

Astrofisica Nucleare e Subnucleare

prof. M. Spurio

spurio@bo.infn.it

Parte II: Fisica Subnucleare

N.B. I numeri delle equazioni e delle sezioni (§) in questi lucidi si riferiscono al libro di testo



- La “*fisica delle interazioni fondamentali*” studia quali sono i costituenti ultimi della materia e le interazioni tra questi
- La materia è composta da particelle, che interagiscono tramite **campi di forze**;
- Le forze sono mediate da particolari particelle, chiamate *bosoni di gauge*.

Principi osservativi di base:

- I costituenti ultimi della materia sono **leptoni** e **quark**, particelle di spin $1/2$
- Leptoni e quark interagiscono per mezzo di bosoni vettoriali (spin = 1)
- Quark e leptoni sono suddivisi in 3 generazioni (o famiglie)
- Leptoni e quark sono soggetti alle forze elettromagnetiche e deboli, unificate nella “*teoria elettrodebole*” (1960-70, Glashow, Weinberg, Salam)
- I quarks sono soggetti alle interazioni forti (*cromodinamica quantistica*, ~1970)

		Three Generations of Matter (Fermions)			Force Carriers (Gauge Bosons)			
[Name]	Electric Charge	I	II	III				
[Symbol]	Number of Color Charges							
	Mass in MeV							
Quarks	Up	+2/3	Charm	+2/3	Top/Truth	+2/3	Electro-magnetism	
	u	3	c	3	t	3		
		1.5 to 5		1100 to 1400		173800		
	Down	-1/3	Strange	-1/3	Bottom/Beauty	-1/3		Strong Interactions
	d	3	s	3	b	3		
		3 to 9		60 to 170		4100 to 4400		
Electron Neutrino	0	Muon Neutrino	0	Tau Neutrino	0	Weak Interactions		
ν_e	< .0000070	ν_μ	< .27	ν_τ	< .31			
Electron	-1	Muon	-1	Tau	-1			
e	.511	μ	105.66	τ	1777.1			
					Photon		0	
					γ		0	
					Gluon	0		
					g	8		
					Z zero	0		
					Z^0	91187		
					W plus minus	± 1		
					W	80410		

As of January 1998

**1. Richiami di Meccanica
Quantistica: come si usa in
Fisica delle Particelle
(§4.2)**

La teoria che descrive le interazioni tra particelle è la **meccanica quantistica** (MQ): le particelle sono descritte da funzioni d'onda

Interazioni in MQ:

Classicamente, l'interazione a distanza è descritta in termini di un **potenziale** (o campo) dovuto ad una sorgente, che agisce su un'altra. In MQ, è vista in termini dello scambio di un “quanto” (particella bosonica) associato con il particolare tipo di interazione. Poiché il “quanto” trasporta energia ΔE ed impulso, le leggi di conservazione sono soddisfatte solo se il processo avviene in un tempo definito dal Principio di Indeterminazione:

$$\Delta E \cdot \Delta t \leq \hbar$$

Il quanto in tal caso è detto “virtuale”.

Operatori in MQ.

Le grandezze classiche come energia ed impulso, sono rappresentate da operatori:

$$E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad \vec{p} \rightarrow -i\hbar \vec{\nabla}$$

La classica relazione energia-impulso $E=p^2/2m$ diviene l'equazione non relativistica di Schrodinger per la particella libera:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = 0$$

Onda libera

- La soluzione dell'equazione di Schrodinger descrive un'onda libera:

$$\psi = N e^{(i\vec{p}\cdot\vec{r} - iEt)/\hbar}$$

avente energia E ed impulso \vec{p} , con $\rho = |N|^2$ e $\vec{j} = \vec{p}|N|^2/m$.

-
- Se utilizziamo la relazione relativistica $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$ otteniamo l'equazione di Klein-Gordon

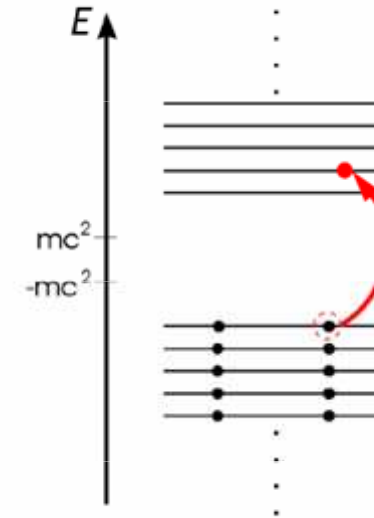
$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) \phi + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \phi = 0$$

che ha sempre l'onda libera (4.11) come soluzione.

- L'eq. di K-G contiene derivate del secondo ordine; descrive correttamente particelle prive di spin. Particelle con spin devono venire descritte dall'equazione di Dirac, 1928. (Vedi §4.2.3).

Gli stati ad energia negativa:

- → equazione di Dirac per particelle con spin semintero prevede soluzioni ad energia negativa
- stati energia negativa pieni
- **lacuna** negli stati ad energia negativa → positrone



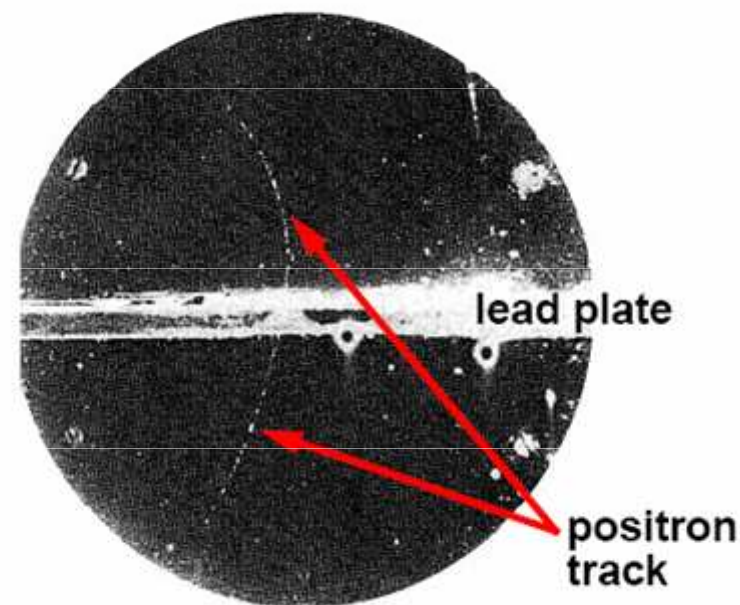
Descrizione dei campi di forza (scambio di particelle bosoniche)

La ϕ nell'equazione 4.12 può essere interpretata:

- in termini di funzione d'onda che descrive una o un sistema di particelle (da cui si ottiene la densità di probabilità);
- come un potenziale in ciascun punto dello spazio-tempo, in analogia col caso elettromagnetico. (Il caso EM si ottiene ponendo $m=0$: ϕ può essere identificato sia come il potenziale elettrico che come il potenziale vettore \mathbf{A})

La scoperta dell'antielettrone

- 1933: C.D Andersson (Berkeley) usando *camere a nebbia* scoprì particelle con carica **positiva** e con un rapporto e/m circa $1/2000$ rispetto al protone.
- Nella foto: uno delle 15 tracce dovute ad un positrone. La curvatura nel campo magnetico determina il segno della carica e la quantità di moto.
- Il “rallentamento” dovuto alla presenza di una lastra di piombo, permette di determinare la variazione di quantità di moto, ossia la sua massa.



Uno dei primi “rivelatori di particelle”: esso è nel contempo semplice, ma contiene alcune delle caratteristiche dei complessi rivelatori odierni.

Come si misurano le grandezze fisiche (massa, carica, impulso, energia...

Le particelle subatomiche sono troppo piccole per essere osservate tramite metodi ottici ma possono essere “osservate” indirettamente tramite i meccanismi di deposizione di energia nella materia, descritti nel capitolo precedente: parte dell’energia di una particella incidente viene trasformata in una forma di energia che è più accessibile alla percezione umana. È questo il principio di funzionamento base di tutti i tipi di rivelatori. In molti di questi l’informazione è trasformata in segnali elettrici, che vengono poi analizzati con metodi elettronici.

**Questi argomenti sono trattati nelle lezioni
del dr. Maximiliano Sioli
Cap. 2 e 3 libro**

Alcune cose che si possono imparare dalla funzione d'onda ed un potenziale statico

- L'equazione di KG (eq. 4.12) descrive il potenziale in ciascun punto dello spazio-tempo per una particella senza spin).

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) \phi + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \phi = 0 \quad (4.12)$$

- Nel caso di un potenziale *statico* ed a *simmetria sferica*, indicando $\phi=U$:

Definizione di ∇ in simmetria sferica

$$\nabla^2 U = \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} U$$
$$\nabla^2 U(r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) = \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} U$$

- Soluzione della (4.12) è:

$$U(r) = \frac{g}{4\pi r} e^{-r/R} \quad (4.15) \quad \text{dove} \quad R = \hbar/mc.$$

Il caso elettromagnetico

- E' semplice verificare che nel caso di $m=0$ (ossia, $R= \infty$), la (4.15) diviene il semplice potenziale elettrostatico $U=e/4\pi r$, nel caso in cui $\mathbf{g} \equiv \mathbf{e}$.
- Da questo discende come noto che, nel caso elettromagnetico, poiché *il fotone ha massa nulla*, dalla relazione:

$$R = \hbar/mc.$$

Si ottiene che il *range* (ossia, la distanza entro la quale l'interazione ha effetto) è infinito!.

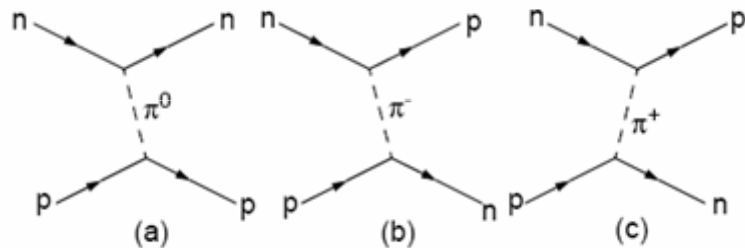
Il caso delle forze nucleari (§7.1)

Applicazione al caso delle forze Nucleari: raggio di azione tra due adroni è $R \sim 1$ fm.

Modello di Yukawa: usando R , si ottiene un valore della massa del bosone mediatore pari a:

$$mc^2 = \hbar c/R \simeq 100 \text{ MeV}$$

- La particella ipotizzata (pione, π) venne scoperta nei Raggi Cosmici nel 1947, usando la tecnica delle emulsioni nucleari. La sua massa corrisponde a circa 140 MeV.
- La teoria di Yukawa dovette essere successivamente abbandonata: gli adroni avevano una struttura interna (quarks)!



I primi eventi con un π^+ , che si arrestano nelle emulsioni e decadono in μ^+ (ed un neutrino, invisibile); a sua volta, il μ^+ decade in un positrone (e due neutrini).

Connessione teoria -esperimento

- In MQ, la descrizione dello stato fisico di una particella (o sistema di particelle) avviene tramite la **funzione d'onda**, che descrive le proprietà del sistema (numeri quantici: **spin, parità, momento angolare,...**)
- Le informazioni sui valori dei numeri quantici delle particelle divengono *accessibili* tramite esperimenti.
- Occorre quindi che la teoria formuli delle predizioni tramite *grandezze osservabili* con gli esperimenti;
- Due grandezze **osservabili** spesso usate sono la *probabilità di interazione nell'unità di tempo*, e la *vita media* delle particelle instabili.

- Sia per la *probabilità di interazione nell'unità di tempo*, che per la *vita media* la teoria determina il valore della *grandezza W* , che si misura in s^{-1} .
- W dovrà essere correlata con la **funzione d'onda della particella**, con il **potenziale d'interazione** (del processo che fa interagire o decadere le particelle) e con la **densità degli stati** (ossia, il numero di possibili stati finali a disposizione, che sono funzione dell'energia a disposizione).

Alcune quantità osservabili -1

Interazioni tra particelle: *la sezione d'urto*.

La grandezza che fornisce una misura *quantitativa* della probabilità di **interazione** tra particelle è la *probabilità di interazione nell'unità di tempo* W :

(s^{-1})

$$W = \sigma \cdot n_j \cdot v_i$$

($cm^2 \cdot cm^{-3} \cdot cm \cdot s^{-1} = s^{-1}$)

(4.37)

La grandezza σ rappresenta la **sezione d'urto** (misurabile sperimentalmente) del processo di interazione tra le particelle incidenti con velocità v_i ed un mezzo, di densità numerica n_j (particelle/cm³).

Alcune quantità osservabili-2

Decadimento di particelle: *la vita media*

Nel caso di un decadimento di una particella, la stessa grandezza W (che ha le dimensioni di Tempo^{-1}) è legata alla vita τ media della particella:

$$(s^{-1}) \quad \boxed{W = 1 / \tau} \quad (s^{-1}) \quad (4.46)$$

Torneremo sulla grandezza *teorica* W più avanti (vedi §4.3)

2. Leptoni, quarks ed adroni

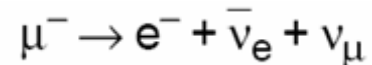
- Il quadro complessivo della fisica delle particelle si chiama “Modello Standard”
- I “mattoni” nel MS sono i leptoni ed i quarks.
- L’attuale quadro è il frutto di quasi un secolo di osservazioni sperimentali e modelli teorici.
- Ci sono indicazioni di fenomeni “oltre” il modello standard



I leptoni

- I **leptoni** sono fermioni di spin $1/2$, non soggetti alle interazioni forti.
- I leptoni carichi esistono in 3 differenti famiglie, (**elettrone e^- , muone μ^- e tau τ^-**)
- Ciascuna famiglia ha il suo corrispondente neutrino; $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}$
- I leptoni di ciascuna famiglia hanno massa crescente;
- I neutrini hanno massa estremamente piccola, e sentono solo le interazioni deboli. $M_e < M_\mu < M_\tau$
- Ciascuna famiglia ha una corrispondente “antifamiglia” di “antiparticelle”;
- Leptoni ed antileptoni carichi differiscono dal segno della carica elettrica; $\begin{pmatrix} e^+ \\ \bar{\nu}_e \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mu^+ \\ \bar{\nu}_\mu \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \tau^+ \\ \bar{\nu}_\tau \end{pmatrix}$
- Neutrini ed antineutrini differiscono solo dal “**numero leptonico**”; si tratta di una grandezza conservata da ogni interazione.
- Esistono 3 numeri leptonici (uno per famiglia): dell’elettrone, del muone e del tau
- I leptoni hanno $L_\alpha = 1$ (α sta per e, μ, τ); gli antileptoni hanno $L_\alpha = -1$
- (le oscillazioni dei neutrini sembrano violare il numero leptonico tra famiglie)
- Il **numero leptonico totale** è (sinora) **sempre conservato**.

- Gli antielettroni vennero scoperti nel 1933 nei Raggi Cosmici (cap.1)
- I muoni vennero scoperti nel 1936 nei Raggi Cosmici (cap. 1). Sono particelle instabili, che hanno vita media: $\tau_{\mu} = 2.2 \times 10^{-6} \text{ s}$



- I tau vennero scoperti nel 1975 con macchine acceleratrici e+e-. Decadono sia in leptoni che in adroni, con vita media: $\tau_{\tau} = 2.9 \times 10^{-13} \text{ s}$



NOTA1: La “**branching ratio (BR)**” è la frazione di un particolare modo di decadimento di una particella rispetto tutti quelli possibili (§4.5.2).

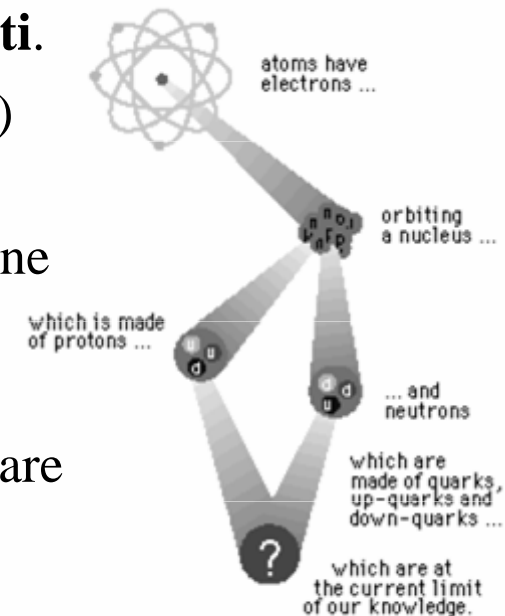
NOTA2: Osservate come il numero leptonico di sapore sia sempre conservato!

- (anti)neutrini elettronici vennero scoperti nel 1956 presso un reattore nucleare (cap. 5); successivamente vennero scoperti il neutrino del muone e del tau.

• **Universalità delle Interazioni Deboli:** Le interazioni deboli tra leptoni sono identiche. Non vi è alcuna differenza tra le 3 generazioni di leptoni, a parte le masse. Piccole differenze (come nella BR del decadimento del tau) sono imputabili ai differenti valori delle masse (vedi cap. 8)

Adroni e quarks

- La struttura atomica mostrò l'esistenza di un nucleo compatto di carica +
- Nel nucleo, vennero identificati **protoni** e **neutroni**
- Protoni e neutroni sono soggetti alle **interazioni forti**.
- Nel 1947, nuove particelle pesanti (chiamati **adroni**) vennero identificate nei raggi cosmici.
- A partire dal 1969, negli acceleratori, parecchie decine di adroni vennero identicati.
- Nel 1961 Gell-Mann e Neeman inventarono uno schema basato su gruppi di simmetria (SU(3)) per creare una sorta di “sistema periodico” per le particelle.
- Nel 1964 Gell-Mann inventò la parola “**quark**” per definire i costituenti fondamentali (allora ipotetici) .



- Analogamente ai leptoni, i quarks esistono in 3 generazioni, coi rispettivi antiquarks.

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad \text{quarks}$$

- Quarks liberi non sono mai stati osservati.
- I quark hanno una carica di **colore**; il colore può assumere 3 diversi valori.

$$\begin{pmatrix} \bar{d} \\ \bar{u} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bar{s} \\ \bar{c} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \bar{b} \\ \bar{t} \end{pmatrix} \quad \text{anti quarks}$$

- La teoria quantistica che descrive le interazioni tra quark si chiama cromodinamica quantistica (QCD).
- Ciascun quark ha uno speciale numero quantico (di *sapore*) che viene conservato dalle interazioni forti ed elettromagnetiche, ma non da quelle deboli.

Name ("Flavour")	Symbol	Charge (units of e)	Mass (GeV/c ²)
Down	d	-1/3	≈ 0.35
Up	u	+2/3	≈ 0.35
Strange	s	-1/3	≈ 0.5
Charmed	c	+2/3	≈ 1.5
Bottom	b	-1/3	≈ 4.5
Top	t	+2/3	≈ 170

- Le particelle composte da quark si chiamano **adroni** e sono suddivise in **barioni** e **mesoni** (pag. successiva); essi devono avere carica intera (in unità di *e*).
- Ai **barioni** (**antibarioni**) viene assegnato un proprio numero quantico chiamato **numero barionico**, B=1 (B=-1), che viene sempre conservato.

- Nel modello a quark, i **barioni** sono particelle costituite da 3 quarks; ciascun quark assume un diverso colore. In tal modo il barione è “privo di colore”.

• *Alcuni esempi di barioni:*

Particle	Mass (Gev/c ²)	Quark composition	Q (units of e)	S	C	\bar{B}
p	0.938	uud	1	0	0	0
n	0.940	udd	0	0	0	0
Λ	1.116	uds	0	-1	0	0
Λ_c	2.285	udc	1	0	1	0

- I **mesoni** da una coppia di quark-antiquark. L'antiquark ha l'anticolore del quark, in modo tale da costituire di nuovo una particella “priva di colore”.

