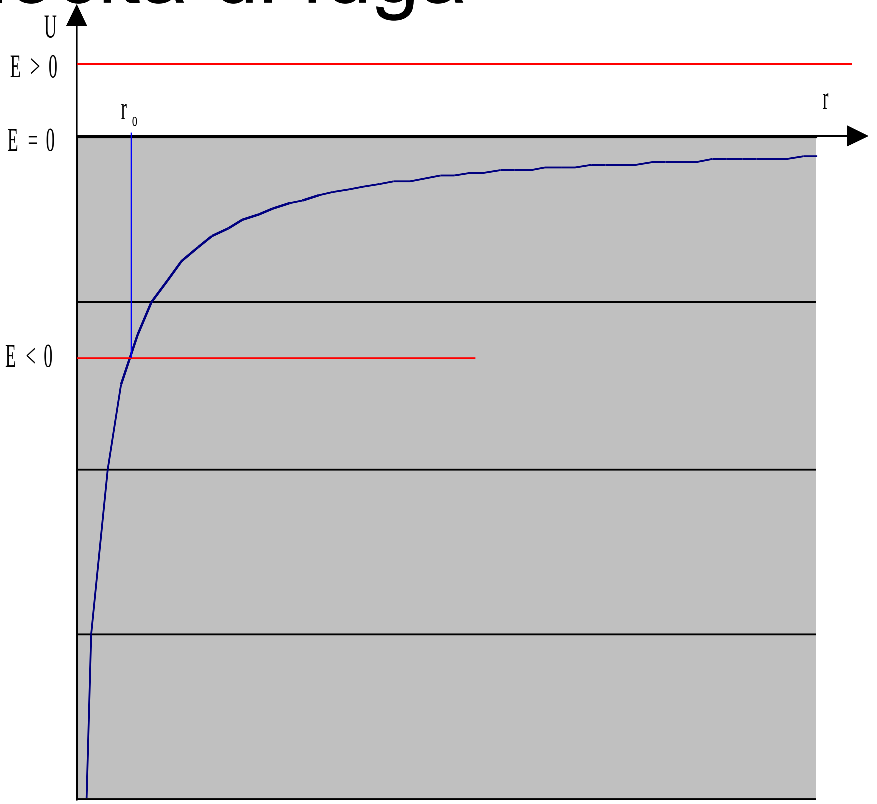
$$\frac{1}{2} m v_f^2 = G\frac{Mm}{R+h} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{2}v = 9{,}94\ km/s$$

b. l'energia necessaria per spostare il satellite su di un'orbita a distanza doppia dalla terra;

$$E = \frac{1}{2} m v^2 - G\frac{Mm}{R+h} = -\frac{GMm}{2(R+h)}$$

$$\Delta E = -\frac{GMm}{2(R+2h)} + \frac{GMm}{2(R+h)} = \frac{GMmh}{2(R+h)(R+2h)} = 2{,}25 \times 10^9\ J$$

L'energia potenziale della forza di gravitazione universale - la velocità di fuga



- La forza di gravitazione universale è conservativa

$$U(r) = -G\frac{mM}{r}$$

- La velocità di fuga dalla terra:

$$U = -\frac{GmM_T}{R_T} \qquad E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GmM_T}{R_T}$$

- Per la fuga dalla terra, E>=0:

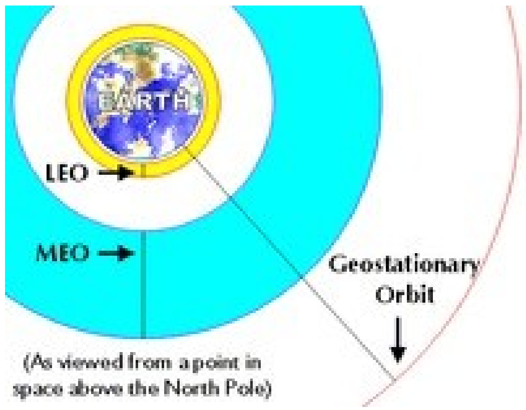
$$\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{GmM_T}{R_T} = 0 \quad \Rightarrow \quad v_f = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

$$mg = \frac{GmM_T}{R_T^2} \quad \Rightarrow \quad v_f = \sqrt{2gR_T} = \sqrt{2 * 9.81 * 6.37 * 10^6} = \sqrt{125.0 * 10^6} = 11.2 * 10^3 \, m/s$$

c. l'energia necessaria per spostare il satellite su di un'orbita geostazionaria.

