Fisica A

Prof.ssa Alessandra Fanfani

Tutor

Dott. Gianluca Pagnoni

E-mail: gianluca.pagnoni3@unibo.it

http://ishtar.df.unibo.it/

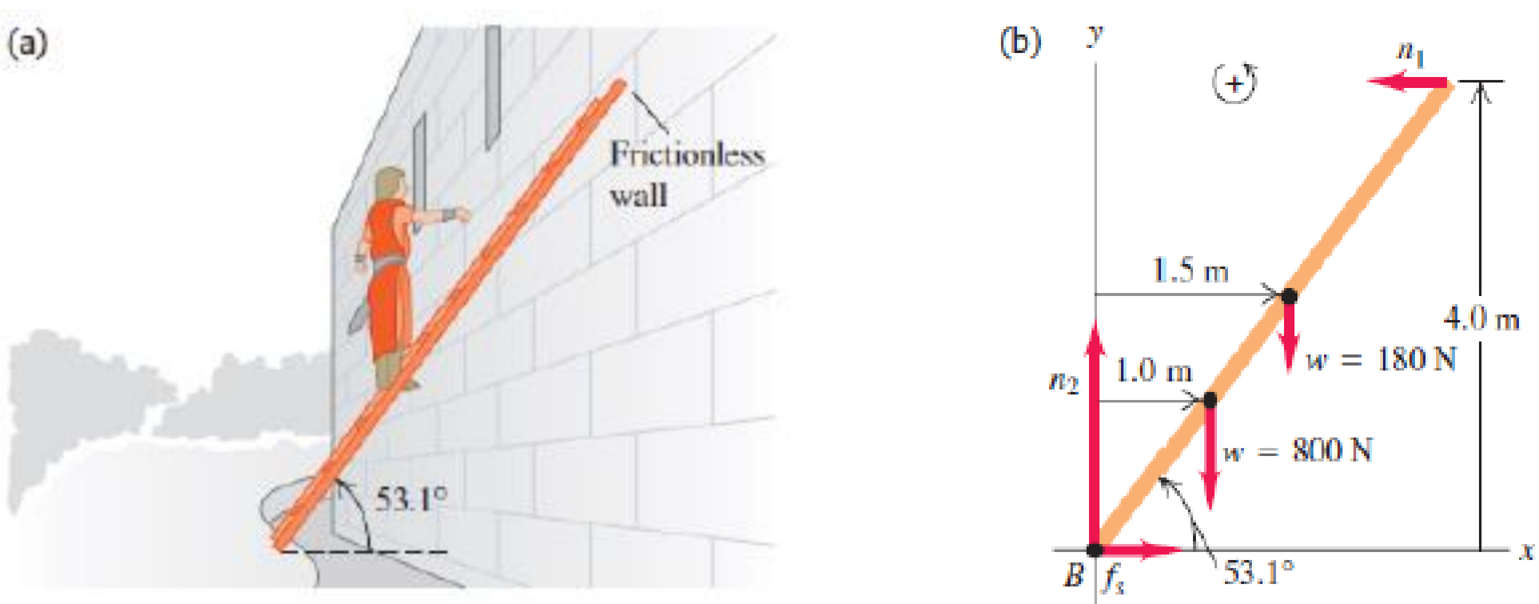
Esercizio 01

Un uomo che pesa 800N sta salendo una scala uniforme lunga 5.0m e di peso paria 180N. La base della scala poggia al suolo ed e' inclinata di 53.1° .L'altra estremita' della scala poggia su un muro verticale privo di attrito. L'uomo si ferma ad un terzo della lunghezza della scala, temendo che scivoli.
Determinare:

a) La forza normale e la forza di attrito che agiscono alla base della scala

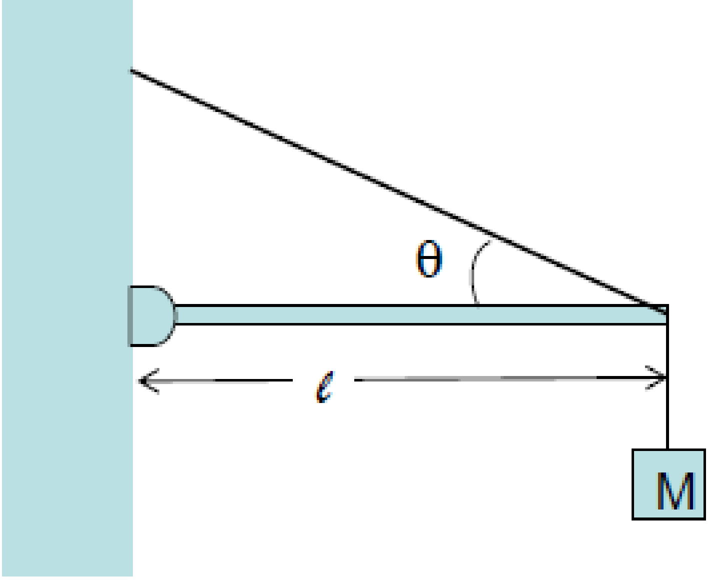
b) il minimo valore del coefficiente di attrito statico che impedisce lo scivolamento della base della scala