• *Alcuni esempi di mesoni:*

Particle	Mass (Gev/c ²)	Quark composition	Q (units of e)	S	C	\bar{B}
π^+	0.140	$u\bar{d}$	1	0	0	0
K^+	0.494	$s\bar{u}$	-1	-1	0	0
D^+	1.869	$d\bar{c}$	-1	0	-1	0
D_s^+	1.969	$c\bar{s}$	1	1	1	0
B^+	5.279	$b\bar{u}$	-1	0	0	-1
Υ	9.460	$b\bar{b}$	0	0	0	0

Modello di interazioni adroniche

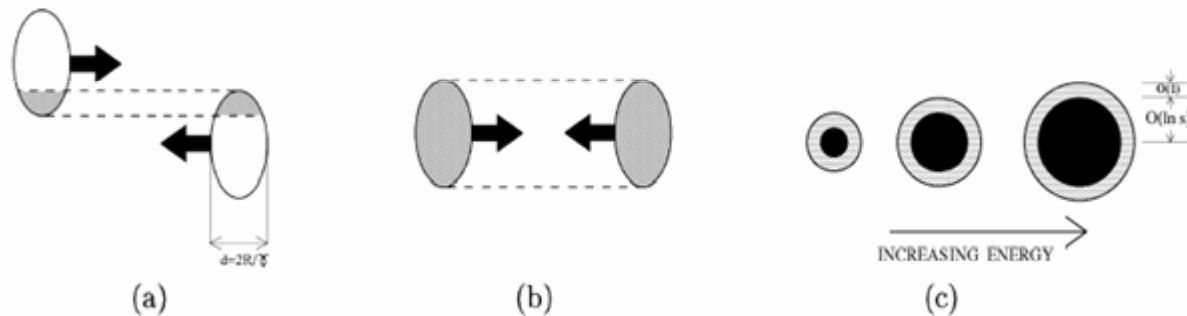


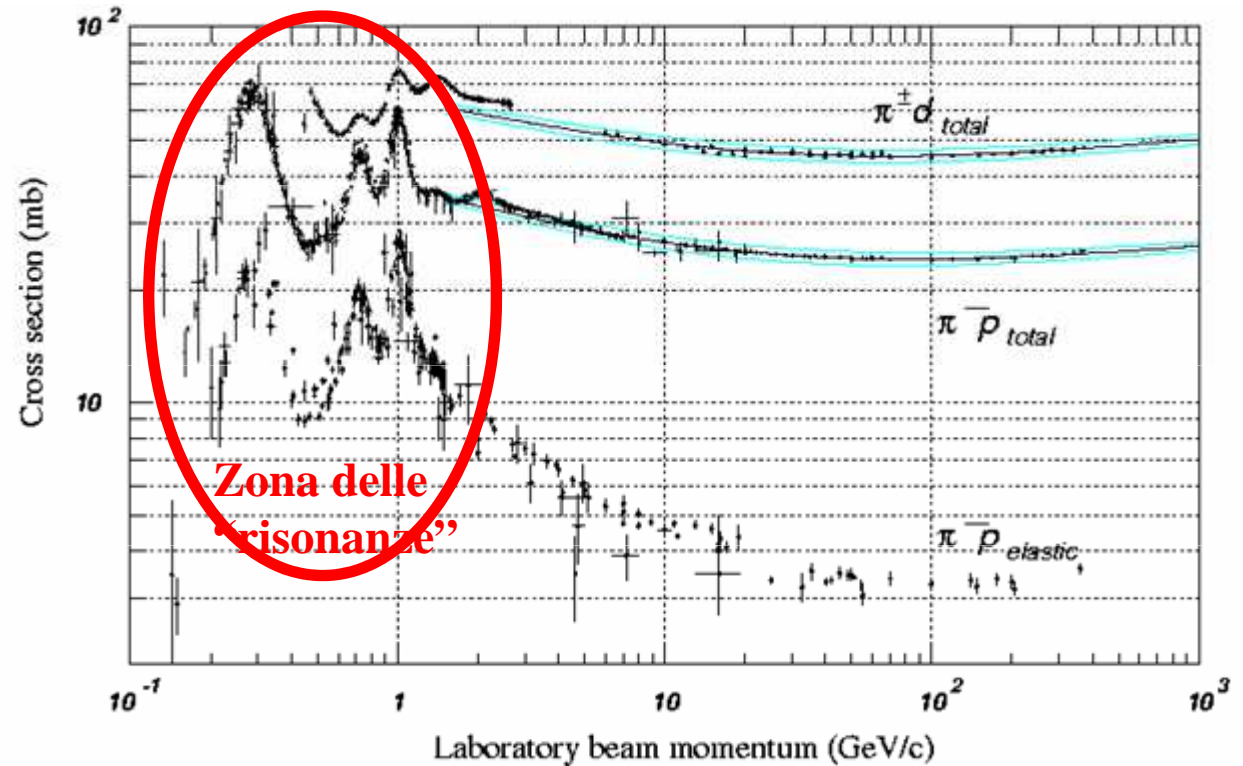
Figura 10.8: Rappresentazione schematica della situazione di due adroni prima dell'urto per collisioni (a) periferiche e (b) centrali. A causa degli effetti relativistici, i due adroni sono contratti nella direzione del moto. (c) Rappresentazione schematica dell'aumento delle dimensioni e dell'opacità di un adrone di alta energia (non è mostrata la contrazione relativistica).

Nel prosieguo del corso si studieranno alcune caratteristiche delle collisioni tra adroni. In particolare, occorrerà soffermarsi sulla produzione di **risonanze**, sull'andamento della sezione d'urto alle alte energie, sulla produzione di particelle e sul numero in funzione dell'energia...

Per ora, impariamo cosa le sezioni d'urto possono dirci sulla dimensione dei nuclei.

Sezioni d'urto adroniche

Urto pione-protone:
 $\sigma = 25 \text{ mb} = \pi r_p^2$
 $r_p \sim 1 \text{ fm}$



Domanda 1: puoi verificare che per un nucleo con A adroni ci si aspetta:

$$r_A \sim r_p \times A^{1/3} \text{ fm}$$

E' vero nel caso del deuterio?

Domanda 2: possiamo considerare il pione a 1 GeV "puntiforme" nell'urto con targhette di deuterio e idrogeno?

3. Le Interazioni Fondamentali: analisi preliminare (cap. 4, 5)



Diagrammi di Feynmann (4.6)

Nel 1940 **R.Feynman** sviluppò una tecnica (*i diagrammi di Feynman*) per rappresentare **le interazioni** in Fisica delle Particelle.

Le principali assunzioni e convenzioni:

- ❖ la variabile *tempo* scorre da sinistra a destra;
- ❖ La freccia diretta verso destra indica una particella, verso sinistra una antiparticella.
- ❖ Le particelle interagiscono emettendo o assorbendo particolari particelle (i bosoni vettoriali) in un vertice;
- ❖ Ad ogni vertice, **la quantità di moto, il momento angolare e la carica** sono conservate (*ma non l'energia!*). In tal caso, il processo si dice *virtuale*.
- ❖ Le particelle “mattoni” sono generalmente indicate con linee continue; i bosoni vettoriali (particelle “colla”) con linee elicoidali o tratteggiate.
- ❖ Un *processo reale ovviamente richiede la conservazione dell'energia*, quindi può essere considerato una combinazione di processi virtuali.
- ⇒ Ogni processo reale riceve contributi da ogni possibile processo virtuale.

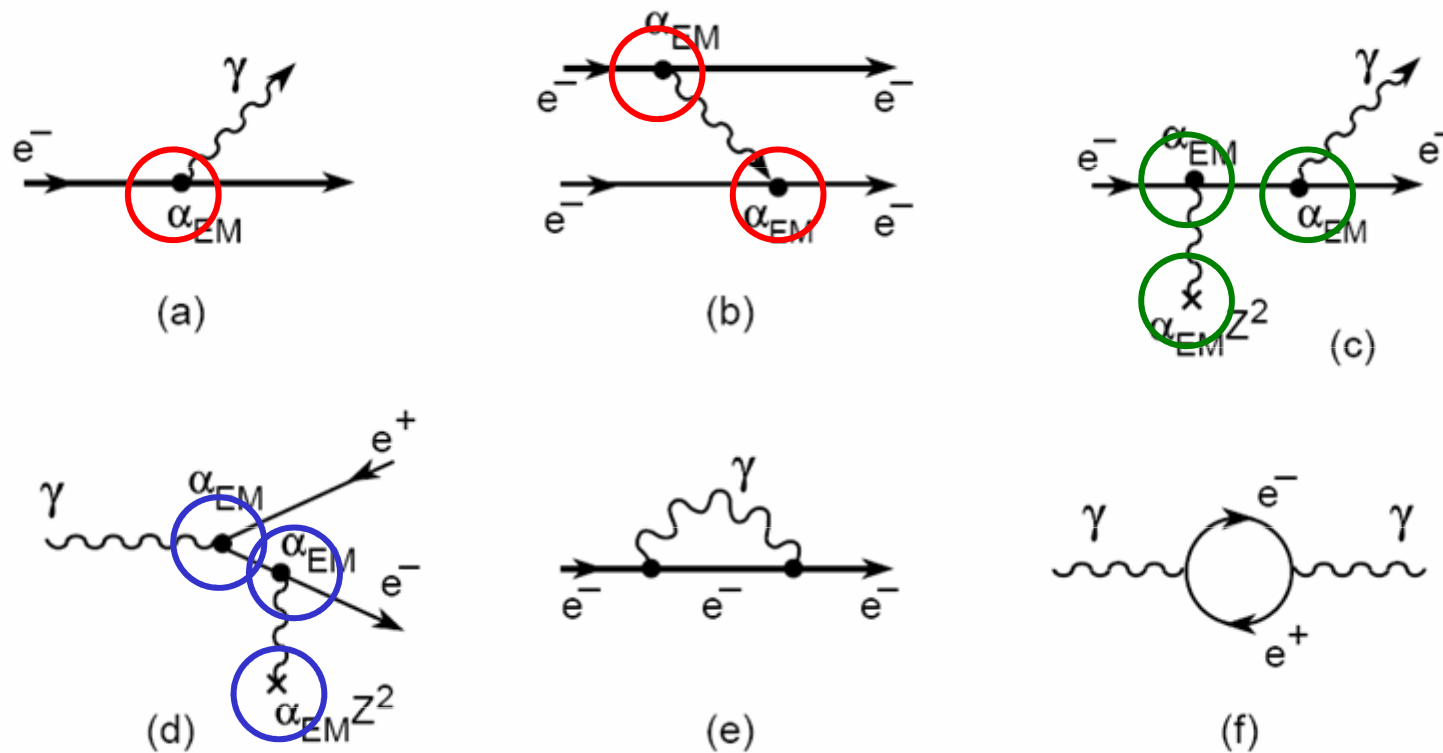


Figura 6.2: Esempi di diagrammi di Feynman per l'interazione EM. (a) Emissione di un fotone da parte di un elettrone (vertice fondamentale; non può avvenire se è isolato; il contributo del vertice all'ampiezza al quadrato è α_{EM}); (b) urto elastico e^+e^- ; (c) bremsstrahlung; (d) creazione di coppie; (e) emissione e assorbimento di un fotone virtuale da parte di un elettrone; (f) creazione di una coppia e^+e^- virtuali e successiva annichilazione (questi ultimi due diagrammi danno luogo a linee chiuse, con particelle virtuali non osservabili direttamente, vedi testo).

- ❖ Il numero di vertici in un diagramma ne definisce l'ordine;
- ❖ A seconda del tipo di interazione, ogni vertice avviene con una probabilità proporzionale ad una grandezza **adimensionale** chiamata costante di accoppiamento (*coupling constant*), generalmente indicata con “ α ”.
- ❖ Ci sarà quindi una “ α ” caratteristica di ogni interazione: *elettromagnetica, forte, debole, gravitazionale*.
- ❖ Per un processo reale, un diagramma di ordine n contribuisce con un ordine α^n alla probabilità del processo.
- ❖ Purchè quindi “ α ” sia più piccola di 1, il contributo degli ordini superiori al processo diminuisce sino a diventare trascurabile, e permettendo un calcolo dell'ampiezza di probabilità del processo fisico con una tecnica di calcolo chiamata *teoria perturbativa*.

L'interazione Gravitazionale (G).

- La costante di accoppiamento caratteristica delle Interazioni Gravitazionali:

$$\alpha_G = G_N \frac{m_p^2}{\hbar c} = 6.673 \cdot 10^{-11} \frac{(1.6727 \cdot 10^{-27})^2}{1.0546 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 5.90 \cdot 10^{-39} \quad (5.2)$$

In termini di costanti universali, possiamo costruire una grandezza che ha le dimensioni di una massa (detta *massa di Planck*)

$$M_{Pl} = \sqrt{\hbar c / G_N} = \sqrt{3.1638 \cdot 10^{-26} / 6.673 \cdot 10^{-11}} = 1.221 \cdot 10^{19} \text{GeV} \quad (5.3)$$

Le interazioni gravitazionali hanno effetti solo alle energie dell'ordine della massa di Plank. Per questo motivo, l'effetto delle Interazioni Gravitazionali può essere trascurato, se non nei primissimi istanti di vita dell'Universo-

L'interazione elettromagnetica (QED)

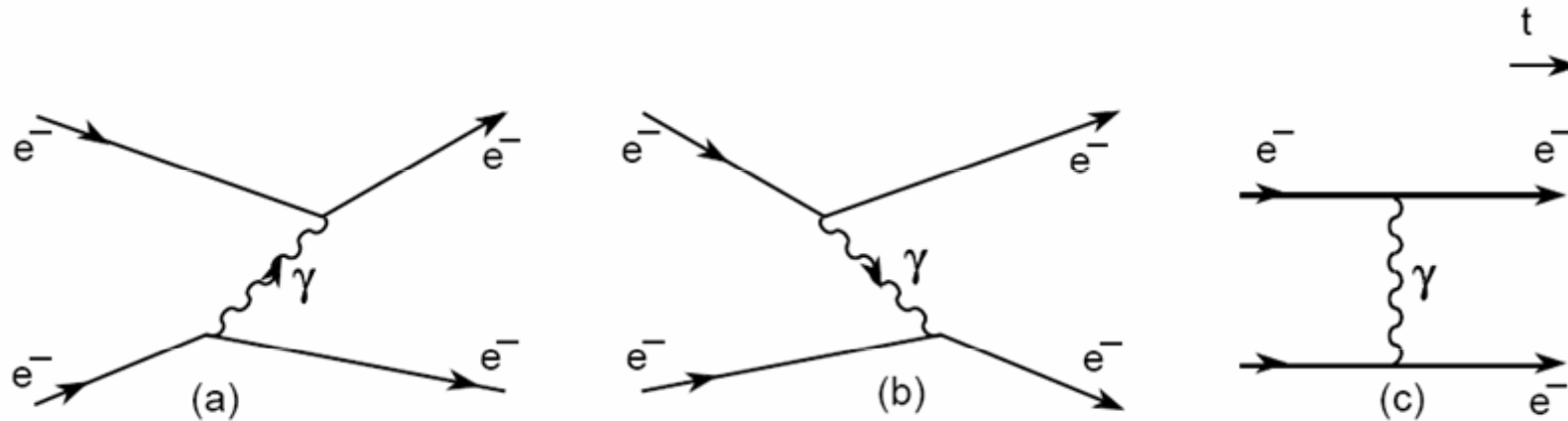


Figura 6.1: Diagrammi di Feynman all'ordine più basso per l'urto elastico elettrone-elettrone dovuto alla sola interazione EM. In ascissa è il tempo (da sinistra a destra). In (a) l'elettrone in basso emette un fotone virtuale che viene poi assorbito dall'elettrone in alto; in (b) si ha il viceversa. Il diagramma (c) schematizza l'interazione senza specificare la sequenza temporale.

- Il parametro adimensionale proprio dell'EM α_{EM} (*costante di accoppiamento EM*) è detto anche **costante di struttura fine**

S.I.	$\alpha_{EM} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{(1.602 \cdot 10^{-19})^2}{4\pi \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 1.0546 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 1/137.1$
cgs	$\alpha_{EM} = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{(4.803 \cdot 10^{-10})^2}{1.0546 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^{10}} = 1/137.1 = 7.294 \cdot 10^{-3}$
cgs con $\hbar = c = 1$	$\alpha_{EM} = e^2$

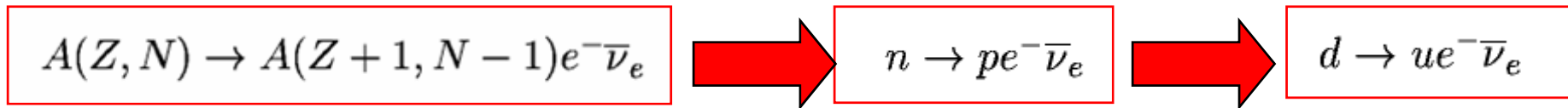
(4.6)

Caratteristiche di QED

- La teoria quantistica delle interazione EM: *elettrodinamica quantistica* (QED)
- α_{EM} è minore dell'unità. Questo, consiste di trattare i processi EM in QED tramite la teoria perturbativa.
- Per ognuno di questi interviene un fattore $(\alpha_{EM})^{1/2}$ (ovvero, e) nel calcolo dell'elemento M_{if} di matrice di transizione del processo considerato (cap. 4).
- L'interazione EM è mediata dai **fotoni** (bosoni vettori di massa nulla e spin=1)
- Una delle proprietà più importanti di QED è la sua *rinormalizzabilità*.
- Una seconda proprietà di QED è *l'invarianza di Gauge*. L'invarianza di Gauge in QED è una proprietà locale, che comporta la conservazione delle correnti e quindi alla conservazione della carica elettrica.
- La costante α_{EM} è stata determinata con grandissima precisione. In realtà α_{EM} non è costante, ma aumenta logicamente con l'energia del sistema nel centro di massa.
- Le interazioni EM (bremmstrahlung, creazione di coppie, Compton...) vengono descritte con stupefacente precisione dai diagrammi di Feynman.

L'interazione debole (WI)

- L'interazione debole è stata inizialmente studiata tramite i *decadimenti* di nuclei:

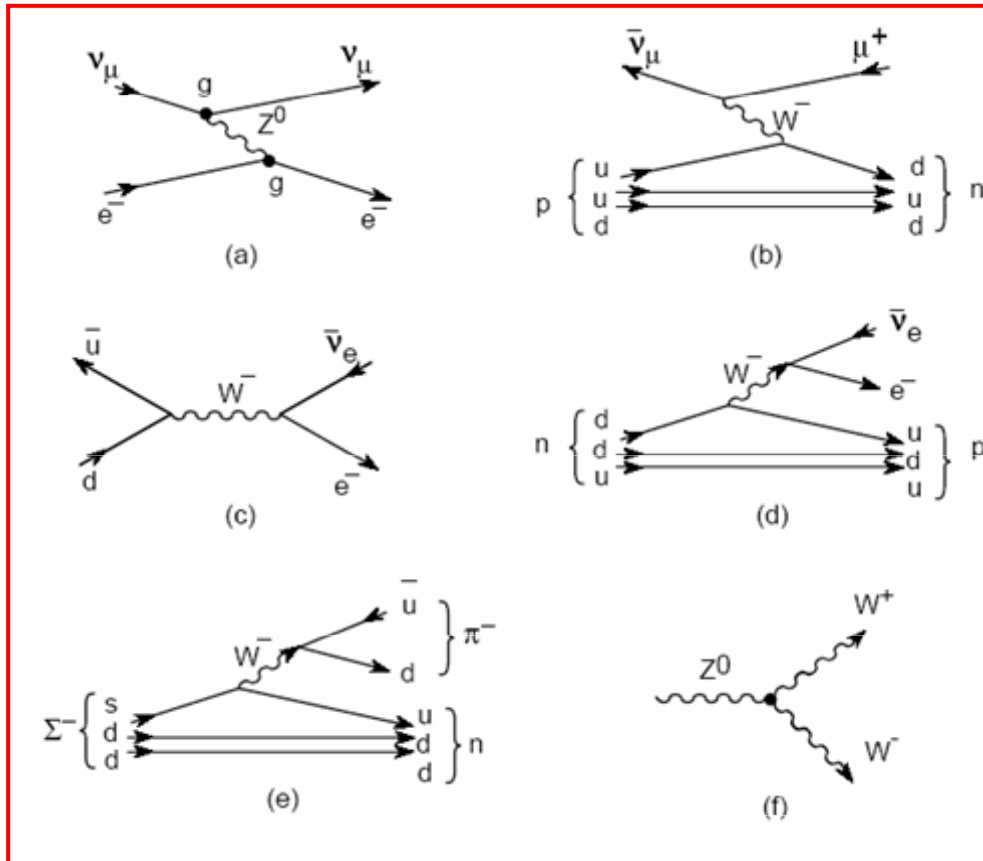


- A livello dei costituenti ultimi della materia, le WI ha luogo tra due quark, tra due leptoni e tra un leptone e un quark.
- Nel settore adronico, le WI si manifestano cambiando il *sapore* dei quarks.
- L'interazione debole è mediata da bosoni vettori massivi, le W^{\pm} e Z^0 .
- La costante adimensionale per le WI può essere calcolata a partire dalla costante di Fermi G_F . Poiché questa non è adimensionale, se prendiamo come riferimento la massa del p:

$$\alpha_W = (m_p c^2)^2 \frac{G_F}{(\hbar c)^3} = 0.932827^2 \cdot 1.1664 \cdot 10^{-5} = 1.027 \cdot 10^{-5}$$

(5.11)

Diagrammi di Feynmann per le WI



- Alle basse energie, la costante di accoppiamento WI è minore di quella di QED.