Un'orbita geostazionaria è un'orbita che giace sullo stesso piano dell'equatore a 36000 km di quota. Le leggi del moto impongono che a questa distanza l'orbita sia percorsa in un tempo identico a quello impiegato dalla Terra per compiere un giro su se stessa. Questo significa che, visto dalla Terra, un satellite geostazionario appare fermo. Orbite di questo tipo sono interessanti per molte applicazioni, come per esempio le telecomunicazioni o le osservazioni meteorologiche.Un satellite geostazionario, infatti, proprio perché occupa sempre la stessa posizione geometrica rispetto alla Terra, è un ripetitore ideale.Per questa ragione i satelliti geostazionari sono i più richiesti sul mercato delle applicazioni e dei servizi

$$\frac{2\pi(R+h_S)}{T}=\sqrt{\frac{GM}{R+h_S}} \Rightarrow (R+h_S)^3=\frac{GMT^2}{4\pi^2}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} R+h_S=42\times 10^6\,m \\ h_S=36\times 10^6\,m \end{cases}$$

$$\Delta E=-\frac{GMm}{2(R+h_S)}+\frac{GMm}{2(R+h)}=\frac{GMm(h_S-h)}{2(R+h)(R+h_S)}=7{,}9\times 10^9\,J$$

4. Un blocchetto di massa m = 16 kg si trova su una superficie orizzontale scabra, con coefficiente di attrito statico μ_s = 0.3 e dinamico μ_d = 0.25. Sul corpo si applica una forza orizzontale F. Calcolare:

   a. La forza risultante agente sul blocco se F = 45 N.

$$F_{attr} \le \mu_s mg = 0.3\times16\times9.8 = 47.04N \quad \Rightarrow \quad R = 0$$

   b. La grandezza minima di F necessaria per mettere in movimento il blocco.

$$F_{\min} = 47.04N$$

   c. La distanza percorsa dal blocchetto fino ad arrestarsi se, partendo da fermo, una forza F = 80 N agisce su di esso per un tempo t = 4 s.

$$a_1 = \frac{R}{m} = \frac{F-\mu_d mg}{m} = \frac{80-39.2}{16} = 2,55ms^{-2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{1}{2}a_1t^2 = 20,4m$$

$$\int Fdt = Rt = mv_M \quad \Rightarrow \quad v_M = \frac{Rt}{m} = \frac{40.8\times4}{16} = 10.2ms^{-1}$$

$$L = \mu_d mgx_2 = \frac{1}{2}m(v_M)^2 \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{(v_M)^2}{2\mu_d g} = \frac{104.04}{2\times0.25\times9.8} = 21.2m$$

$$x = x_1 + x_2 = 41.6m$$

6. Un pendolo ideale di massa $M = 250\ g$ viene lasciato cadere da fermo da un'altezza $H = 30\ cm$. Nel punto più basso della sua traiettoria urta contro un corpo, inizialmente fermo, di massa $m = 30\ g$ con un urto completamente anelastico. Dopo l'urto i due corpi proseguono attaccati.
Calcolare:

a) la massima quota raggiunta dal sistema dopo l'urto;

$$\frac{1}{2}Mv_i^2 = MgH \;\Rightarrow\; v_i^2 = 2gH \qquad\qquad Mv_i = (M+m)v_f \;\Rightarrow\; v_f = \frac{M}{M+m}v_i$$

$$\frac{1}{2}(M+m)v_f^2 = (M+m)gh$$

$$h = \frac{v_f^2}{2g} = \frac{1}{2g}\left(\frac{M}{M+m}\right)^2 2gH = \left(\frac{M}{M+m}\right)^2 H = \left(\frac{0.250}{0.280}\right)^2 0.3 = 23.9\ cm$$

b) l'energia dissipata nell'urto.

$$E_i = MgH$$

$$E_f = (M+m)gh = (M+m)g\left(\frac{M}{M+m}\right)^2 H = \frac{M^2}{M+m}gH$$

$$\Delta E = E_i - E_f = MgH - \frac{M^2}{M+m}gH = MgH\left(1 - \frac{M}{M+m}\right) = \frac{Mm}{M+m}gH$$

$$= \frac{0.250 \cdot 0.03}{0.250 + 0.030} 9.80 \cdot 0.30 = 78.8 \cdot 10^{-3}\ J$$