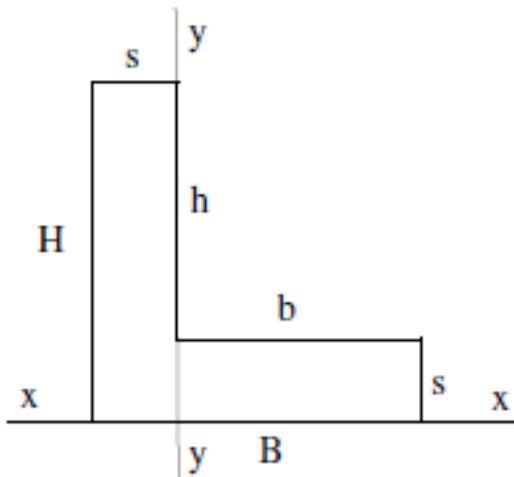


# Centro di Massa e Momento di inerzia

Calcolare i momenti d'inerzia assiali della sezione a L rappresentata in figura rispetto agli assi x e y.



Si suddivide la figura nei due rettangoli ( $H \times s$ ) e ( $b \times s$ ), si calcolano i momenti d'inerzia dei singoli rettangoli rispetto allo stesso asse (asse passante per la base) e poi se ne calcola la somma.

$$J_x = \frac{s H^3}{3} + \frac{b s^3}{3}$$
$$J_y = \frac{H s^3}{3} + \frac{s b^3}{3}$$

## Centro di Massa e Momento di inerzia

Una sbarra sottile di lunghezza  $L$  ha una densità *lineare* di massa  $\lambda$ , che aumenta linearmente con la distanza da un estremo. Se la massa totale della sbarretta è  $M$ , e la densità lineare all'estremo più leggero è  $\lambda_0$ , trovate la distanza dall'estremo più leggero del C.d.M. della sbarra.

$$\left\{ x_{CM} = \frac{2L}{3} - \frac{\lambda_0 L^2}{6M} \right\}$$

Due sottili cerchi complanari concentrici di masse  $m_1$  ed  $m_2$ , omogenei, hanno raggi  $a_1$  ed  $a_2$ . Sono montati rigidamente su un telaio di massa trascurabile.

Trovare il momento di inerzia del sistema rispetto ad un asse perpendicolare al piano del sistema e passante per il centro del sistema.

$$\left\{ I = m_1 a_1^2 + m_2 a_2^2 \right\}$$

## Centro di Massa e Momento di inerzia

3 sbarre sottili ed uniformi, ognuna di massa  $M$  e lunghezza  $L$  giacciono lungo gli assi  $x, y, z$  di un sistema cartesiano, con un estremo all'origine. Calcolare il momento di Inerzia del sistema attorno all'asse  $z$

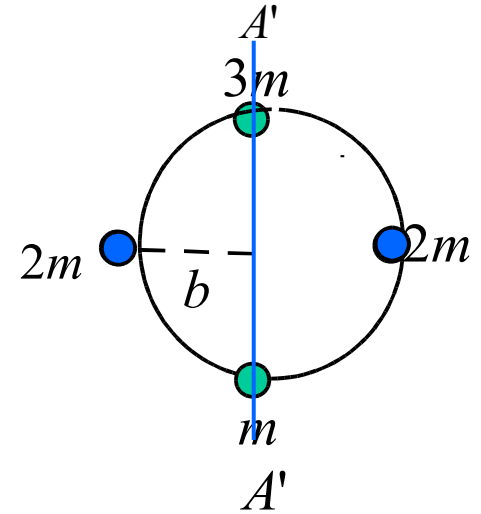
$$\left\{ \frac{2M L^2}{3} \right\}$$

Una sbarra di lunghezza  $L$  è composta per metà da una sbarra omogenea di legno di lunghezza  $L/2$  e massa  $m_l$ , e, per l'altra metà, da una sbarra omogenea di ottone di lunghezza  $L/2$  e massa  $m_o$ . Trovare il momento di inerzia rispetto ad un asse che passa per il centro del sistema, perpendicolare alla sbarra, e rispetto ad un asse parallelo all'asse passante per il centro, ma passante per l'estremo della sbarra di legno.

$$\left\{ \frac{L^2 (m_l + 7m_o)}{12} \right\}$$

## Centro di Massa e Momento di inerzia

Su una struttura circolare metallica molto leggera sono inserite 4 masse puntiformi, come indicato in figura. Trovare il momento di inerzia ed il raggio giratorio rispetto ad un asse passante per il centro della circonferenza di raggio  $b$ , e perpendicolare al suo piano. Ripetere l'esercizio rispetto l'asse  $AA'$ . Che momento meccanico bisogna dare a questo sistema perchè ruoti attorno all'asse perpendicolare alla circonferenza, passante per il centro con una ccelerazione  $\mathbf{a}$ ? Ripetere l'esercizio rispetto l'asse  $AA'$



$$\left\{ 8mb^2, b, 4mb^2, b / \sqrt{2} \right\}, 8mb^2\alpha, 4mb^2\alpha$$

Una asta di massa trascurabile è appesa ad un perno in modo da poter ruotare liberamente attorno ad un suo estremo, come un pendolo. Due masse,  $m$  e  $2m$ , sono attaccate all'asta a distanza  $3b$  e  $b$ , rispettivamente, dal perno. L'asta è retta in posizione orizzontale e poi rilasciata. Quale è la sua accelerazione angolare al momento in cui viene lasciata andare?

$$\left\{ \alpha = \frac{5g}{11b} \right\}$$