- Scopriremo però α_W cresce con l'energia e che a $\sqrt{s}=90$ GeV $\alpha_W \sim \alpha_{QED}$

- Le WI violano un certo numero di leggi di conservazione (cap. 6) ; ciò è dovuto al fatto che *neutrini sono solo "sinistrorsi"*

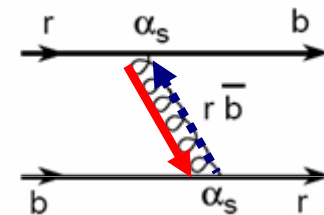
Figura 5.1. Diagrammi di Feynman per l'interazione debole. (a) Urto elastico $\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$, mediato dal bosone Z^0 (interazione debole a corrente neutra); g è la costante di accoppiamento. (b) Interazione $\bar{\nu}_\mu p \rightarrow \mu^+ n$, mediata dal bosone W^- (interazione a corrente carica). Notare che il processo elementare è $\bar{\nu}_\mu u \rightarrow \mu^+ d$, con i restanti quark u, d che agiscono da "spettatori". (c) Processo elementare a corrente carica $\bar{u}d \rightarrow \bar{\nu}_e e^-$, mediato da W^- . (d) Decadimento del neutrone, $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$. I quark d, u agiscono da "spettatori"; il processo elementare è analogo a quello illustrato in (c), con la trasformazione di d incidente in u uscente. (e) Decadimento $\Sigma^- \rightarrow n \pi^-$ (il π^- può essere formato dall' \bar{u} con un quark d spettatore). (f) Vertice triplo fra i bosoni Z^0, W^+ e W^- .

Le interazioni Forti (SI)

- A livello fondamentale, la SI ha luogo solo tra *quark e gluoni*.
- La forza fra nucleoni nei nuclei si può ritenere come una “*forza residua*”, in modo analogo a quanto avviene (EM) tra due atomi per formare una molecola.
- I quark sono carichi: hanno una carica elettrica (per QED e WI) ed una “*carica di colore*” per le SI.
- La sorgente della forza forte è la cosiddetta “carica di colore”, di cui si conoscono 3 tipi (colori): **rosso**, **verde** e **blu**, più i rispettivi *anticolori*.
- La SI è mediata da 8 gluoni di massa nulla. Ciascun gluone trasporta una carica di colore ed una di anticolorore: ad esempio antiblu+rosso.
- Sperimentalmente, la costante di accoppiamento per le SI:

$$\alpha_S \sim 1$$

- Il fatto che $\alpha_S \sim 1$ implica che le interazioni forti NON possono essere trattate in teoria perturbativa. Questo può essere fatto solo per alti q^2 (urti a piccole distanze), quando si può mostrare che $\alpha_S \sim 0.1$ (la costante di accoppiamento per SI *diminuisce* al crescere della scala di energia).



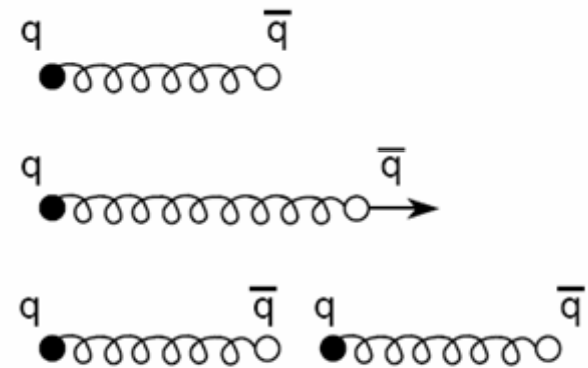
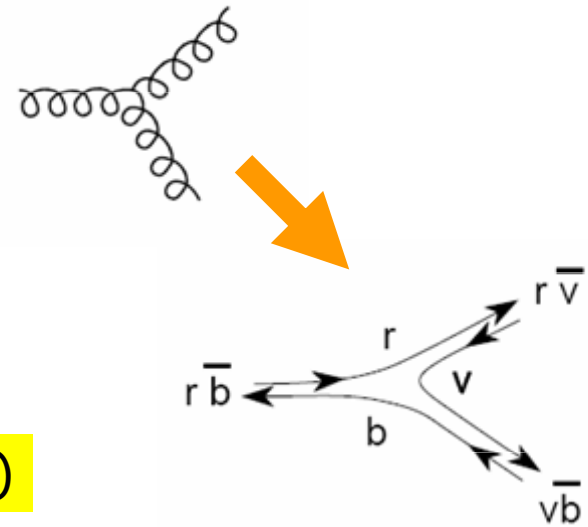
Il “potenziale” delle SI

- Il fatto che i gluoni siano colorati, implica che i gluoni stessi siano soggetti alle SI
- Il potenziale quasi-statico tra due quark, e' di solito scritto nella forma:

$$V_S = -\frac{4\alpha_S}{3r} + Kr$$

(5.13)

- Poiché α_S diminuisce con la distanza (*libertà asintotica*), il primo termine domina alle piccole distanze (*scambio di singolo gluone*).
- Il secondo termine da luogo ad una forza analoga a quella di un elastico; e' connesso con l'interazione tra gluoni e si manifesta con il *confinamento* dei quark all'interno degli adroni.



Confronto tra le proprietà delle Interazioni Fondamentali

Forza	Intensità (costante adimensionale)	Raggio d'azione (cm)	Particelle su cui agisce	Particelle (bosoni) scambiate	Massa dei bosoni scambiati	Spin ^{Parità} dei bosoni scambiati
Forte	$0.1 \begin{cases} \text{piccole} \\ \text{distanze} \end{cases}$ $1 \begin{cases} \text{grandi} \\ \text{distanze} \end{cases}$	10^{-13}	quark gluoni	8 gluoni	0	1^-
Elettro- magnetica	$1/137$	∞	particelle elettri- camente cariche	fotone	0	1^-
Debole	$1.027 \cdot 10^{-5}$	$< 10^{-15}$	leptoni, quark	bosoni vettori intermedi (W^\pm, Z^0)	80.6 GeV 91.2 GeV	$1^+, 1^-*$
Gravita- zionale	$5.9 \cdot 10^{-39}$	∞	tutte	gravitone	0	2^+

**4. Probabilità di transizione in
Teoria Perturbativa:
sezioni d'urto e vite medie
(cap. 4)**

La probabilità di transizione W (§4.3)

Per calcolare la probabilità di transizione W , utilizziamo la Teoria Perturbativa. Consideriamo transizioni *da uno stato definito ad uno stato definito*, operata dall'azione di un potenziale V .

$$\psi(0) = \phi_m e^{-iE_m t/\hbar}. \quad (4.20)$$

A $t \geq 0$, il potenziale V è acceso, e la f.d'o. è espressa in termini degli autostati ϕ_n .

$$\psi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(t) \phi_n e^{-iE_n t/\hbar}, \quad (4.22) \quad \text{tali che:} \quad H_0 \phi_n = E_n \phi_n. \quad (4.21)$$

I coefficienti c_n esprimono la probabilità di transizione verso uno stato definito (autostato). La funzione d'onda deve soddisfare l'equazione di Schrodinger:

$$H\psi = i\hbar \partial\psi/\partial t, \quad (4.23) \quad \text{dove} \quad H = H_0 + V.$$

Inserendo nella (4.23) le (4.22), e facendo uso del fatto $c \quad H = H_0 + V$.

$$i\hbar \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{dc_n}{dt} \right) \phi_n e^{-iE_n t/\hbar} = \sum_{n=0}^{\infty} V c_n(t) \phi_n e^{-iE_n t/\hbar}. \quad (4.24)$$

Moltiplicando per il complesso coniugato ψ_k^* , dove k è un altro autostato dell'Hamiltoniano imperturbato H_0 , ed usando le condizioni di ortonormalità (cioè lo stato $\langle \psi_k | \psi_n \rangle = 0$ se $n \neq k$):

$$i\hbar \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{dc_n}{dt} \right) \phi_n e^{-iE_n t/\hbar} = \sum_{n=0}^{\infty} V c_n(t) \phi_n e^{-iE_n t/\hbar} \quad \longrightarrow \quad i\hbar \left(\frac{dc_k}{dt} \right) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(t) M_{nk} e^{-i(E_n - E_k)t/\hbar}, \quad (4.25)$$

Dove:

$$M_{nk} = \int \phi_k^* V \phi_n d\tau \quad (4.26)$$

M_{nk} si chiama **matrice di transizione** dallo stato “n” allo stato “k”, ed ha le dimensioni di una energia. Nella teoria perturbativa, assumiamo la perturbazione (ossia, V) piccolo in modo tale che ci sia un solo coefficiente c tale che: $c_m(t) \simeq 1$ and $c_n(t) \simeq 0$ for $n \neq m$.

La (4.25) può allora essere integrata:

$$\begin{aligned} c_k(t) &= \frac{1}{i\hbar} \int_0^t M_{km} e^{-i(E_k - E_m)t/\hbar} dt \\ &= M_{km} \left[\frac{1 - e^{-i(E_k - E_m)t/\hbar}}{E_k - E_m} \right] \\ &= 2iM_{km} e^{-i(E_k - E_m)t/2\hbar} \cdot \left[\frac{\sin[(E_k - E_m)t/2\hbar]}{E_k - E_m} \right]. \end{aligned}$$

Definiamo la probabilità di transizione per unità di tempo verso tutti gli stati di energia E_n la quantità:

$$W = \frac{1}{t} \sum_n |c_n(t)|^2 = \frac{1}{t} \int_{-\infty}^{+\infty} |c_n(t)|^2 \cdot \frac{dN}{dE} \cdot dE_n. \quad (4.29)$$

L'integrale nella (4.29) può essere calcolato con la sostituzione: $x = (E_k - E_m)t/2\hbar$,

$$W = \frac{2}{\hbar} |M_{km}|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{dN}{dE} \right) \frac{\sin^2 x}{x^2} dx.$$

L'espressione $\sin^2 x / x^2$ ha un massimo a $x=0$, per cui in tutti i casi pratici la densità degli stati può essere considerata costante e portata fuori dall'integrale; poichè poi:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx = \pi, \quad \text{otteniamo:}$$

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} \cdot |M_{if}|^2 \cdot \frac{dN}{dE_f} \quad (4.31)$$

L'equazione:

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} \cdot |M_{if}|^2 \cdot \frac{dN}{dE_f} \quad (4.31)$$

è di fondamentale importanza perché esprime la probabilità di transizione tra lo stato finale f e lo stato iniziale i . La teoria deve fornire delle “equazioni” per M (W si misura in s^{-1}) che devono essere confrontati con gli esperimenti.

La notazione

$$M_{if} = \int \phi_i^* V \phi_f d\tau, \quad (4.32)$$

rappresenta l'elemento di matrice per la transizione da uno stato iniziale “ i ” ad uno finale “ f ”; dN/dE rappresenta la densità degli stati finali. La (4.31) viene chiamata anche *seconda regola aurea di Fermi*.

Calcolo elemento di matrice M_{if} per un caso particolare (§4.4)

- Calcoliamo ora l'elemento di matrice 4.32 (che contiene la “fisica”, ossia il potenziale) nel caso particolare del potenziale:

$$U(r) = \frac{g}{4\pi r} e^{-r/R}$$

- La transizione avviene tra lo stato stazionario iniziale la cui parte spaziale dell'onda libera, verso uno stato stazionario finale. In questo caso, l'elemento di matrice diviene:

$$\begin{aligned} M_{if} &= \int \phi_i^* V(r) \phi_f d\tau = g_0 \int U(r) e^{-i\mathbf{p}_i \cdot \mathbf{r}/\hbar} e^{i\mathbf{p}_f \cdot \mathbf{r}/\hbar} d\tau = \\ &= g_0 \int U(r) e^{i(\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i) \cdot \mathbf{r}/\hbar} = g_0 \int U(r) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}/\hbar} d\tau \end{aligned}$$

dove $\mathbf{q} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i$, $V(r) = g_0 U(r)$, e g_0 è una costante che indica l'accoppiamento della particella con il potenziale $U(r)$ (nel caso del potenziale Coulombiano, coincide con la carica elettrica della particella incidente).

Il “propagatore bosonico”

$$f(\mathbf{q}) = g_0 \int U(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} d\tau$$

Per il potenziale centrale si ha:

$$- U(\mathbf{r}) = U(r) = g/4\pi r e^{-r/R}$$

$$- \mathbf{q} \cdot \mathbf{r} = qr \cos \theta$$

$$- d\tau = r^2 d\varphi \sin \theta d\theta dr$$

$$- \int_0^\pi \sin \theta e^{iqr \cos \theta} d\theta = 2 \sin qr / qr$$

e quindi:

$$f(\mathbf{q}) = f(q) = 4\pi g_0 \int_0^\infty U(r) \frac{\sin qr}{qr} r^2 dr = g_0 g \int_0^\infty e^{-r/R} \frac{e^{iqr} - e^{-iqr}}{2iq} dr$$

$$U(r) = \frac{g}{4\pi r} e^{-r/R}$$



$$f(q) = \frac{g_0 g}{q^2 + m^2}$$

(4.35)

$f(q)$ descrive nello **spazio dei momenti** la stessa legge espressa dal potenziale $U(r)$ nello **spazio delle coordinate**.

Calcolo del fattore spazio delle fasi $a+b \rightarrow c+d$ (§4.5)

Nel caso di particelle con spin, se s_c e s_d sono rispettivamente gli spin delle particelle c e d , il numero di possibili stati finali dato dalla (4.38) aumenta di un fattore $g_f = (2s_c + 1) \cdot (2s_d + 1)$.

Il numero di stati di una particella nello spazio delle fasi in coordinate cartesiane non è altro che $dN = dx dy dz dp_x dp_y dp_z / h^3$. In coordinate sferiche in un volume v unitario e nell'intervallo $(p + dp)$ è:

$$dN = \frac{d\Omega}{(2\pi)^3 \hbar^3} p^2 dp \quad (4.39)$$

Dunque, il numero di stati disponibili corrispondenti all'energia totale E_0 è (usiamo ora il sistema naturale di unità di misura, con $\hbar = c = 1$):

$$\frac{dN}{dE_0} = \frac{d\Omega}{(2\pi)^3} \cdot g_f \cdot p^2 \frac{dp}{dE_0} \quad (4.40)$$

Specializziamo ora il calcolo al caso di una particella di massa M che a seguito dell'urto subisca una variazione trascurabile di quantità di moto (come ad esempio nel caso di un pesante nucleo nell'urto coulombiano). Indicando con E, p, m rispettivamente l'energia, l'impulso e la massa della particella diffusa, l'energia totale nello stato finale è:

$$E_0 = M + \sqrt{p^2 + m^2} \quad \text{da cui} \quad dE_0 = \frac{p}{E} dp \quad (4.41)$$

Facendo uso delle relazioni relativistiche $E = mc^2 \gamma$, $p = mv \gamma$, si ottiene (nel sistema di unità naturali) $p/E = v$ e:

$$\frac{dp}{dE_0} = \frac{E}{p} = \frac{1}{v} \quad (4.42)$$

v rappresenta la velocità della particella diffusa rispetto al centro diffusore, in quiete. Si può dimostrare (ad es. in [87P1]) che la (4.42) è valida anche nel sistema del centro di massa, dove v rappresenta la velocità relativa tra le due particelle c, d . In tutta generalità possiamo quindi riscrivere la (4.38) come:

$$d\sigma(a + b \rightarrow c + d) = \frac{1}{(2\pi)^2} |f(q)|^2 \frac{g_f}{v_i v} p^2 d\Omega \quad (4.43)$$

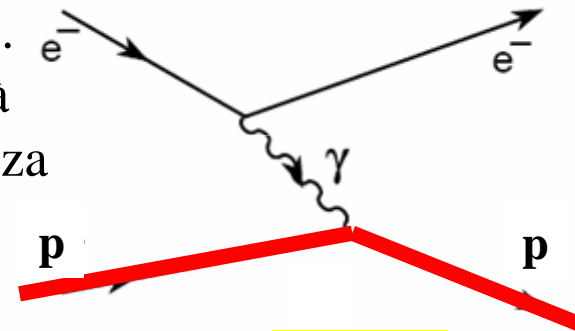
$$\sigma = \frac{W}{v_i}$$

(4.38)

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} \cdot |M_{if}|^2 \frac{dN}{dE_f}$$

Scattering di Rutherford (Interazioni EM) in termini di diagrammi di Feynman (§4.7)

- Il diagramma di Feynman contiene due vertici:
probabilità del processo è proporzionale ad $\alpha_{EM} = e^2$.
- La caratteristica dell'interazione elettromagnetica è quella di essere mediata da un bosone (il fotone) senza massa \rightarrow range dell'interazione infinito.
- L'elemento di matrice per la probabilità di transizione di una particella di "carica" $g_0 = (ze)$ su un nucleo di carica $g/4\pi = (Ze)$ è:
- q^2 è la variazione di quantità di moto della particella



(4.60)

$$f(q) = 4\pi \frac{Zze^2}{q^2}$$

$$q^2 = (\mathbf{p} - \mathbf{p}')^2 = p^2 + p'^2 - 2\mathbf{p} \cdot \mathbf{p}' \simeq 2p^2(1 - \cos\theta) = 4p^2 \sin^2\theta/2$$

per cui dalla (4.43), assumendo come relativistiche le velocità prima e dopo l'urto, trascurando gli spin ed usando $\hbar = c = 1$:

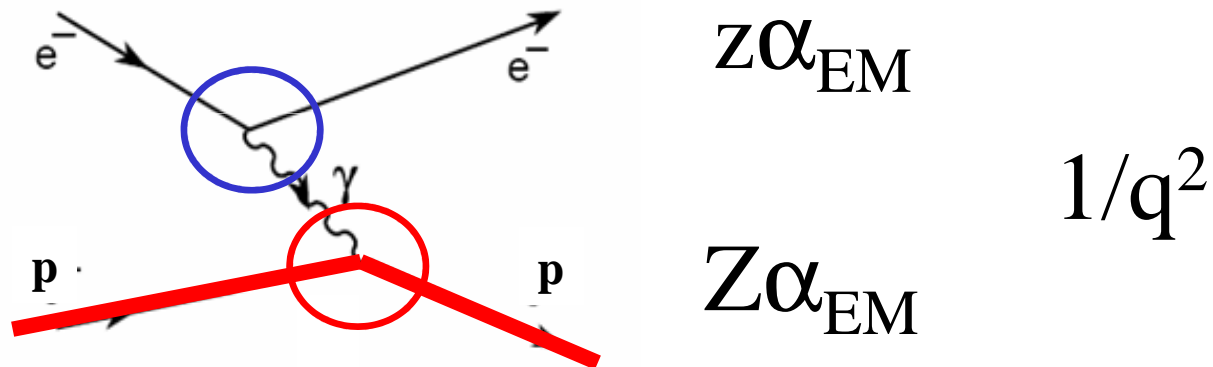
$$d\sigma = \frac{1}{(2\pi)^2} |f(q)|^2 p^2 d\Omega \quad (4.62)$$

ossia:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left[4\pi \left(\frac{Zze^2}{4p^2 \sin^2 \theta/2} \right) \right]^2 \cdot \frac{p^2}{(2\pi)^2} \quad (4.63)$$

Nell'approssimazione di nucleo con massa molto elevata, particelle senza spin, particella incidente relativistica ($p = E_c$) si ha infine:

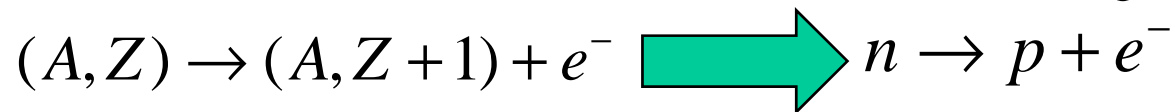
$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_R = \frac{Z^2 z^2 e^4}{4E_c^2 \sin^4 \theta/2} \quad (4.64)$$



5a. Interazioni Deboli: la teoria di Fermi (cap.8)

L'ipotesi del neutrino elettronico (§8.1,§8.2)

- Negli anni '30, erano note solo 3 particelle “elementari”: γ , e^- , p . Nel 1932 venne scoperto il neutrone (n) da Chadwick
- Era noto un problema nel caso del decadimento “beta” di alcuni elementi: lo spettro energetico degli elettroni emessi aveva una distribuzione continua.
- Ciò rappresentava un indizio *di non conservazione* dell'energia!