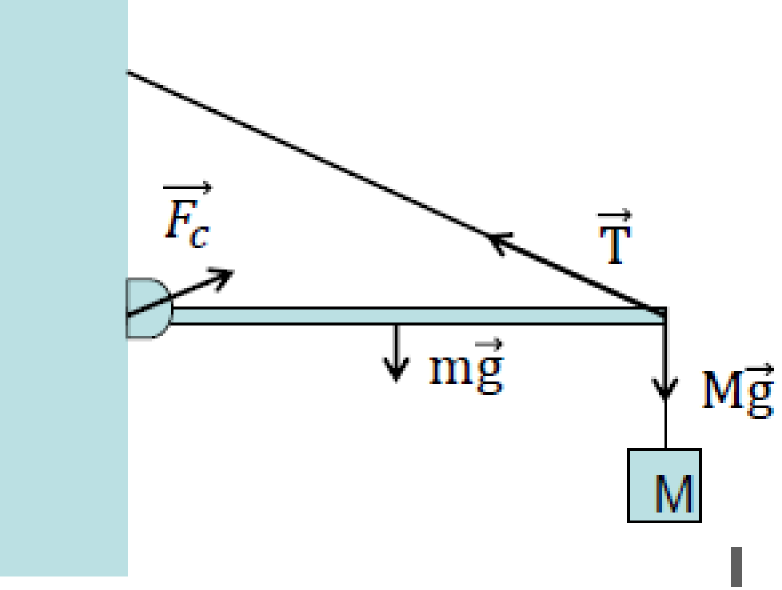
$$\boxed{f_s = n_1 = 268N; n_2 = 980N; \mu_{s,min} = 0.27}$$



Esercizio 02

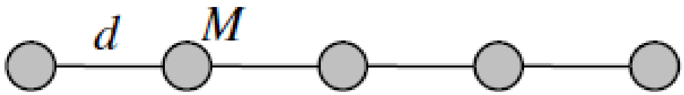
Una trave uniforme di massa m=25.0kg , lunga ℓ =2.2m e' incernierata al muro come mostrato in figura . La trave e' mantenuta in posizione orizzontale grazie ad un cavo che forma un angolo di θ =30°. La trave sostiene una massa M=280kg sospesa al suo estremo. Determinare le componenti della forza $\vec{F_c}$ che la cerniera esercita sulla trave e le componenti della tensione $\vec{T}$ del cavo di sostegno. [Risultato: $F_{cx} = 4966N$, $F_{cy} = 123N$; $T_x = F_{cx}$, $T_y = 2867N$]





Esercizio 03

Calcolare il momento d'inerzia del sistema meccanico nella ipotesi che ruoti attorno ad un asse normale al piano del foglio passante per il centro di una delle masse esterne ($d = 10\,cm$, $M = 1\,kg$).

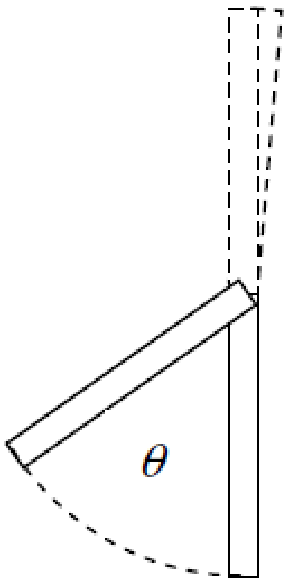


$\boxed{I = 0.3\ kg \cdot m^2}$

Esercizio 04

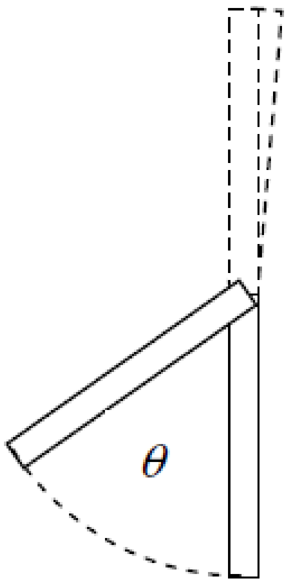
5. Due asticelle uniformi e identiche sono vincolate a un estremo con un vincolo comune senza attrito, che permette loro di ruotare nello stesso piano verticale. Inizialmente le due asticelle sono a riposo allineate verticalmente l'una sull'altra, e a un certo punto l'asticella superiore, causa una piccola perturbazione, esce dalla condizione di equilibrio e ruota urtando l'asticella inferiore. L'urto è totalmente anelastico e le due asticelle dopo l'urto si muovono incollate l'una all'altra. Calcolare:

   a. La velocità angolare massima dell'asticella superiore.