- Pauli postulò l'esistenza di una particella, che trasportasse l'energia e l'impulso mancante nel decadimento beta.
- Nel 1934 Fermi pubblicò la sua teoria sul decadimento beta. Fermi denominò *neutrino* la particella invisibile postulata da Pauli.
- La scoperta del ν_e ha dovuto attendere il 1953! La ragione è nel fatto che occorre una sorgente molto intensa di neutrini che potessero creare un flusso sufficiente e controllato. *Quali sono queste sorgenti di neutrini?*
- **Reattori nucleari.** I processi di fissione producevano un intenso flusso di anti-neutrini $\bar{\nu}_e$ e, tramite la reazione: $(A, Z) \rightarrow (A, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}_e$





W. Pauli (...): Ho fatto una cosa terribile. Ho inventato una particella che non può essere rivelata!

La Lettera di W. Pauli:

“Dear Radioactive Ladies and Gentlemen,

... The remedy is the possibility that nuclei might contain electrically neutral particles, which I wish to call neutrons, that have spin 1/2....

...would such a neutron be experimentally observable if it had a penetrating depth equal or about 10 times greater than that of a gamma ray...

... Unfortunately I cannot appear in Tübingen personally since I have to attend a ball here in Zurich...

Your Humble servant, W. Pauli”

Zürich, 4. Dezember 1930
(Maschinenschriftliche Abschrift)

Offener Brief an die Gruppe der Radioaktiven bei der Gausvereins-Tagung zu Tübingen¹

Liebe Radioaktive Damen und Herren!
Wie der Überbringer dieser Zeilen², den ich holdvollst anzuhören bitte, Ihnen des näheren auseinandersetzen wird, bin ich angesichts der „falschen“ Statistik der N- und Li 6-Kerne³, sowie des kontinuierlichen β -Spektrums auf einen verzweifelten Ausweg verfallen, um den „Wechselsatz“* der Statistik und den Energiesatz zu retten. Nämlich die Möglichkeit, es könnten elektrisch neutrale Teilchen, die ich Neutronen nennen will⁴, in den Kernen existieren, welche den Spin 1/2 haben und das Ausschließungsprinzip befolgen und sich von Lichtquanten außerdem noch dadurch unterscheiden, daß sie nicht mit Lichtgeschwindigkeit laufen⁵. Die Masse der Neutronen müßte von derselben Größenordnung wie die Elektronenmasse sein und jedenfalls nicht größer als 0,01 Protonenmasse⁶. – Das kontinuierliche β -Spektrum wäre dann verständlich unter der Annahme, daß beim β -Zerfall mit dem Elektron jeweils noch ein Neutron emittiert wird, derart, daß die Summe der Energien von Neutron und Elektron konstant ist.

Nun handelt es sich weiter darum, welche Kräfte auf die Neutronen wirken. Das wahrscheinlichste Modell für das Neutron scheint mir aus wellenmechanischen Gründen (näheres weiß der Überbringer dieser Zeilen) dieses zu sein, daß das ruhende Neutron ein magnetischer Dipol von einem gewissen Moment μ ist⁷. Die Experimente verlangen wohl, daß die ionisierende Wirkung eines solchen Neutrons nicht größer sein kann, als die eines γ -Strahls und dann darf μ wohl nicht größer sein als $e \cdot (10^{-13} \text{ cm})$. Ich trage mich vorläufig aber nicht, etwas über diese Idee zu publizieren und werde mich erst vertrauensvoll an Euch, liebe Radioaktive, mit der Frage, wie es um den experimentellen Nachweis eines solchen Neutrons stünde, wenn dieses ein ebensolches oder etwa 10mal größeres Durchdringungsvermögen besitzen würde, wie ein γ -Strahl⁸.

Ich gebe zu, daß mein Ausweg vielleicht von vornherein wenig wahrscheinlich erscheinen mag, weil man die Neutronen, wenn sie existieren, wohl schon längst gesehen hätte. Aber nur wer wagt, gewinnt, und der Ernst der Situation beim kontinuierlichen β -Spektrum wird durch einen Ausspruch meines verstorbenen Vorgängers im Amte, Herrn Debye, beleuchtet, der mir kürzlich in Brüssel gesagt hat⁹: „O, daran soll man am besten gar nicht denken, so wie an die neuen Steuern.“¹⁰ Darum soll man jeden Weg zur Rettung ernstlich diskutieren. – Also liebe Radioaktive, prüfet, und richtet. – Leider kann ich nicht persönlich in Tübingen erscheinen, da ich infolge eines in der Nacht vom 6. zum 7. Dezember in Zürich stattfindenden Balles hier unabhkömmlich bin. – Mit vielen Grüßen an Euch, sowie auch an Herrn Back, Euer untertänigster Diener W. Pauli

* Diese lautet: Ausschließungsprinzip (Fermi-Statistik) und halbzahliger Spin bei ungerader Gesamtzahl der Teilchen; Bosestatistik und ganzzahliger Spin bei gerader Gesamtzahl der Teilchen.

Vita media delle particelle soggette alle Interazioni Deboli

- Nel caso del decadimento del neutrone (o del muone), abbiamo:

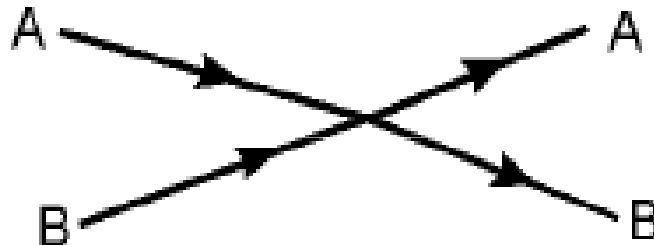
$$n \rightarrow e^- p \bar{\nu}_e \quad (\mu^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_\mu \nu_e)$$

Misuriamo la vita media τ :



$$W = 1 / \tau$$

- A differenza del caso elettromagnetico, si assume che *l'interazione debole venga mediata da un bosone vettore molto massivo. La costante di accoppiamento* è diversa da quella EM. L'interazione viene approssimata come **puntiforme**. In tal caso, M_{if} diviene un semplice integrale sulle funzioni d'onda, complicate dal fatto che queste hanno *spin*, e particolari proprietà di simmetria (che tralasciamo, per ora).

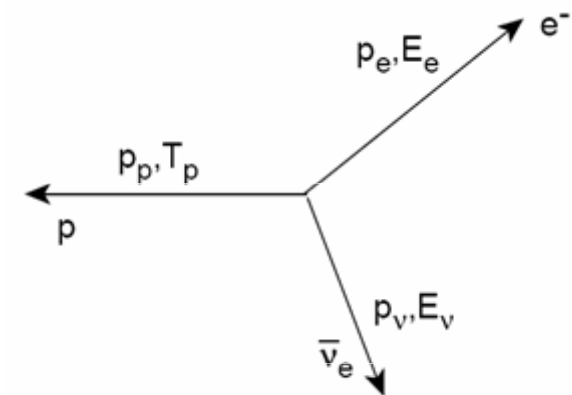


Probabilità di transizione nel caso debole

Fermi assunse che nel decadimento beta la grandezza M fosse costante (ciò nella rappresentazione moderna corrisponde ad una *interazione puntiforme*, mediata da una particella *bosonica di massa infinita*). In tal modo l'equazione 4.31 diventa:

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} G^2 |M|^2 \frac{dN}{dE_0} \quad (8.3)$$

- Complicato è il calcolo del fattore di densità dello spazio delle fasi, poiché ci sono 3 particelle nello stato finale.
- La presenza di 3 particelle è comune sia al caso del decadimento del neutrone che del protone
- La densità dello spazio delle fasi tiene conto della conservazione di energia $T_p + E_e + E_\nu = E_0$ ed impulso: $\mathbf{p}_p + \mathbf{p}_\nu + \mathbf{p}_e = 0$



La costante di Fermi dal decadimento del neutrone

$$d^2 N = \frac{1}{4\pi^4 \hbar^6} p_e^2 p_\nu^2 dp_e dp_\nu \quad (8.7b)$$

Trascurando l'energia acquisita dal p di rinculo, si ha: $E_0 = E_e + E_\nu$, per cui:

$$p_\nu^2 = \frac{E_\nu^2}{c^2} = \frac{(E_0 - E_e)^2}{c^2}; \quad dp_\nu = dE_0 \quad \text{Quindi:}$$

$$\frac{d^2 N}{dE_0} = \frac{1}{4\pi^4 \hbar^6 c^3} p_e^2 (E_0 - E_e)^2 dp_e \quad (8.8)$$

Occorre integrare questa funzione per tutti i valori dell'impulso dell'elettrone, sino al valore massimo E_0 dell'energia disponibile. L'energia E_0 a disposizione per e ed il ν corrisponde alla differenza tra la massa tra neutrone e protone:

$$E_0 = m_n c^2 - m_p c^2 = 939.566 - 938.272 = 1.294 \text{ MeV,}$$

Nell'approssimazione in cui $p_e = E/c$:

$$\int_0^{E_0} p_e^2 (E_0 - E_e)^2 dp_e = \frac{E_0^5}{30c^3} \xrightarrow{(8.9)} \frac{d^2 N}{dE_0} = \frac{E_0^5}{4\pi^4 \hbar^6 c^6 \cdot 30} \quad (8.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau} = W &= \frac{2\pi}{\hbar} G^2 \frac{E_0^5}{4\pi^4 \hbar^6 c^6 \cdot 30} = \\ &= \left(\frac{G}{\hbar^3 c^3} \right)^2 \cdot \frac{E_0^5}{2\pi^3 \hbar \cdot 30} = \\ &= G_F^2 \cdot \frac{E_0^5}{2\pi^3 \hbar \cdot 30} \end{aligned}$$



$$G_F^2 = \frac{30 \cdot 2\pi^3 \cdot \hbar}{\tau \cdot E_0^5}$$

$$\begin{aligned} \hbar &= 6.58 \times 10^{-25} \text{ GeV} \cdot \text{s} \\ E_0 &= 0.0013 \text{ GeV} \\ \tau &= 885.7 \text{ s} \end{aligned}$$

NOTA: Nel sistema in cui $\hbar=c=1$ la costante di Fermi coincide con G . Onde evitare (se possibile) confusione io indico con

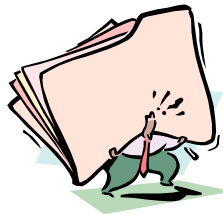
$$G_F \doteq \frac{G}{\hbar^3 c^3}$$

In ogni caso, dimensionalmente la costante di Fermi ha le dimensioni di Energia^{-2}

- Per il neutrone, la vita media è accuratamente misurata ($\tau = 885.7 \text{ s}$), per cui possiamo *stimare* (a meno di un piccolo fattore correttivo) **la costante di Fermi delle Interazioni deboli:**

$$G_F = \left(\frac{30 \cdot 2\pi^3 \cdot \hbar}{\tau \cdot E_0^5} \right)^{1/2} = \left(\frac{30 \cdot 6.2 \cdot 6.58 \times 10^{-25} [\text{GeV} \cdot \text{s}]}{886 \times (0.0013 [\text{GeV}])^5} \right)^{1/2} \approx 2 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

Il valore corretto è:



$$G_F = 1.16637(1) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

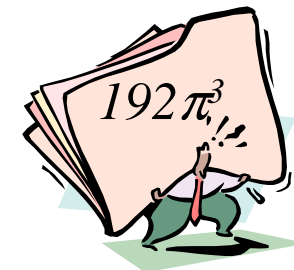
Universalità delle interazioni deboli (I): stima della vita media del μ (§8.4)

- Il muone, a differenza del neutrone, è una particella leptonica.
- Se le interazioni deboli funzionano sui leptoni come sugli adroni, la costante di Fermi determinata nel caso del decadimento del neutrone può essere usata per determinare la vita media del muone.
- Anche nel caso del muone, nello stato finale si hanno 3 particelle, che si suddividono tutta l'energia a disposizione (ossia, la massa a riposo del muone: $m_\mu = 105,6$ MeV):

$$(\mu^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_\mu \nu_e)$$

- Per le stesse argomentazioni del caso del neutrone, ci aspettiamo allora (a meno di un fattore moltiplicativo che compare al numeratore, che si ottiene con un pò di fatica):

$$[G_F^2]_{\text{muone}} = \frac{192\pi^3 \cdot \hbar}{\tau_\mu \cdot E_0^5}$$



Vita media del μ dalla teoria di Fermi

$$(\mu^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_\mu \nu_e)$$

- Possiamo quindi determinare la vita media del muone, semplicemente sostituendo ad E_0 l'energia totale a disposizione :

$$E_0 = m_\mu - m_e - 2m_\nu = 105.6 - 0.5 = 105.1 \text{ MeV}$$

$$\begin{aligned} \tau_\mu &= \frac{192\pi^3 \cdot \hbar}{G_F^2 \cdot E_0^5} = \frac{5.95 \times 10^3 \cdot 6.58 \times 10^{-25} [\text{GeV}s]}{(1.166 \times 10^{-5})^2 \cdot (0.105 [\text{GeV}])^5} = \\ &= 2.2 \times 10^{-6} \text{ s} \end{aligned}$$

Dalla Teoria, la vita media del muone:

$$\tau_\mu = 2.2 \times 10^{-6} \text{ s}$$

La regola di Sargent

L'integrale sul numero degli stati finali è proporzionale alla quinta potenza dell'energia a disposizione E_0 . Questo spiega le differenti vite medie nel caso dei decadimenti beta nei nuclei.

$$W = \frac{\Gamma}{\tau} \simeq G_F^2 E_0^5 \simeq G_F^2 \Delta m^5 .$$

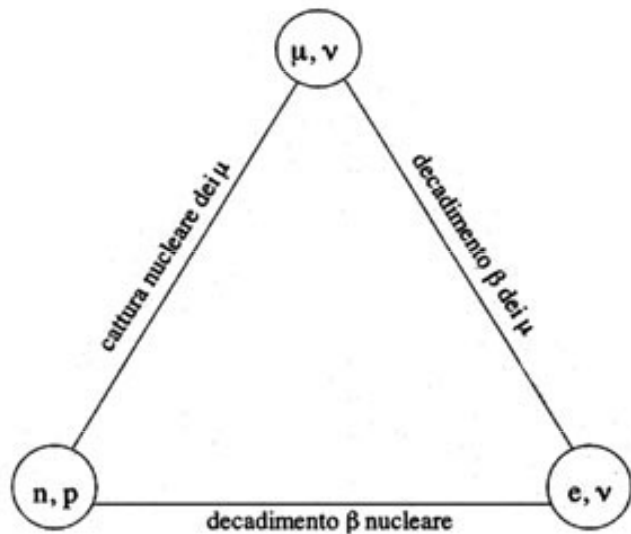
La costante di accoppiamento delle WI

- La costante G_F (detta di Fermi) è caratteristica delle Interazioni Deboli.
- G_F ha le dimensioni di un inverso di energia al quadrato
- Anche per le Interazioni Deboli (WI) è utile avere una costante adimensionale (la costante di accoppiamento) che misuri “la forza” dell’interazione.
- Per ottenere una costante adimensionale da G_F , occorre moltiplicare per una grandezza che ha le dimensioni di energia al quadrato.
- Si è convenuto di utilizzare come costante la massa del protone:

$$\alpha_W = G_F (m_P^2 c^4) = 1.166 \times 10^{-5} [GeV^{-2}] \times 0.938^2 [GeV^2] = 1.027 \times 10^{-5}$$

- in tal modo, la costante a numeratore è adimensionale e rappresenta l’analogo della costante di struttura fine per le interazioni elettromagnetiche
- Si noti che α_W è tre ordini di grandezza inferiore a α_{EM} .

Il triangolo di Puppi



- Pontecorvo era stato il primo a ipotizzare che i muoni fossero dei parenti pesanti dell'elettrone.
- L'idea di una universalità dei decadimenti deboli venne chiaramente espressa da Giampiero Puppi (1917-2006) nel suo articolo "Sui mesoni dei raggi cosmici" e viene esplicitata da quel momento in poi con la ben nota rappresentazione grafica chiamata "triangolo di Puppi".
- Nel "Triangolo" il decadimento beta, quello del muone, e la cattura nucleare del muone fanno parte dei tre lati del triangolo a significare che sono processi accomunati dalla stessa costante di accoppiamento.
- Nell'attirare l'attenzione su una possibile uguaglianza tra le costanti di accoppiamento di elettroni e muoni ai nucleoni assumeva che esiste una universalità dell'interazione debole.



**5b. Caratteristiche generali
delle Interazioni Deboli (WI)
(cap. 8)**



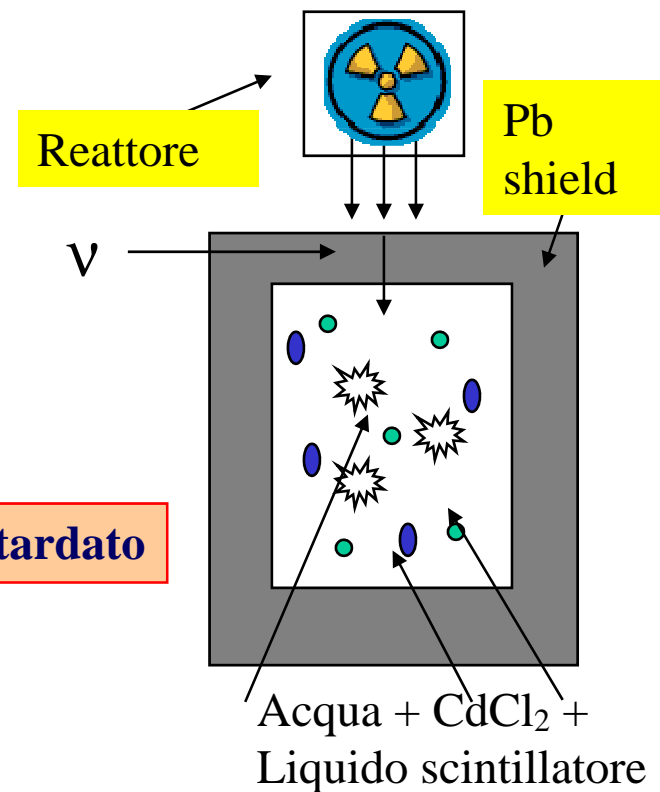
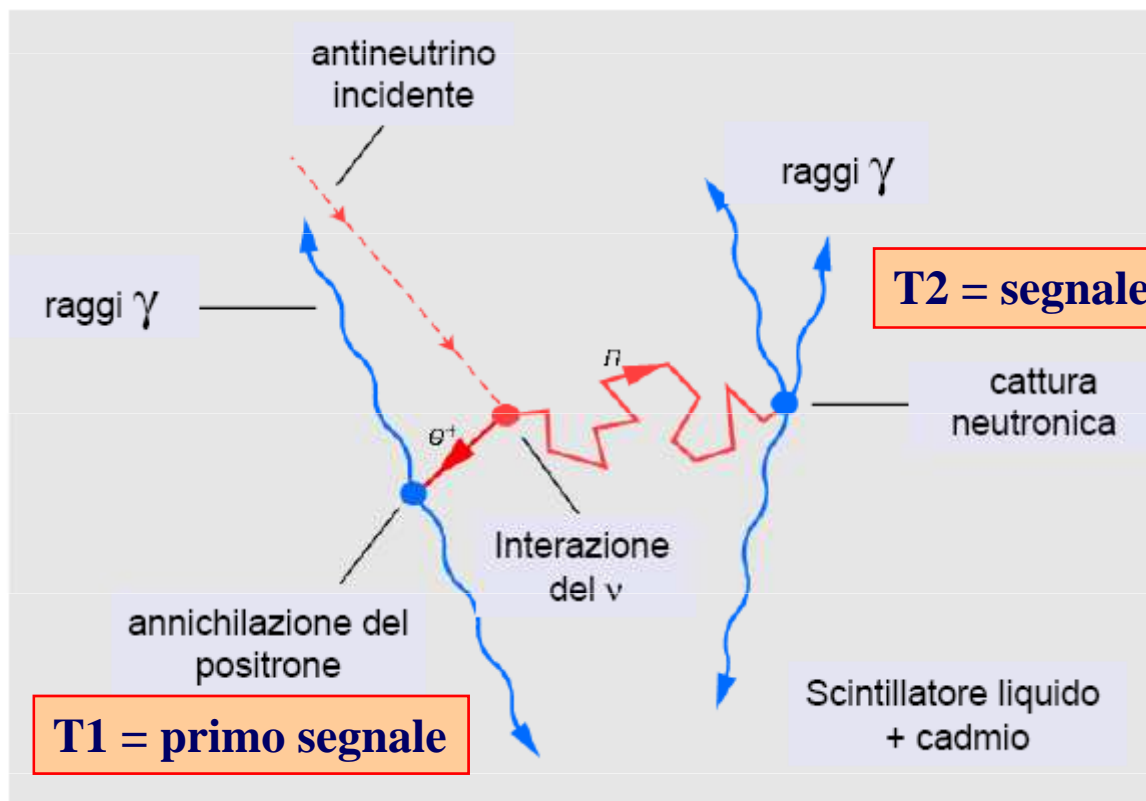
Le caratteristiche generali delle Interazioni deboli (WI) sono le seguenti:

- (i) Le particelle i cui decadimenti sono causati dall'interazione debole hanno vite medie relativamente lunghe (tipicamente dell'ordine di 10^{-10} s, da confrontare con i 10^{-19} s dei decadimenti via interazione elettromagnetica e 10^{-23} s di quelli via interazione forte).
- (ii) Le sezioni d'urto di processi dovuti all'interazione debole sono molto piccole, pur aumentando linearmente con l'energia nel laboratorio. A 1 MeV sono dell'ordine di 10^{-43} cm², a 1 GeV sono dell'ordine di 10^{-38} cm² (a questa energia sono circa 10^{12} volte più piccole delle sezioni d'urto di processi dovuti all'interazione forte).
- (iii) I neutrini sono soggetti alla sola interazione debole; i leptoni carichi sono soggetti all'interazione debole e a quella elettromagnetica.
- (iv) L'interazione debole non conserva alcune quantità che sono invece conservate nell'interazione elettromagnetica e/o in quella forte. Per esempio sono violate: la parità P , la coniugazione di carica C , la stranezza S (ma in un decadimento debole si ha una variazione regolare della stranezza, $\Delta S = \pm 1$), ecc.
- (v) L'interazione debole non gioca alcun ruolo nel "legare" sistemi submicroscopici, gioca un ruolo importante nei decadimenti radioattivi β e a livello cosmico. Per esempio la catena di reazioni nucleari all'interno del sole inizia e dipende criticamente dalla reazione $pp \rightarrow de^+\nu_e$ dovuta all'interazione debole.

La scoperta di ν_e (§8.5)

- L'esperimento venne realizzato nel 1954 a Savannah River Plant (USA) da Frederick Reines e Clyde L Cowan Jr.
- Lo scopo era la misura della sezione d'urto $\bar{\nu} + p^+ \rightarrow e^+ + n$
- L'energia tipica degli antineutrini era **1-2 MeV**
- Il reattore forniva un flusso sufficiente e controllato di $\bar{\nu}$ ($\Phi=10^{13} / \text{cm}^2 \text{ s}^1$)
- **Esercizio 1: Stimare il flusso di neutrini prodotti da una reattore nucleare di 1 GW alla distanza di 10 m**
- Il rivelatore consisteva in un contenitore con **200 litri di H₂O**, 40 Kg di CdCl₂ e 1400 litri di liquido scintillatore, che agiva sia da targhetta che da rivelatore.
- **Esercizio2: calcolare il numero di protoni liberi in 200 Kg di acqua.**
- ($R=0.6 \cdot 10^{28}$)
- La luce emessa nell'evento veniva rivelata da 100 foto-moltiplicatori, che circondavano il rivelatore.
- Il rivelatore era situato sottoterra, per fornire uno schermo ai Raggi Cosmici.

L'esperimento di Reines e Cowan



Detection of the Free Neutrino*

F. REINES AND C. L. COWAN, JR.

*Los Alamos Scientific Laboratory, University of California,
Los Alamos, New Mexico*

(Received July 9, 1953; revised manuscript received September 14, 1953)

- L'identificazione sperimentale di una interazione dovuta ad un antineutrino avveniva in *due steps*.

• ***Primo step***. Il neutrino interagisce con un protone libero, producendo un positrone ed un neutrone. ***Rivelazione di e^+*** . La particella si annichila quasi immediatamente, producendo un impulso rivelabile nel liquido scintillatore (due raggi gamma da 0.511 MeV)

• ***Secondo step***. Il neutrone (n) è rallentato (moderato) nello scintillatore. Il tempo di moderazione dipende dalla composizione del liquido. Nel caso in esempio, era di circa 25 μs .

• Il neutrone, una volta rallentato, viene catturato da un nucleo di Cd. La cattura di n produce un secondo impulso, dovuto all'emissione di un raggio gamma di energia compresa tra 3 e 10 MeV, e ritardato dal primo con un tempo caratteristico (***coincidenza ritardata di 25 μs***).

Misura della sezione d'urto nell'esperimento di Cowan Reines

- Nell'esperimento di R-C, venivano rivelati 3 eventi per ora ($N=3/3600$ *interazioni/s*).
- L'efficienza stimata ε di tutto il processo era di circa il 10%. ($\varepsilon=0.1$)
- La sezione d'urto stimata con questi dati, assumendo $N_T = 0.6 \times 10^{28}$ protoni:

$$N(\text{interazioni/s}) = \Phi_\nu (\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}) \cdot \bar{\sigma} (\text{cm}^2) \cdot N_T \cdot \varepsilon$$

$$\bar{\sigma} = \frac{N}{\Phi_\nu \cdot N_T \cdot \varepsilon}$$

Da cui, inserendo i dati numerici:

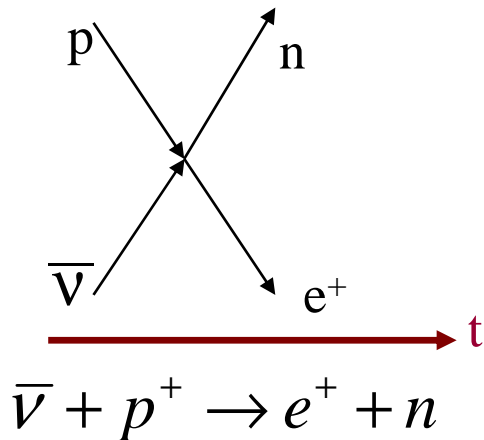
$$\bar{\sigma} = \frac{(3/3600)}{10^{13} \cdot 0.6 \times 10^{28} \cdot 0.10} = 1.3 \times 10^{-43} \text{ cm}^2$$

Questo valore deve essere confrontato con le previsioni teoriche del Modello di Fermi delle interazioni deboli.

Sezione d'urto del neutrino dalla teoria di Fermi (§8.6.1)

- La teoria di Fermi coinvolge l'interazione di 4 fermioni in un punto.
- **Universalità delle interazioni deboli** → stima della sezione d'urto dal valore della costante di Fermi ottenuta dal decadimento del neutrone.

$$\sigma(\text{cm}^2) = \frac{W(\text{s}^{-1})}{n(\text{cm}^{-3}) \cdot v_i(\text{cms}^{-1})}$$



- ove:

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} G^2 |M|^2 \frac{dN}{dE}$$

Nota: nel caso del decadimento del neutrone, assumemmo $|M|^2=1$. Nel caso trattato ora, conti più dettagliati mostrano che $|M|^2=4$. (vedi §8.6) Tuttavia, per semplicità, trascuriamo questo fattore che non altera molto il risultato finale.

- La densità degli stati:
$$dN_e = \frac{v d\Omega}{h^3} p_e^2 dp_e \stackrel{v=1}{\Omega=4\pi} \frac{p_e^2 dp_e}{2\pi^2 \hbar^3} . \quad (8.7a)$$

$$\sigma(\bar{\nu}_e p \rightarrow n e^+) = \frac{W}{c} = 2\pi G_F^2 |M|^2 \frac{dN}{dE} = \frac{G_F^2}{\pi} |M|^2 E^2 . \quad (8.27)$$

$$\sigma(\bar{\nu}_e p \rightarrow n e^+) = \frac{W}{c} = 2\pi G_F^2 |M|^2 \frac{dN}{dE} = \frac{G_F^2}{\pi} |M|^2 E^2 . \quad (8.27)$$

- Inseriamo ora i valori numerici:

$$G_F = 1.16 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

$$(\hbar c)^2 = 0.389 \text{ GeV}^2 \text{ mbarn}$$

$$E \approx 1 \text{ MeV} = 10^{-3} \text{ GeV}$$

$$|M|^2 = 4$$

$$\sigma(\bar{\nu}_e p \rightarrow n e^+) = \frac{4}{\pi} G_F^2 E^2 (\hbar c)^2 \quad (8.28)$$

$$= \frac{4}{\pi} \times (1.16 \times 10^{-5})^2 (\text{GeV}^{-2}) \times 0.389 (\text{GeV}^2 \text{ mb}) \times E^2 (\text{GeV})$$

$$= 0.67 \times 10^{-37} (\text{cm}^2) \times E^2 (\text{GeV}^2)$$

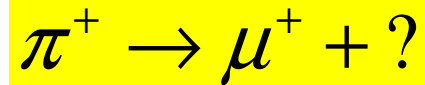
$$\sigma[\text{cm}^2] = 0.67 \times 10^{-43} E^2 [\text{MeV}]^2$$

- Confrontare con la misura
- Questo valore della sezione d'urto è estremamente piccolo. Il libero cammino medio λ in acqua corrisponde a 20 anni luce di acqua (7 pc):

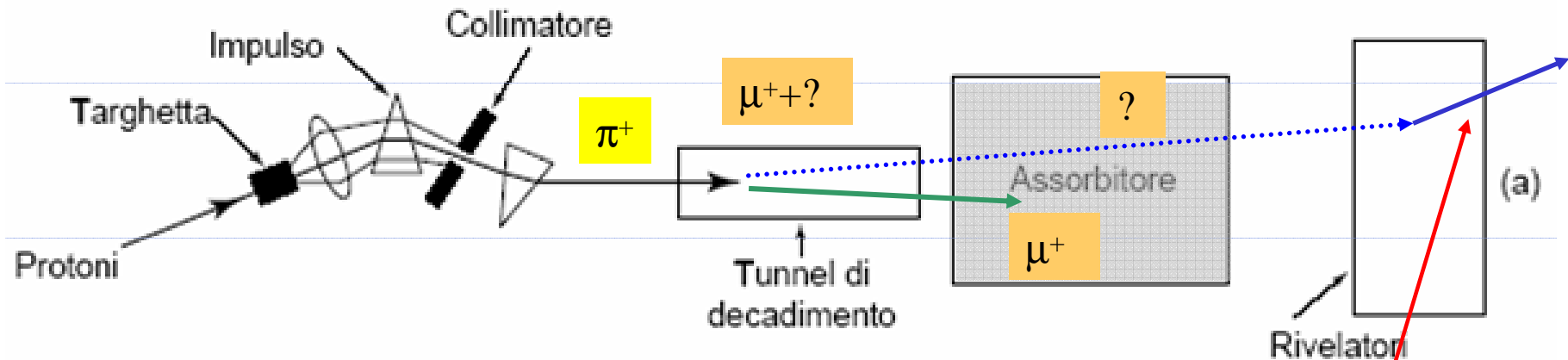
$$\lambda(\text{gcm}^{-2}) = (1/N_A \cdot \sigma) \simeq [(6 \times 10^{23})(7 \times 10^{-44})]^{-1} \simeq 2 \cdot 10^{19} \text{ gcm}^{-2} \quad (8.29)$$

Neutrini muonici (§8.7)

- Il “neutrino elettronico” non è il solo neutrino conosciuto. L’esistenza di una particella neutra, con una massa piccola (se non nulla), deve essere evocata anche in altre situazioni, come nel caso del decadimento del pione carico:



- La particella “?” è necessaria per la conservazione dell’energia e dell’impulso.
- La particella “?” potrebbe essere un neutrino elettronico? Fu necessario verificarlo sperimentalmente.



Leptone da identificare.
Muone!!

Fascio di neutrini muonici

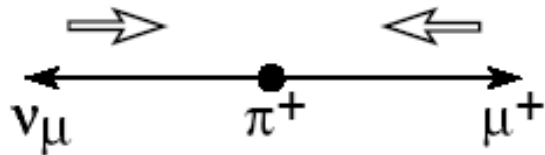
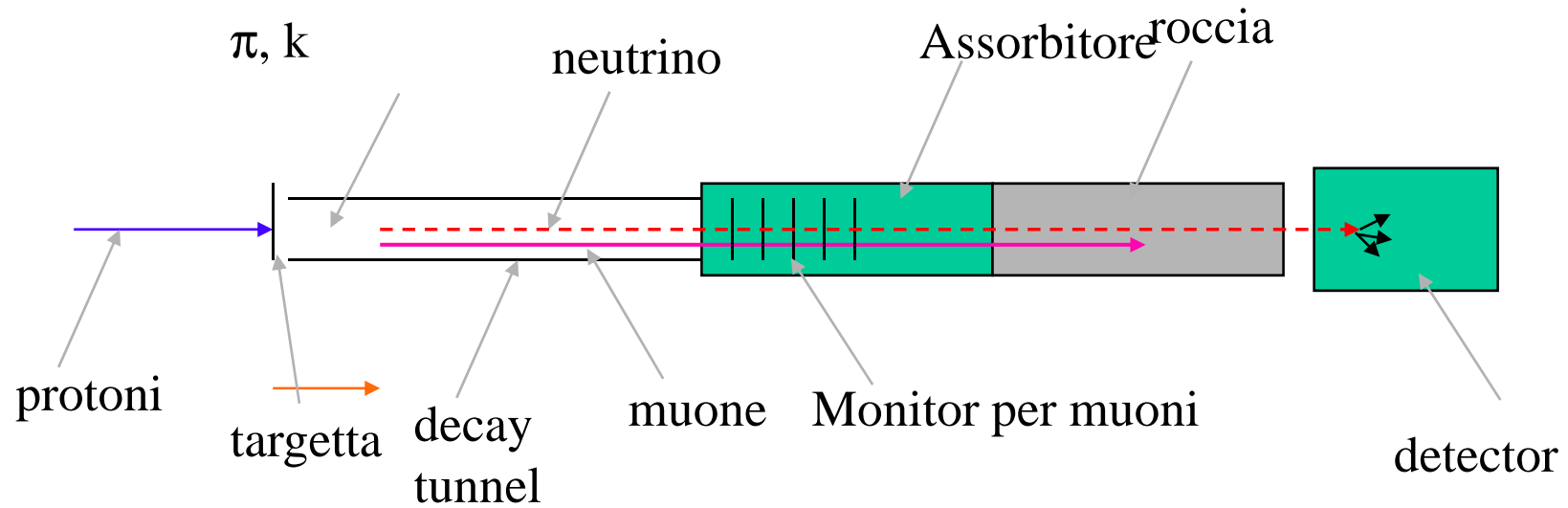


Illustrazione dell'impulso e dello spin delle particelle provenienti dal decadimento del pione positivo.

Proprietà generali dei neutrini

- In tutti i casi, negli esperimenti in cui si rivelava un neutrino proveniente dal decadimento del pione, venne identificato un *muone* e non un *elettrone*!
- Ciò significa che la particella neutra prodotta è un neutrino di un altro sapore, il *neutrino muonico*, che si differenzia dal neutrino elettronico perché produce sempre (o viene prodotto da) un muone. Analoga cosa per l'antineutrino.
- Oltre all'elettrone ed al muone, è conosciuto un terzo leptone, il tau. Anche il terzo leptone ha associato un suo proprio neutrino (il ν_τ)
- I neutrini esistono dunque in *tre differenti sapori*: ν_e , ν_μ , ν_τ
- I neutrini interagiscono solo per interazioni deboli.
- Teoria di Dirac \rightarrow i neutrini esistono con un solo stato di *elicità* (= proiezione dello spin lungo la direzione dell'impulso). L'elicità dei neutrini è sinistrorsa. Quella degli antineutrini, destrorsa (vedere Appendice 4)
- Le interazioni deboli conservano il sapore: neutrini muonici producono sempre muoni, e così per gli altri sapori.
- La massa del neutrino è nulla.

SPAZIO "PUBBLICITARIO": recenti scoperte, anche di natura astrofisica, modificano questi ultimi due aspetti! Seguite il corso di **Astrofisica delle Particelle/Fisica Cosmica** per saperne di più!

Sezione d'urto dei neutrini

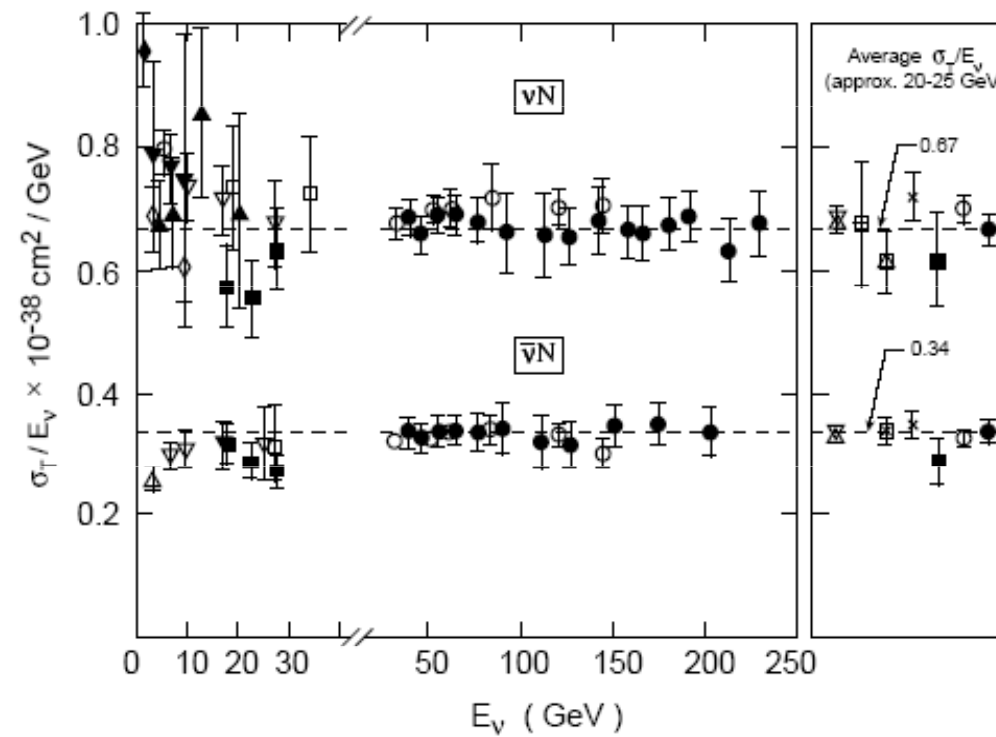


Figura 13.9: Sezioni d'urto totali $\nu_\mu N$ e $\bar{\nu}_\mu N$ in funzione dell'energia del neutrino nel laboratorio E_ν . In realtà sono graficate le costanti $a_{\nu_\mu N} = \sigma_{tot}^{CC} / E_{\nu_\mu}$ e $a_{\bar{\nu}_\mu N} = \sigma_{tot}^{CC} / E_{\bar{\nu}_\mu}$.

6. Principi di invarianza e conservazione (cap. 6)



In fisica, due aspetti importanti sono quelli dell'*invarianza* (o della *simmetria*) rispetto ad una trasformazione delle equazioni che descrivono un sistema (per es. una traslazione spaziale) e della *conservazione* di alcune grandezze fisiche (per es. la quantità di moto) qualunque sia l'evoluzione dinamica del sistema fisico in esame. Le proprietà di simmetria (o di invarianza) rappresentano caratteristiche astratte delle equazioni del formalismo matematico. Tali proprietà di invarianza sono intimamente legate alle leggi di conservazione: per esempio, la conservazione del momento angolare è intimamente legata all'invarianza per rotazioni spaziali. L'omogeneità e l'isotropia dello spazio sono intimamente legate alla conservazione del momento lineare e di quello angolare. Il *teorema di Noether* esprime in modo formale il fatto che ad ogni invarianza corrisponde una quantità fisica conservata e viceversa.

In meccanica quantistica, le leggi di conservazione possono essere **continue** o **discrete**, e sono espresse in termini di *operatori*. Una grandezza conservata (corrispondente ad un autostato di un operatore, che non varia col tempo) ha la caratteristica che l'operatore che la rappresenta *commuta* con l'operatore Hamiltoniano.