$$\left.\begin{aligned} mg\Delta h_{CM} &= mgl = \frac{1}{2} I_e \omega_i^2 \\ I_e &= \frac{1}{3} ml^2 \end{aligned}\right\} mgl = \frac{1}{2}\frac{1}{3} ml^2 \omega_i^2 \quad \Rightarrow \quad \omega_i = \sqrt{6\frac{g}{l}}$$

b. La velocità angolare massima delle due asticelle solidali.



$$\left.\begin{aligned} mv_{CM} &= 2mv'_{CM} \\ v_{CM} &= \omega_i \frac{l}{2} \\ v'_{CM} &= \omega_f \frac{l}{2} \end{aligned}\right\} \omega_f = \frac{1}{2}\omega_i = \frac{1}{2}\sqrt{6\frac{g}{l}}$$

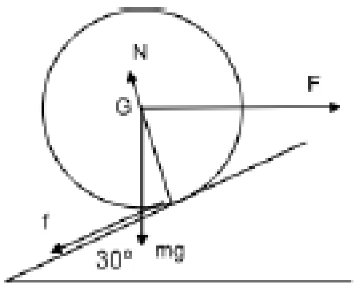
c. L'angolo massimo raggiunto dopo l'urto dalle due asticelle solidali.

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{2}I'_e\omega_f^2 &= 2mg\Delta h'_{CM} \\ I'_e &= \frac{1}{3}2ml^2 \\ \omega_f &= \frac{1}{2}\sqrt{6\frac{g}{l}} \end{aligned}\right\} \frac{1}{2}\frac{1}{3}2ml^2\frac{1}{4}6\frac{g}{l} = 2mg\Delta h'_{CM} \quad \Rightarrow \quad \Delta h'_{CM} = \frac{1}{4}l$$

$$\cos\vartheta = \frac{l/2-\Delta h'_{CM}}{l/2} = \frac{l/2-l/4}{l/2} = 0.5 \quad \Rightarrow \quad \vartheta = \frac{\pi}{3}rad = 60^o$$

Esercizio 05

6. Un disco di massa m = 10 kg e raggio R = 1 m sale rotolando senza strisciare su un piano inclinato di un angolo α = 30° rispetto all'orizzontale, trainato da una forza orizzontale costante di modulo F = 100 N, applicata al suo centro. Si calcoli:
   a. L'accelerazione del centro del disco.
   b. Il modulo della forza vincolare f responsabile del rotolamento.
   c. Il momento d'inerzia del disco rispetto all'asse di contatto con il piano inclinato.



$$\vec{F} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{f} = m\vec{a}_{cm}$$

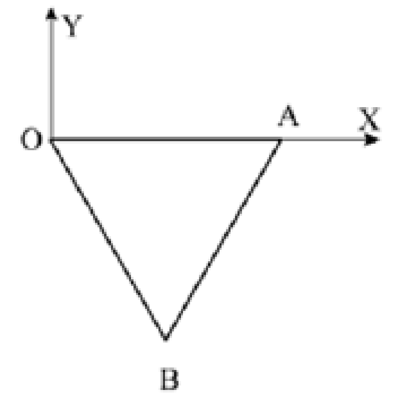
$$fR = I_G\dot{\omega} = \frac{1}{2}mR^2\frac{a_{cm}}{R} = \frac{1}{2}mRa_{cm}$$

$$\left.\begin{aligned} &F\cos\alpha - mg\sin\alpha - f = ma_{cm} \\ &f = \frac{1}{2}ma_{cm} = 12.53N \end{aligned}\right\} a_{cm} = \frac{2}{3}\left(\frac{F}{m}\cos\alpha - g\sin\alpha\right) = 2,51ms^{-2}$$

$$I = I_G + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2 = 15kg\,m^2$$

Esercizio 06

6. Il corpo solido in figura, a forma di triangolo equilatero di massa totale $M = 1\ kg$, è costituito da tre barrette omogenee di lunghezza $L = 1\ m$ ciascuna, saldate agli estremi. Il triangolo può muoversi nel piano verticale, soggetto alla forza peso, intorno all'asse orizzontale OZ passante per O.