L'operatore "Parità" (§6.4)

L'operazione di inversione delle coordinate spaziali $[(x, y, z \rightarrow -x, -y, -z)$, ovvero $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$, ovvero "scambio della destra con la sinistra"] è un esempio di una *trasformazione discreta*, a differenza, per es., della *trasformazione continua* traslazione spaziale.

$$P\vec{r} = -\vec{r}$$

(6.1)

La sua applicazione ad una funzione d'onda dà:

$$P\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r})$$

(6.2)

L'operatore parità applicato due volte dà:

$$P^2\psi(\vec{r}) = PP\psi(\vec{r}) = P\psi(-\vec{r}) = \psi(\vec{r})$$

$$P\psi = p\psi = \pm\psi$$

(6.3)

ha autovalori $p = \pm 1$ (assumendo che ammetta autovalori). Si dice che la parità del sistema è positiva o negativa. Un esempio di funzione d'onda con parità positiva è la funzione $\psi(x) = \cos x$:

$$P \cos x = \cos(-x) = \cos x, \text{ cioè } p = +1, \text{ positivo}$$

Un esempio di funzione d'onda con parità negativa è la funzione $\psi(x) = \sin x$:

$$P \sin x = \sin(-x) = -\sin x, p = -1, \text{ negativo}$$

Esempio: Parità del fotone

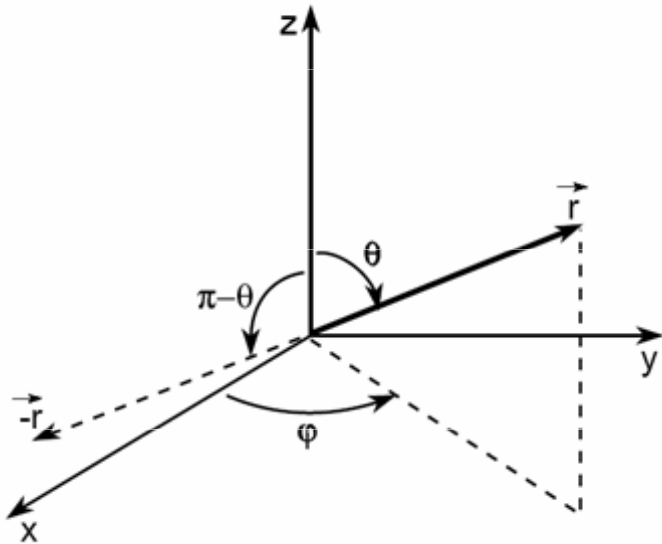
Nel caso di *stati legati atomici*, lo stato di un sistema è descritto dalle *armoniche sferiche*:

$$Y_\ell^m(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{(2\ell+1)(\ell-m)!}{4\pi(\ell+m)!}} P_\ell^m(\cos\theta) e^{im\varphi} \quad P_\ell^m(\cos\theta) \text{ sono i polinomi di Legendre}$$

L'inversione spaziale $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$ è equivalente a $\theta \rightarrow \pi - \theta$, $\varphi \rightarrow \pi + \varphi$

Dalle proprietà dei Polinomi Legendre:

$$PY_\ell^m(\theta, \varphi) = (-1)^\ell Y_\ell^m(\theta, \varphi)$$



Le transizioni di dipolo elettrico sono caratterizzate dalla regola di selezione: $\Delta\ell = 1$

In questa transizione, la parità dell'atomo cambia. Se assumiamo che nelle interazioni elettromagnetiche, la parità si conservi, ne segue che:

- **la parità del fotone emesso è -1.**

Gli operatori discreti danno luogo a numeri quantici **moltiplicativi**. La parità del sistema atomo- **fotone** $\psi = \psi_1\psi_2$ è data da $P = P_1P_2$.

Particelle e Parità

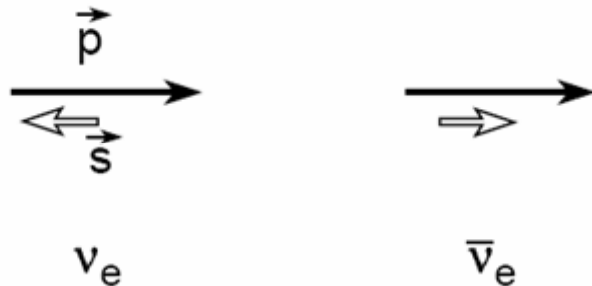
Ricordate: le particelle sono descritte da funzioni d'onda, che possono godere di particolari proprietà di simmetria. In particolare, **le particelle elementari sono descritte da funzioni d'onda con parità definita (*parità intrinseca*)**, come nel caso appena descritto del fotone.

La teoria di Dirac in particolare, prevede

- una *parità intrinseca opposta* per fermioni ed antifermioni
- **la stessa *parità intrinseca*** nel caso di particella ed antiparticella bosonica

Sperimentalmente, *la parità è conservata nelle interazioni elettromagnetiche e forti*, mentre **non lo è nel caso delle interazioni deboli**.

Violazione della parità nell'interazione debole. Vediamo ora un esempio di violazione di parità nell'interazione debole. Il neutrino dell'elettrone ha spin $s = 1/2$; potrebbe perciò avere due stati di polarizzazione, $s_z = \pm 1/2$. Si trova invece sperimentalmente che esiste solo lo stato di polarizzazione con componente antiparallela alla velocità ($s_z = -1/2$, si dice che il neutrino è *sinistrorso*); analogamente l'antineutrino ha solo $s_z = +1/2$, ed è *destrorso*,



Il neutrino è soggetto alla sola Interazione debole, che risulta *non invariante* per inversioni spaziali, cioè:

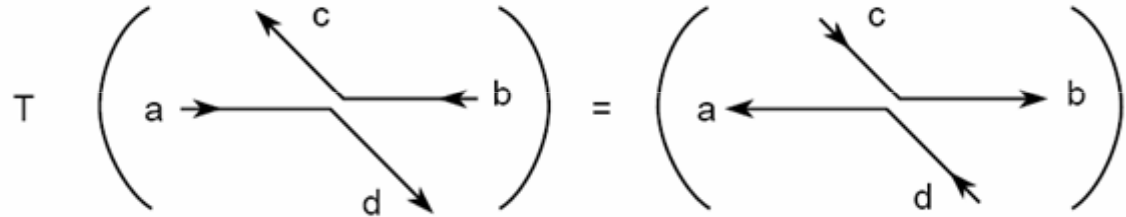
- non conserva la parità.

L'inversione temporale T (§6.7)

L'operatore "inversione temporale" inverte la coordinata temporale:

$$Tt = -t$$

$$T\psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}, -t)$$



Grandezza	Trasformazione	
	P	T
\mathbf{r}		
\mathbf{p}		
σ		
\mathbf{E}		
$\mathbf{B}^{(*)}$		

Tabella 6.2. Effetto dell'applicazione delle operazioni di parità (P) e di inversione temporale (T) su alcune grandezze fisiche fondamentali.

L'operatore "Coniugazione di carica" (§6.6)

$$Cq = -q$$

$$C\psi(q) = \psi(-q)$$

$$C^2q = CCq = C(-q) = q$$

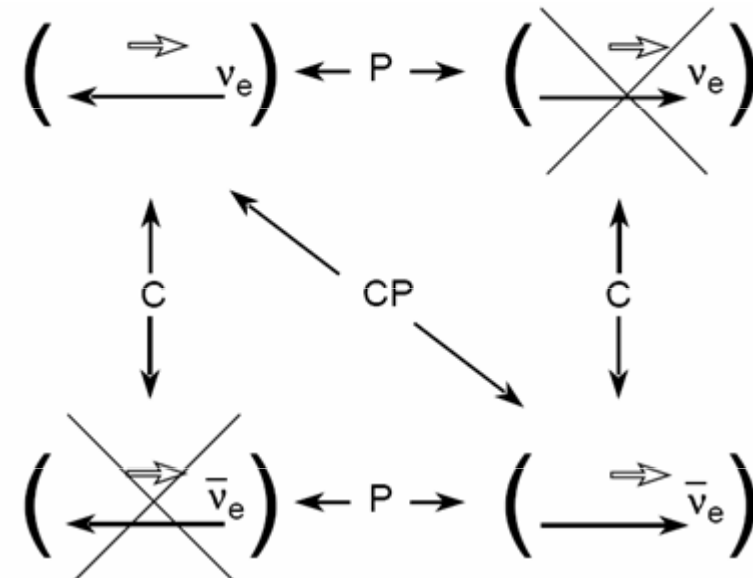
$$C^2\psi(q) = C\psi(-q) = \psi(q)$$

Gli unici autovalori possibili sono ± 1 .

L'operatore C trasforma una particella (anche neutra) nella corrispondente antiparticella.

	Carica elettrica q	Numero barionico B	Momento magnetico ($e\hbar/2m_p c$)	Spin (\hbar)
protone p	$+e$	$+1$	2.793	$1/2$
$Cp = \bar{p}$	$-e$	-1	-2.793	$1/2$

	Carica elettrica q	Numero elettronico L_e	Momento magnetico ($e\hbar/2m_e c$)	Spin (\hbar)
Elettrone e^-	$-e$	$+1$	-1.0012	$1/2$
$Ce^- = e^+$	$+e$	-1	$+1.0012$	$1/2$



L'operatore C su protone ed elettrone

Azione degli operatori "P" e "C" sugli stati di neutrino

Particelle e Coniugazione di Carica

L'interazione forte e quella elettromagnetica sono invarianti per l'operazione C , mentre non lo è l'interazione debole: C è conservato nell'interazione forte ed in quella elettromagnetica, è violato in quella debole.

Autostati di C . Applicando l'operatore C ad un mesone π^+ si ottiene un π^- :

$$C|\pi^+\rangle = |\pi^-\rangle$$

(Notare la notazione di uno stato come $|\pi^+\rangle$). È quindi ovvio che per π^+ e π^- non si può scrivere un'equazione agli autovalori, perchè l'applicazione di C ad uno di essi lo trasforma nell'altro. Invece l'applicazione di C al π^0 lo fa rimanere π^0 . Possiamo quindi scrivere un'equazione agli autovalori

$$C|\pi^0\rangle = \eta|\pi^0\rangle \tag{8.43}$$

- **La coniugazione di carica intrinseca può essere definita per le particelle neutre.** In particolare, si assume che la “coniugazione di carica intrinseca” per il **fotone sia -1**.
- **Poiché il π neutro decade in due fotoni, $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$** e C è un numero quantico moltiplicativo, si ha che $C(\pi^0) = +1$

Per i mesoni neutri si usa spesso la notazione J^{PC} ($= 0^{-+}$ per il π^0).

violazione di CP (§6.8)

- Dopo la scoperta della violazione di C e P nelle WI, si riteneva che queste conservassero CP (vedi figura: [Azione degli operatori “P” e “C” sugli stati di neutrino](#)).
- Nel 1964 si scoprì che un decadimento raro del mesone K_L^0 violava la conservazione di CP. Il canale predominante:

$$(K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0) \text{ con autovalore di } CP = -1 \quad (6.8)$$

In una piccola frazione dei casi (0.2%):

$$K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-, \text{ con autovalore di } CP = +1 \quad (6.9)$$

La piccola violazione di CP ha probabilmente giocato un ruolo molto importante nei primissimi attimi di vita dell'universo. Si ritiene che lo stato iniziale dell'universo avesse tutti i numeri quantici uguali a zero, quindi anche un ugual numero di particelle e antiparticelle. Ma dopo un breve periodo di vita (probabilmente al tempo $t \simeq 10^{-35}$ s) avvenne una transizione di fase, dopo la quale le particelle presenti cominciavano a decadere con una piccola violazione di CP che dava luogo ad una lieve prevalenza nel numero di particelle rispetto a quello delle antiparticelle (a livello di meno di una parte su di un miliardo). Quando più tardi avvenne l'annichilazione particella-antiparticella, restò solo quel piccolo (in percentuale) numero di particelle, quindi solo materia (l'idea base di questa catena di eventi è dovuta a Sacharov).

La piccola violazione di CP comporta una piccola variazione di T, poiché è possibile dimostrare che:

tutte le interazioni fondamentali sono invarianti per trasformazioni di CPT.

L'invarianza di CPT è una proprietà fondamentale delle teorie di campo quantistiche. Come conseguenza del teorema CPT, si ha che *ogni particella e la corrispondente antiparticella debbono avere la stessa massa, stessa vita media e momenti magnetici uguali, ma di segno opposto.*

Conservazione di	Interazione			N
	Forte	Elettromagnetica	Debole	
Energia-Impulso $E; \mathbf{p}$	sì	sì	sì	A
Momento angolare \mathbf{J}	sì	sì	sì	A
Parità P	sì	sì	no	M
Numero barionico B	sì	sì	sì	A
Numeri leptonici ^(b) L_e, L_μ, L_τ	sì	sì	sì	A
Carica elettrica Q	sì	sì	sì	A
Coniugazione di carica C	sì	sì	no	M
Inversione temporale T	sì	sì	sì ^(a)	M
CP	sì	sì	sì ^(a)	M
CPT	sì	sì	sì	M
Isospin "forte" I	sì	no	no	A
3 ^a comp. di isospin I_z	sì	sì	no	A
Stranezza S	sì	sì	no	A

Tabella 6.5. Leggi di conservazione e loro validità nei processi dovuti all'interazione forte, EM e debole. I numeri quantici N sono additivi (A) o moltiplicativi (M). ^(a) Eccetto che per alcuni decadimenti dei mesoni K^0, \bar{K}^0 (e B^0, \bar{B}^0). ^(b) Eccetto per le oscillazioni dei neutrini, §12.6.

7. Le interazioni forti e il modello statico dei quarks (cap. 7)



Ciascun adrone è caratterizzato da:

- **Massa**
- Numeri quantici provenienti da *simmetrie spaziali*: J, P, C. Si indicano:
 - J^P (ad es. per il protone: $\frac{1}{2}^+$)
 - J^{PC} (ad es. per particelle che sono anche autostati di C (π^0 : 0^{+-}))
- Numeri quantici *interni*: carica Q, numero barionico B (sempre conservati), ed i nuovi numeri quantici dovuti ai quark: s,c,b,t (conservati da SI e EM)
- I numeri quantici delle particelle sono definiti nei loro *processi di interazione*. Ad esempio :

$p + p \rightarrow p + n + \pi^+$	$p + p \rightarrow p + p + \pi^0$	$p + \pi^- \rightarrow \pi^0 + n$
Q= 2 1 1	Q= 2 2 0	Q= 1 -1 0
S= 0 0 0	S= 0 0 0	S= 0 0 0
B= 2 2 0	B= 2 2 0	B= 1 0 1

Già negli anni '60 il crescente numero di adroni e le regolarità da questi presentate portarono a ritenere che gli adroni non fossero particelle elementari, ma fossero costituiti da entità più piccole, i quark. Inizialmente si pensò che vi fossero 3 tipi di quark (u, d, s) più i relativi antiquark. Oggi se ne conoscono 6 tipi: u, d, s, c, b, t .

Quarks u, d : l'isospin forte (§7.2)

Isospin forte. La somiglianza delle proprietà fisiche del neutrone e del protone permette di considerare queste due particelle come due diversi stati di una stessa particella: il *nucleone*. I due stati, protone e neutrone, differiscono per il valore della carica elettrica e sono quindi differenti per quanto riguarda l'interazione elettromagnetica. Sono invece identici per quanto riguarda l'interazione forte.

$$I_z = +1/2 \text{ corrisponde al protone}$$

$$I_z = -1/2 \text{ al neutrone}$$

Si possono applicare queste considerazioni anche ai quark: i quark u, d costituiscono un doppietto di isospin forte, mentre i quark c, s, b, t sono singoletti.

- Si è trovato che lo *spin isotopico forte* si conserva nelle Interazioni forti ed elettromagnetiche, mentre non è conservato nei decadimenti dovuti alle interazioni deboli.

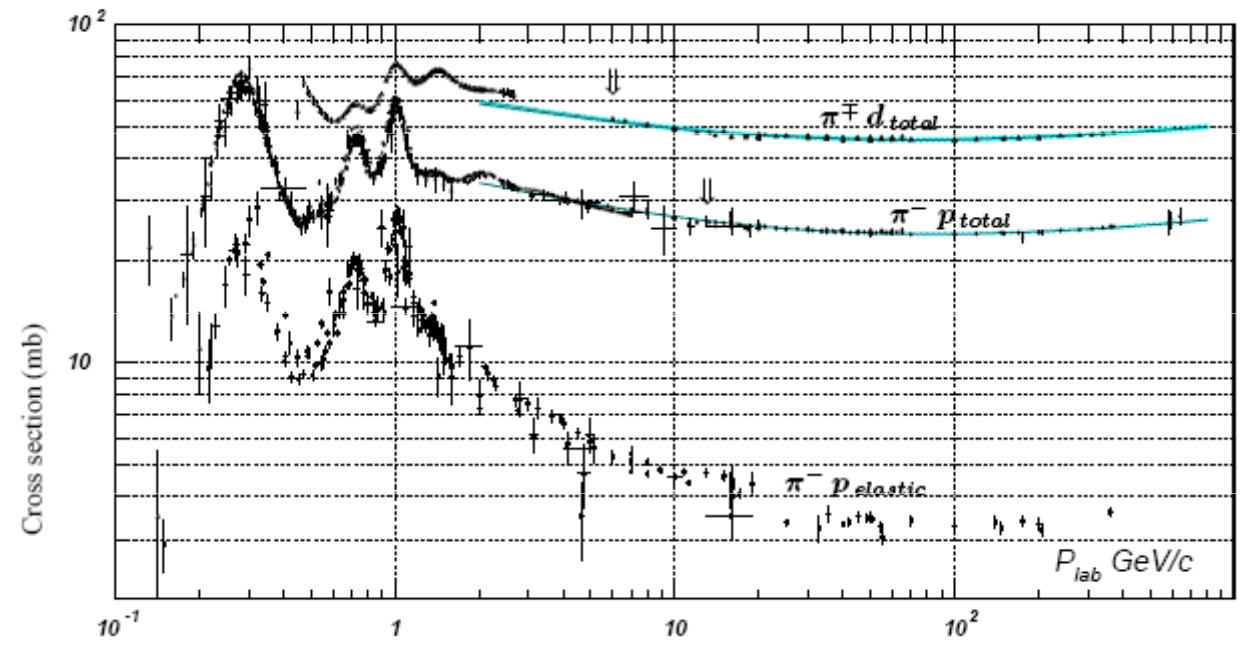
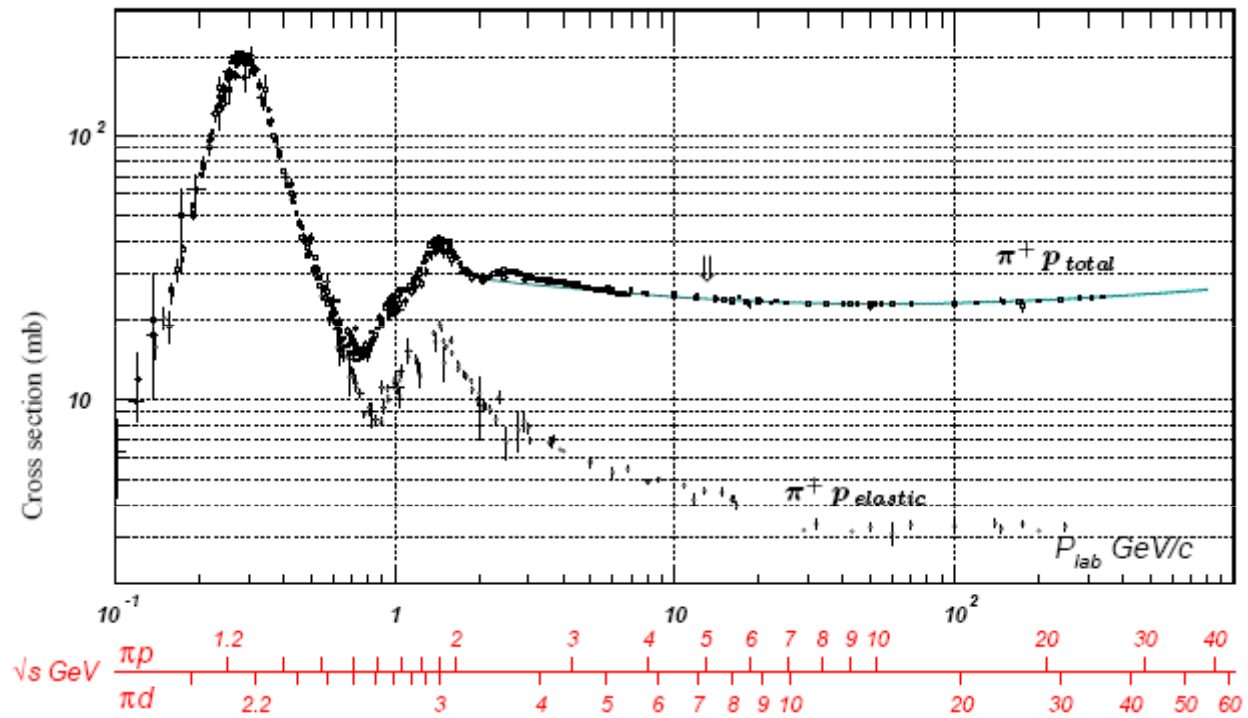
Sezione d'urto -interazioni forti (§7.3)

- Le particelle soggette alle interazioni forti hanno due caratteristiche:
 - elevata probabilità di produzione (sezione d'urto)
 - sezione d'urto **geometrica** $\sigma = \pi R_0^2$
 - una vita media estremamente piccola ($\sim 10^{-23}$ s)
- Per questo motivo, non possono essere scoperte con tecniche sperimentali di *visualizzazione* (camere a bolle, sistemi traccianti,...), ma come un innalzamento della sezione d'urto di *produzione*.
- Per questo motivo (e per le tecniche matematiche) vengono definite *risonanze*.
- **Libero cammino medio:**

$$-dI = I\sigma N_n dx$$

$$I(x) = I(0) e^{-N_n\sigma x} = I(0) e^{-\mu x} = I(0) e^{-x/\lambda}$$

$$\lambda = 1/\mu = 1/N_n\sigma \quad (cm)$$



Le risonanze (§7.4)

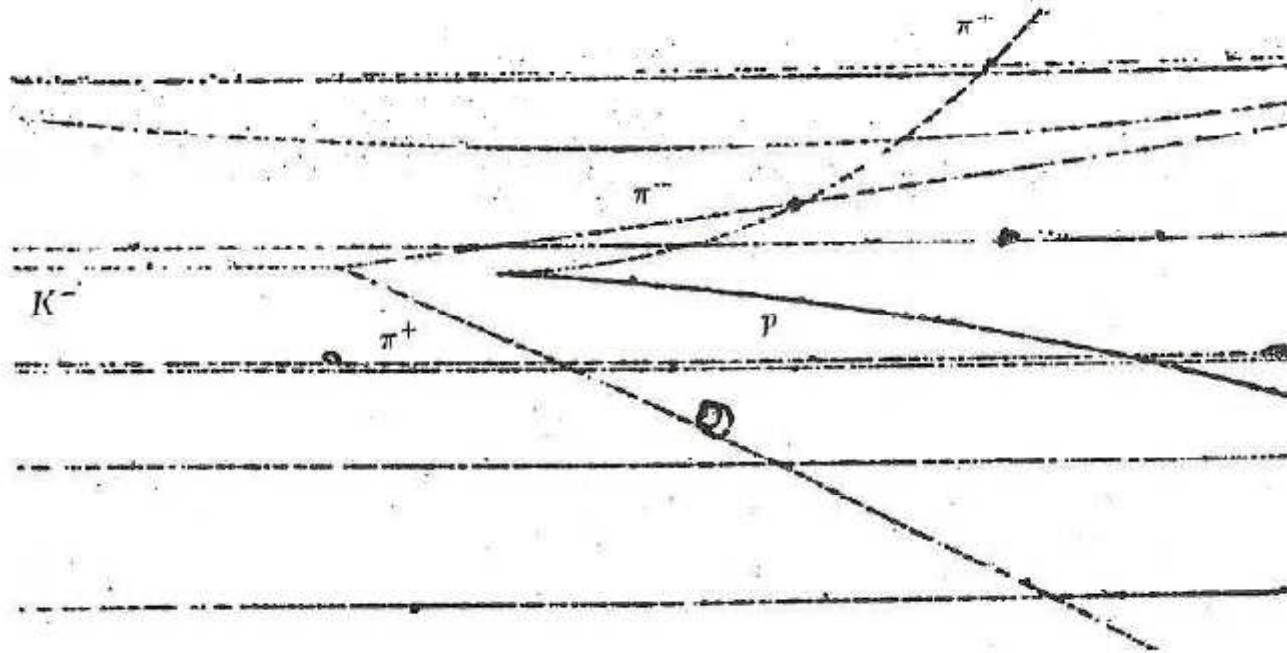


Figura 7.4. Interazione di un mesone K^- di $4.2 \text{ GeV}/c$ in camera a bolle a idrogeno. Nell'interazione vengono prodotti due pioni carichi e la Λ^0 , che poi decade in un protone e un pione negativo (da R.T.Van de Walle, Foto CERN, Ginevra).

- Le *risonanze hanno massa e numeri quantici ben definiti*. Sono prodotte per un certo valore dell'impulso delle particelle incidenti, e per un particolare valore del momento angolare, parità, spin.
- Una risonanza è caratterizzata da un valore dell'energia di formazione E_R (o massa della risonanza) e dalla sua larghezza Γ (legata alla sua vita media).

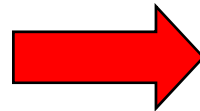
La formula di Breit-Wigner (B-W) (§7.5)

- La forma della sezione d'urto in prossimità di una risonanza è descritta da una formula detta di Breit-Wigner (B-W), che ne definisce **massa** e **vita media**..
- (La B-W può essere rigorosamente ricavata utilizzando il formalismo dello sviluppo in onde parziali della particella incidente sull'adrone).
- L'ampiezza Γ della risonanza e la sua vita media τ sono legate dal principio di indeterminazione: $\tau\Gamma = \hbar$.
- La dipendenza dell'ampiezza della sezione d'urto con l'energia, corrisponde alla *Trasformata di Fourier* di una funzione d'onda la cui ampiezza diminuisce nel tempo in modo esponenziale (decadimento radioattivo della risonanza):

$$\omega_R = E_R/\hbar \quad \tau = \hbar/\Gamma:$$

*Dimensionalmente,
sono una energia!*

$$\begin{aligned} \psi(t) &= \psi_0 e^{-i\omega_R t} e^{-t/2\tau} \\ &= \psi_0 e^{-t(iE_R + \Gamma/2)} \end{aligned}$$



$$I(t) = \psi(t)^* \psi(t) = I_0 e^{-t/\tau}$$

- La *Trasformata di Fourier* della funzione d'onda $\psi(t)$ è una funzione d'onda che dipende dall'energia E :

$$\chi(E) = \int \psi(t) e^{-iEt} dt = \psi_0 \int e^{-t[(\Gamma/2)+i(E_R-E)]} dt =$$

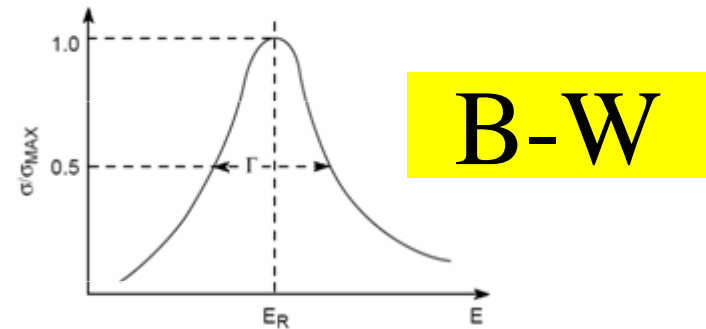
$$= \frac{K}{(E_R - E) - i\Gamma/2}$$

- Per determinare il valore della costante K , utilizziamo la condizione di normalizzazione: $[\chi(E)^* \chi(E)]_{\max} = 1$, che possiamo calcolare quando $E = E_R$:

$$1 = 4K^2/\Gamma^2, \text{ da cui } K = \Gamma/2$$

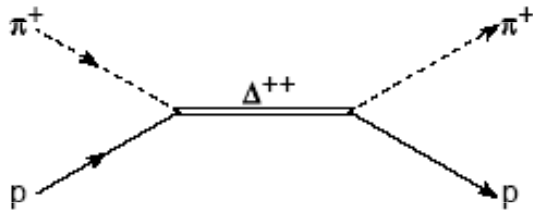
- La sezione d'urto elastica in termini dell'ampiezza Γ rappresenta la formula di Breit- Wigner:

$$\sigma_{el} = \sigma_o \chi_E^* \chi_E = \sigma_o \frac{\Gamma^2/4}{(E_R - E)^2 + \Gamma^2/4}$$

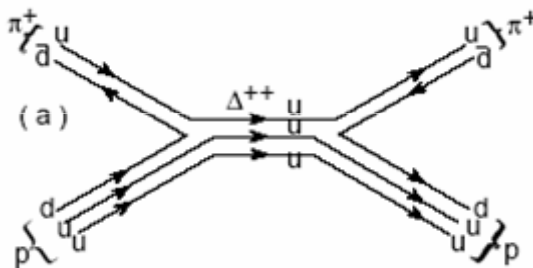


La risonanza Δ^{++} (§7.5.1)

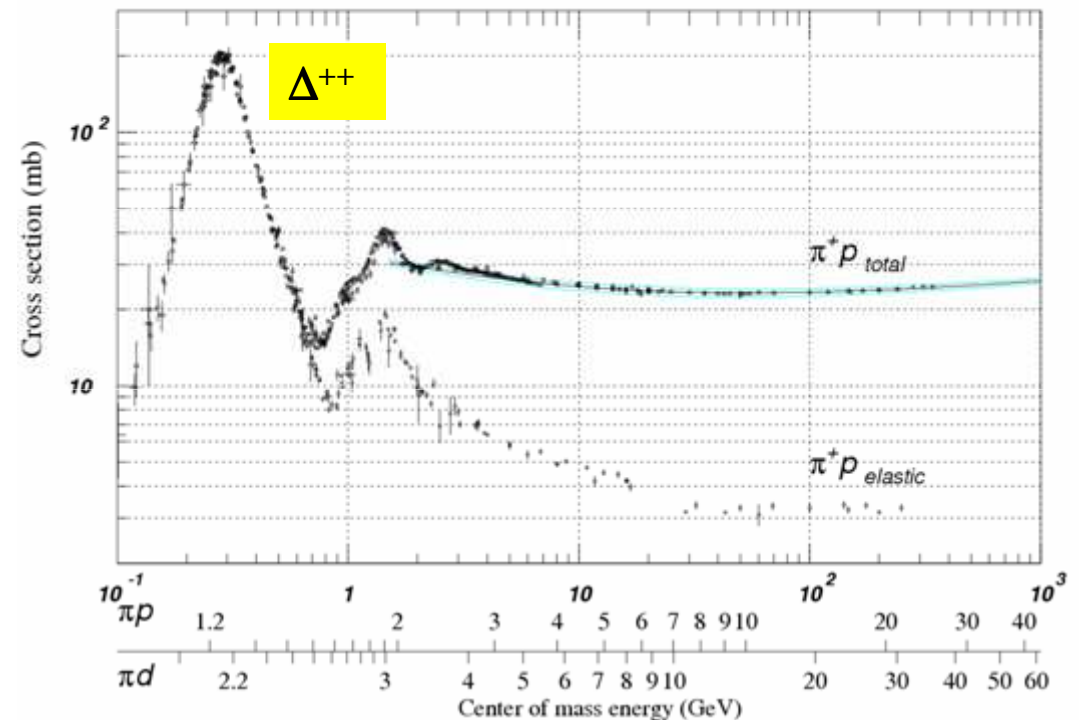
- L'esempio più famoso di risonanza (Δ^{++}) è nella sezione d'urto totale π^+p per $T_\pi=191$ MeV. E' dovuta ad un'onda P ($l=1$).
- La larghezza della Δ^{++} è $\Gamma=120$ MeV.



Formazione della Δ^{++} nell'interazione di scattering elastico π^+p



Interpretazione in termini di quark costituenti la Δ^{++}

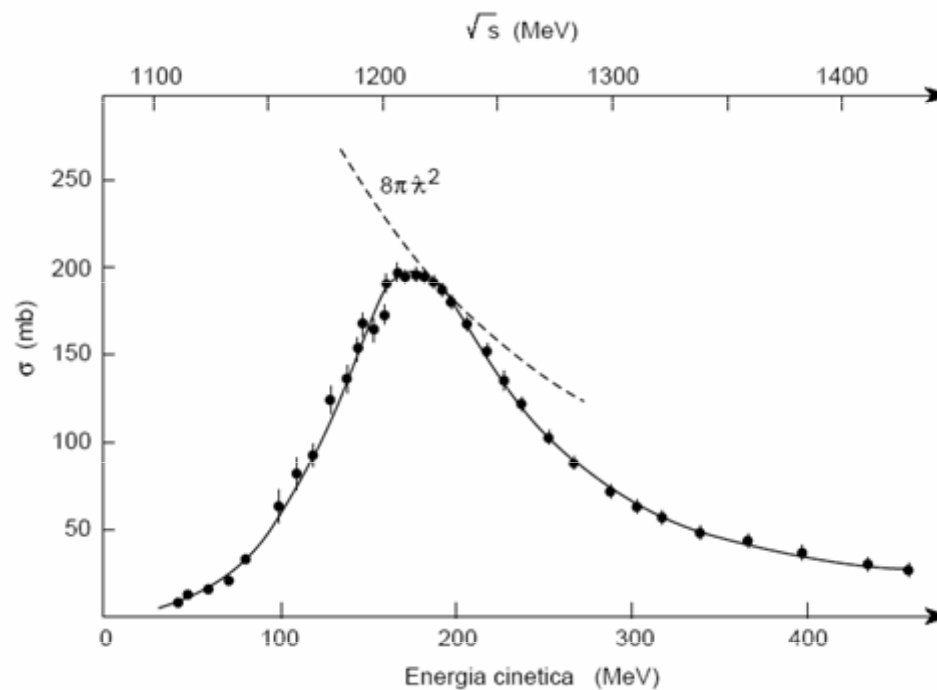


Esercizio: Mostrare che ciò corrisponde ad una energia totale nel c.m. $E=1232$ MeV

Il picco a 1.2 GeV corrisponde alla energia di risonanza E_R .

• Vita media della risonanza: sempre dalla figura, si ottiene $\Gamma=120 \text{ MeV}$;
allora, dalla relazione $\tau = \hbar/\Gamma$ si ottiene $\tau \cong 0.7 \cdot 10^{-23} \text{ s}$

• Si ottiene anche lo spin della risonanza: $J=3/2$



Il quark s e la stranezza (§7.6)

Negli anni '50 furono introdotte varie classificazioni degli adroni; sono queste classificazioni che hanno poi indicato la natura composta degli adroni.

La “stranezza” S è un numero quantico introdotto per descrivere le *particelle “strane”* (gli *adroni strani*), così chiamate a causa della loro produzione abbondante (“produzione forte”) e del loro “decadimento debole”. S è conservato nei processi dovuti all’interazione forte e in quelli dovuti all’interazione EM ed è violato nell’interazione debole.

Si attribuisce stranezza $S = 0$ ai pioni, ai nucleoni e agli stati (risonanze) che si possono pensare formati da pioni e nucleoni. Per le particelle strane è $S \neq 0$. Si ha così:

$S = 0$	per	$\gamma, \pi^0, \pi^+, \pi^-, p, n, N^*, \Delta$
$S = +1$	per	$K^+, K^0, \bar{\Lambda}^0, \bar{\Sigma}^+, \bar{\Sigma}^-, \bar{\Sigma}^0$
$S = -1$	per	$K^-, \bar{K}^0, \Lambda^0, \Sigma^+, \Sigma^-, \Sigma^0$
$S = -2$	per	Ξ^-, Ξ^0
$S = -3$	per	Ω^-

Secondo il modello statico a quark le particelle strane con $S = -1$ contengono un quark s (strano), quelle con $S = -2$ contengono due quark s , la Ω^- con $S = -3$ contiene 3 quark s . Le antiparticelle strane con $S = +1$ contengono un antiquark strano \bar{s} , ecc.

- Fino a metà degli anni '70, erano conosciute particelle costituite dei soli quarks u, d ed s . Si pensò a qualche sorta di “simmetria”, che venne denominata $\mathbf{SU(3)}_{\text{sapo}}^{\text{od}}$.

La scoperta del quark s : la produzione associata

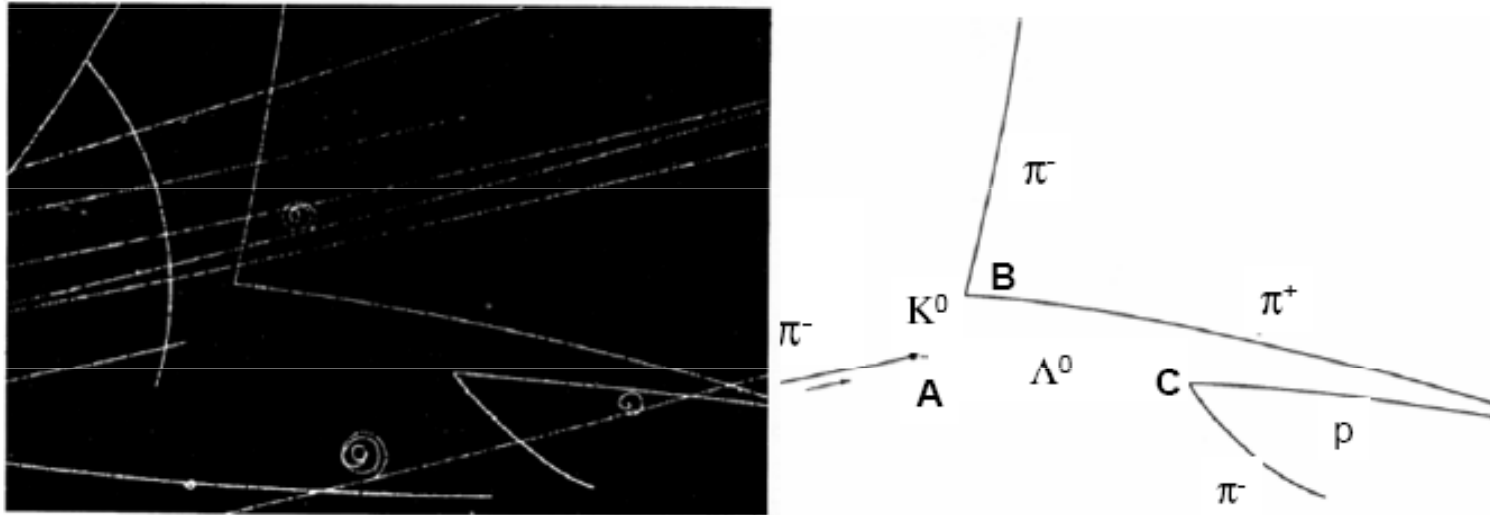


Figura 7.11. Esempio di produzione associata di due particelle strane (il mesone K^0 e il barione Λ^0) e del loro decadimento. In A avviene la produzione associata $\pi^- p \rightarrow \Lambda^0 K^0$. Il mesone K^0 viaggia da A a B, dove decade in due particelle cariche ($K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$); il barione Λ^0 viaggia da A a C, dove decade, $\Lambda^0 \rightarrow p \pi^-$.