Se il corpo viene rilasciato dalla posizione iniziale rappresentata in figura, calcolare:

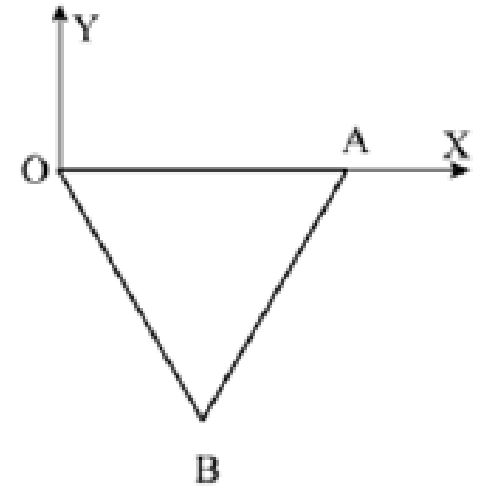
a) La posizione del centro di massa quando il corpo si trova nella posizione iniziale.

$$\mathbf{r}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{r}_i}{\sum_i m_i} \qquad x_{CM} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i} \qquad x_{CM} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}$$

$$x_G = \frac{L}{2} = 0.5m; \qquad y_G = -\frac{\sqrt{3}}{6}L \sim 0.29m$$

Esercizio 06

b) Il momento d'inerzia del triangolo rispetto all'asse OZ.



$$I_O = \int r^2 dm$$ per OA e OB

per AB usiamo il teorema di Huyghens-Steiner

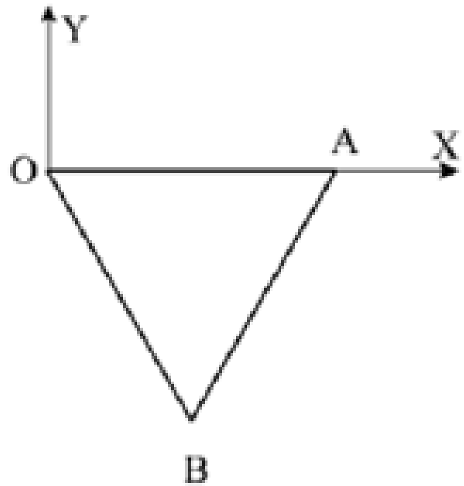
$$I_O = m\mathbf{r}_{CM}{}^2 + I_{CM}$$

$$I_{OA} = \frac{1}{3}\frac{M}{3}L^2; \quad I_{OB} = \frac{1}{3}\frac{M}{3}L^2;$$

$$I_{AB} = \frac{1}{12}\frac{M}{3}L^2 + \frac{M}{3}\left(L^2 - \frac{L^2}{4}\right) = \frac{10}{36}ML^2$$

$$\Rightarrow \quad I_z = \frac{1}{2}ML^2 = 0.5kg \cdot m^2$$

c) la velocità angolare ω massima; l'accelerazione angolare α e le componenti della forza vincolare R_x ed R_y corrispondenti a tale velocità angolare massima.



Considero le energie del sistema:

$$E_{cin} = \frac{1}{2} I_z \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} I_z \omega^2$$

$$E_{pot} = Mgh = U_f - U_i = Mg\left(y_f - y_i\right)$$

y_f posizione di minimo potenziale: $y_f = OG$

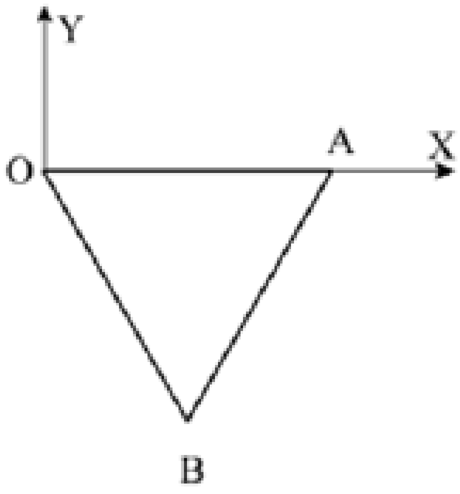
$$\frac{1}{2} I_z \omega^2 = Mgh$$

$$h = y_G^i - y_G^f = \frac{\sqrt{3}}{6} L$$

$$\frac{1}{2} L \omega^2 = g \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{g}{L}} = 3.36\, s^{-1}$$

c) la velocità angolare ω massima; l'accelerazione angolare α e le componenti della forza vincolare R_x ed R_y corrispondenti a tale velocità angolare massima.



$$R_x = 0N;$$

$$R_y - Mg = M\frac{v_G^2}{\overline{OG}} = M\omega^2\overline{OG};$$

$$R_y = Mg + M\frac{2}{\sqrt{3}}\frac{g}{L}\frac{\sqrt{3}}{3}L;$$

$$R_y = \frac{5}{3}Mg = 16.33N$$