- Il mesone K^0 ha $s=+1$; il barione Λ^0 $s=-1$
- *La produzione ($s=+1-1=0$) avviene con sezioni d'urto tipiche delle interazioni forti*
- *La vita media delle particelle che decadono è lunga, e tipica delle interazioni deboli. La stranezza non è conservata!!*
- Eventi come questi sono attesi dalla teoria a quark degli adroni, sviluppata da **A. Pais** e **M. Gell-Mann**

Classificazione degli adroni composti dai quark u, d, s

- i **barioni** sono formati da 3 quark (chiamati *quark di valenza*), gli antibarioni da 3 antiquark ;

$$(\uparrow\uparrow\uparrow)$$

$$(\uparrow\uparrow\downarrow)$$

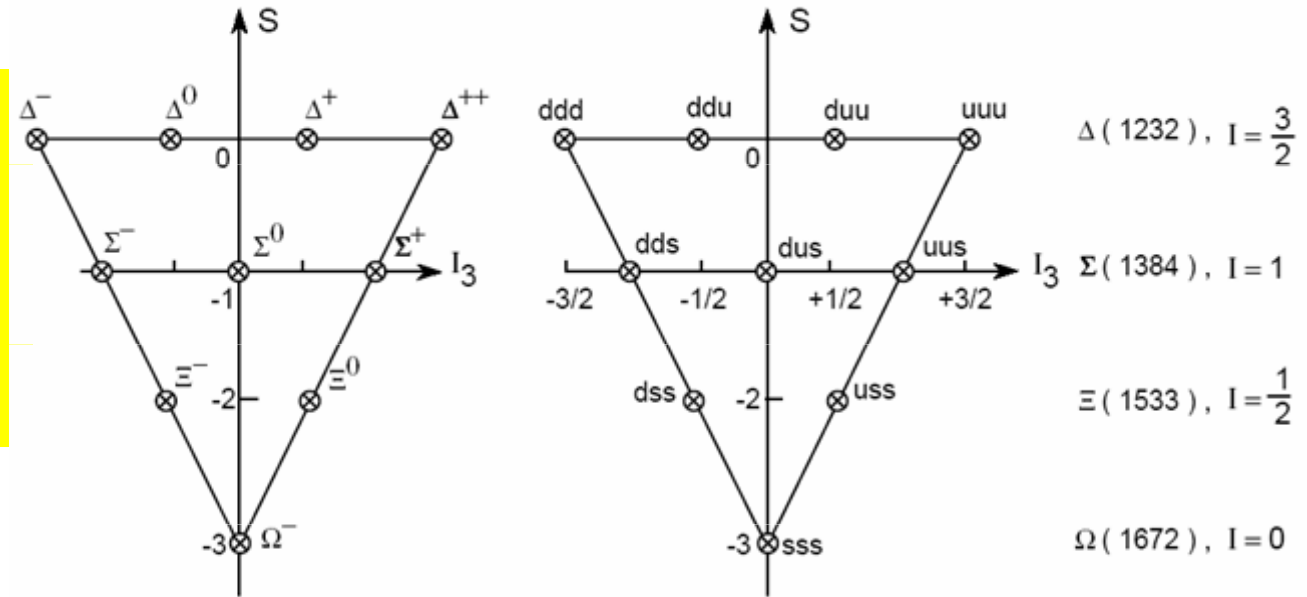
- i **mesoni** sono formati da un quark e un antiquark.

$$(\uparrow\uparrow)$$

$$(\uparrow\downarrow)$$

Il decupletto barionico

$J^P = 3/2^+$



Consideriamo i barioni: essi sono costituiti da 3 quark, e poiché esistono 3 sapori “leggeri”, possono formarsi $3^3 = 27$ combinazioni. Tuttavia, i barioni che hanno spin $3/2$ (ossia, tutti gli spin dei quark paralleli) esistono in sole 10 stati. Esiste un *principio di simmetria* che giustifica tale selezione. Consideriamo uno stato con 3 q. dello stesso sapore (uuu): *funzione d’onda simmetrica per il sapore*.

$$\begin{aligned}
 \Delta^- &= (ddd) & \Delta^0 &= \frac{(ddu + udd + dud)}{\sqrt{3}} & \Delta^+ &= \frac{(duu + udu + uud)}{\sqrt{3}} & \Delta^{++} &= (uuu) \\
 \Sigma^{*-} &= \frac{(dds + sdd + dsd)}{\sqrt{3}} & \Sigma^{*0} &= \frac{(dsu + uds + sud + sdu + usd + dus)}{\sqrt{6}} & \Sigma^{*+} &= \frac{(uus + suu + usu)}{\sqrt{3}} \\
 \Xi^{*-} &= \frac{(dss + sds + ssd)}{\sqrt{3}} & \Xi^{*0} &= \frac{(sus + ssu + uss)}{\sqrt{3}} \\
 \Omega^- &= sss
 \end{aligned}
 \tag{7.43}$$

“L’ultima particella”: la Ω^-

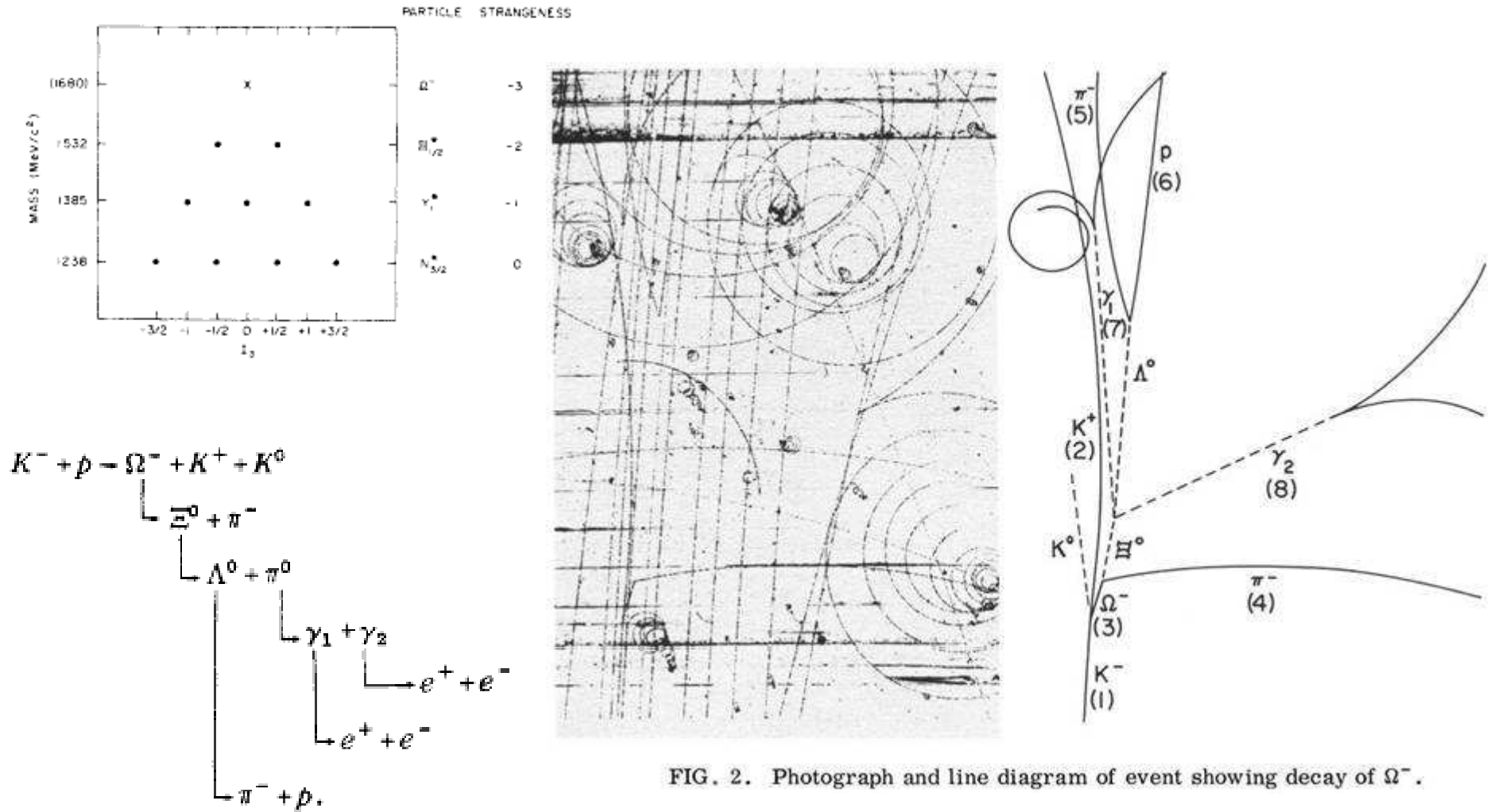
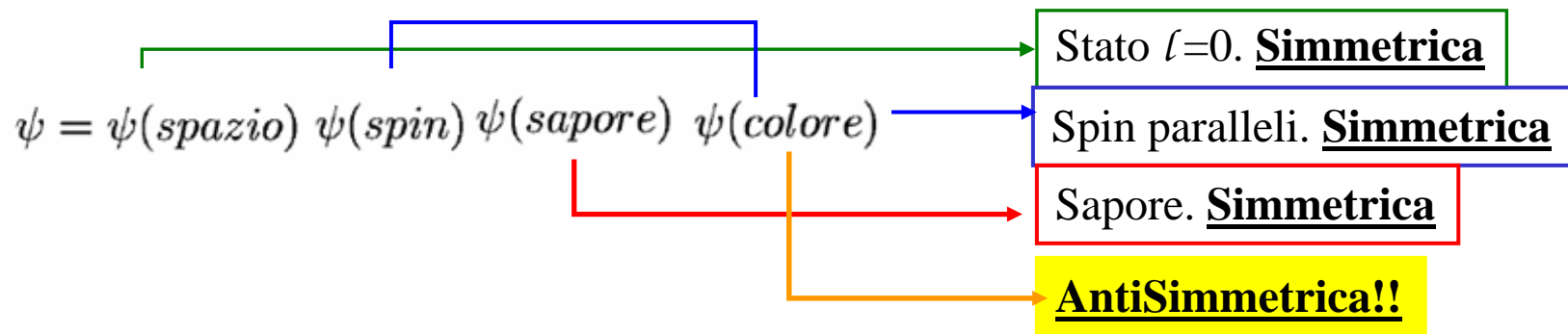


FIG. 2. Photograph and line diagram of event showing decay of Ω^- .

Il colore

Nell'ambito di questo modello si ha una difficoltà legata alla connessione spin-statistica. Adroni costituiti da 3 quark sono certamente fermioni e come tali debbono possedere una funzione d'onda totale antisimmetrica rispetto allo scambio di due qualsiasi dei 3 quark. Ma la funzione d'onda $[\psi(\text{spazio}) \psi(\text{spin}) \psi(\text{sapore})]$ è simmetrica rispetto a questo scambio !



Si assume che la *carica di colore* di un quark abbia 3 possibili valori, *rosso*, *blu* e *verde*. Gli antiquark hanno un *anticolore*. Si assume poi che le interazioni fra quark siano invarianti per uno scambio di *colore*, siano cioè descritte dal gruppo di simmetria $SU(3)_C$

Si assume poi che tutti gli adroni debbano essere senza colore (singoletti di colore); Gli stati più semplici senza colore sono **quark** - **antiquark** per i mesoni e **qqq** per i barioni..

Esistono altre evidenze sperimentali per il colore (e+e- in adroni). La teoria delle interazioni forti viene chiamata *cromodinamica quantistica*

L'ottetto barionico $J^P = 1/2^+$ (§7.9)

Costruiamo il protone:
consideriamo dapprima
una coppia di quark u, d :

$$(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)/\sqrt{2}$$

$$(ud - du)/\sqrt{2}$$



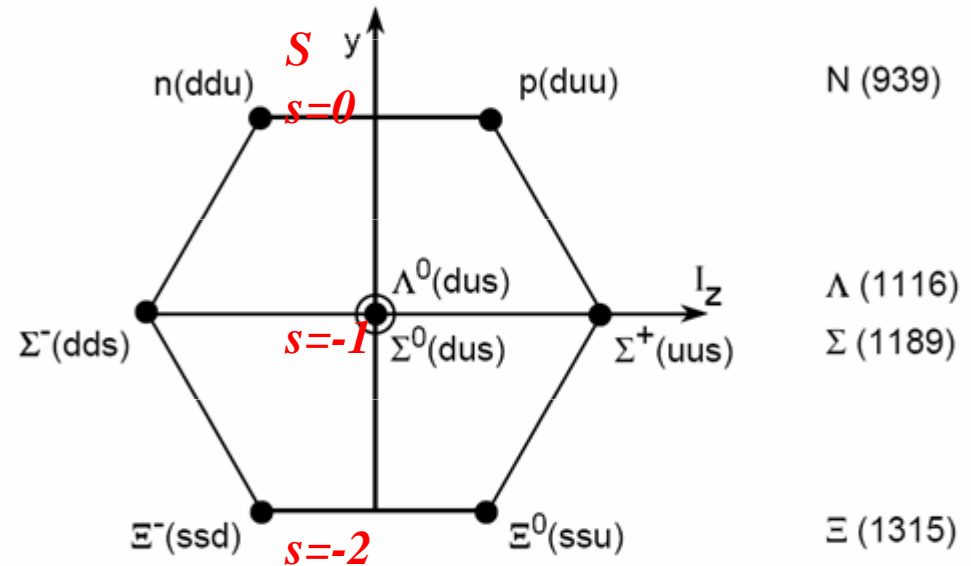
$$A = u_\uparrow d_\downarrow - u_\downarrow d_\uparrow - d_\uparrow u_\downarrow + d_\downarrow u_\uparrow$$

Aggiungiamo ora il terzo
quark, nella combinazione Au_\uparrow .

$$= (2u_\uparrow u_\uparrow d_\downarrow + 2d_\downarrow u_\uparrow u_\uparrow + 2u_\uparrow d_\downarrow u_\uparrow - u_\downarrow d_\uparrow u_\uparrow - u_\uparrow u_\downarrow d_\uparrow - u_\downarrow u_\uparrow d_\uparrow - d_\uparrow u_\downarrow u_\uparrow - u_\uparrow d_\uparrow u_\downarrow - d_\uparrow u_\uparrow u_\downarrow)/\sqrt{18}$$

Questo stato è **globalmente simmetrico** nello spazio, nello spin e nel sapore con $J^P = 1/2^+$. **La composizione in quarks dell'ottetto barionico:**

- Costruiamo la struttura a quark dei membri dell'ottetto barionico $1/2^+$ assumendo
- funzione d'onda spaziale $\ell = \ell' = 0, L = \ell + \ell' = 0$, funzione simmetrica
 - funzione d'onda di spin $\uparrow\downarrow\uparrow$ in combinazioni antisimmetriche
 - funzione d'onda di sapore in combinazioni antisimmetriche
 - funzione d'onda di colore in combinazioni antisimmetriche.
- globalmente simmetrica



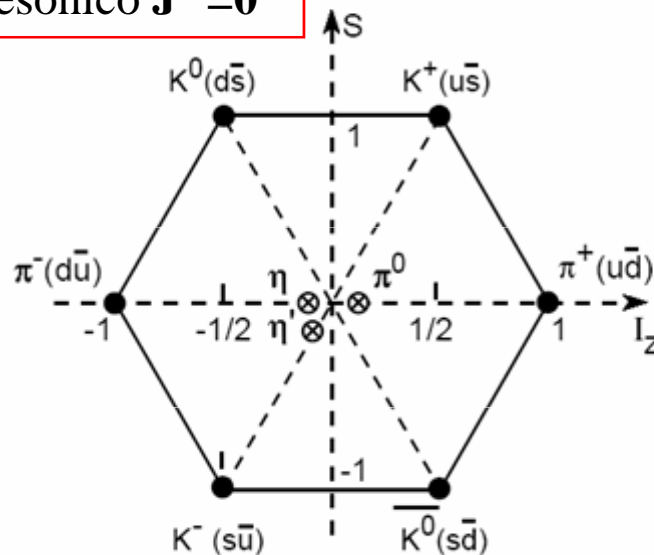
I mesoni pseudoscalari $J^P=0^-$ e vettoriali $J^P=1^-$ (§7.10, §7.11)

I mesoni con $s=0$ e parità negativa: $J^P=0^-$ formano un nonetto, composti da 8 particelle con particolari proprietà di simmetria, più uno stato di singoletto. Gli 8 membri dell'ottetto possono essere pensati come un'unica particella per le *interazioni forti*.

La combinazione $q \bar{q}$ per i mesoni pseudoscalari $J^P=0^-$ ha:

- $J=0$ (momento angolare orbitale=0 + spin opposti)
- Parità $P=-1$ (opposta parità $q \bar{q}$)

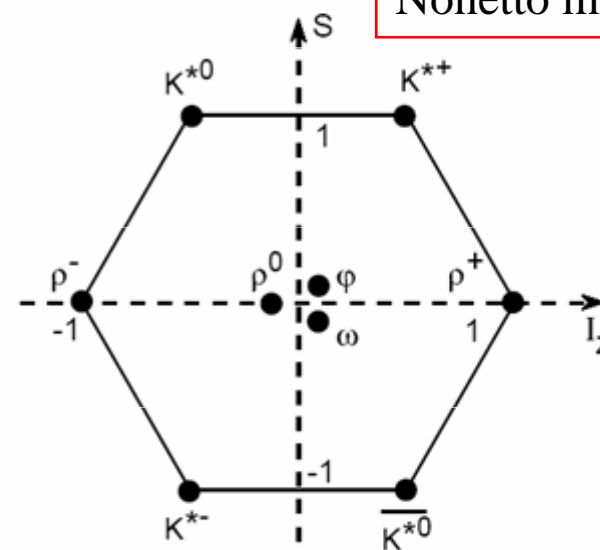
Nonetto mesonico $J^P=0^-$



La combinazione $q \bar{q}$ per i mesoni vettoriali $J^P=1^-$ ha:

- $J=1$ (momento angolare orbitale=0 + spin paralleli)
- Parità $P=-1$ (opposta parità $q \bar{q}$)

Nonetto mesonico $J^P=1^-$



I quarks c , b e t

- A partire dagli anni 70, vennero scoperte in macchine acceleratrici altre particelle che richiedevano l'introduzione dei quarks chiamati c (charme), b (beauty) e t (top).
- Charm e beauty (cap. 9) vennero scoperti in macchine $e+e^-$ (beauty anche in un esperimento $p+Be$); il quark top al Tevatron (protoni+antiprotoni).
- In analogia al quark s , vennero definiti i numeri quantici mostrati in tabella.

Sapore (Flavour)	I	I_3	S	c	b	t	Q/e
d	1/2	-1/2	0	0	0	0	-1/3
u	1/2	+1/2	0	0	0	0	+2/3
s	0	0	-1	0	0	0	-1/3
c	0	0	0	+1	0	0	+2/3
b	0	0	0	0	-1	0	-1/3
t	0	0	0	0	0	+1	+2/3

I sei quarks (§7.13)

- Numeri quantici (*sapori*) dei 6 Quarks. I sapori sono legati dalla relazione:

$$Q = I_3 + \frac{B + S + c + b + t}{2} = I_3 + \frac{Y}{2}$$

- La quantità $Y=B+S+c+b+t$ è chiamata *ipercarica forte*.

Secondo il *modello statico a quarks* degli adroni:

- i **barioni** sono formati da **3 quark** di valenza
- gli **antibarioni** da **3 antiquark** di valenza
- i **mesoni** da un **quark ed un antiquark**

I quark costituenti spiegano le regolarità dello spettro adronico; ma potrebbero costituire una finzione matematica perchè non si sono mai osservati *quark liberi*. Diventa quindi importante analizzare la *struttura dinamica a quark* degli adroni, in particolare negli urti leptone–adrone e adrone–adrone con alti momenti trasferiti, dove si ha un urto diretto fra due costituenti puntiformi.

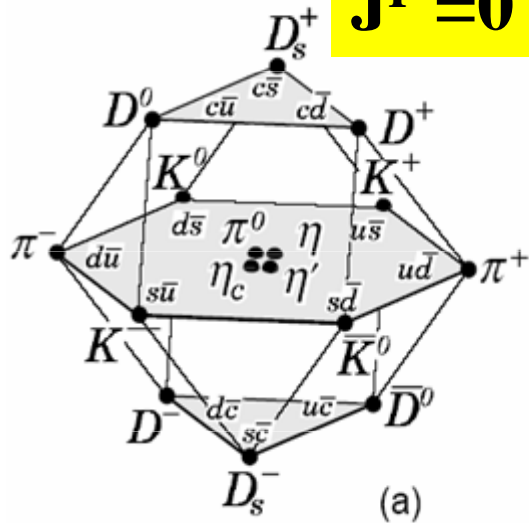
- Adroni e mesoni sono dunque classificati in termini di *multipletti* con **spin** e **parità** fissati per ogni costituente del multipletto. Essi possono essere rappresentati graficamente in un diagramma Y, I_z . (ricorda: sino al 1974, Y coincideva con S).

I quark u e d costituiscono un doppietto di spin isotopico, perché la loro differenza di massa è piccola (stato degenere)

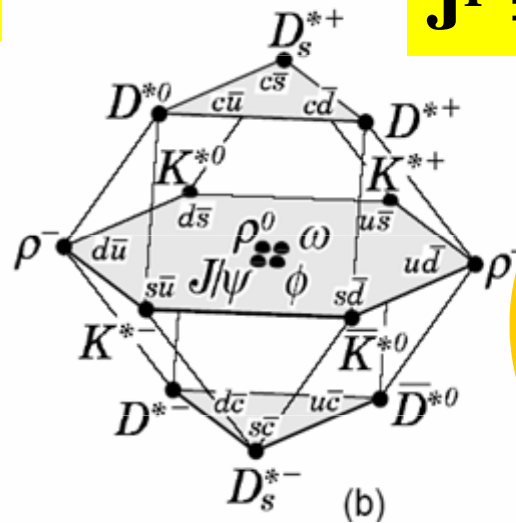
Gli stati adronici composti da 4 quarks (u,d,s,c). Nei piani centrali (c=0) vi sono i multipletti composti da quark leggeri.

Adroni con quark c e b

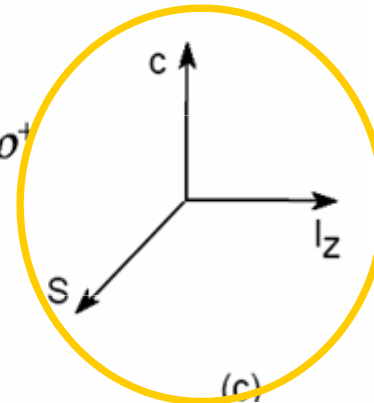
$J^P = 0^-$



$J^P = 1^-$

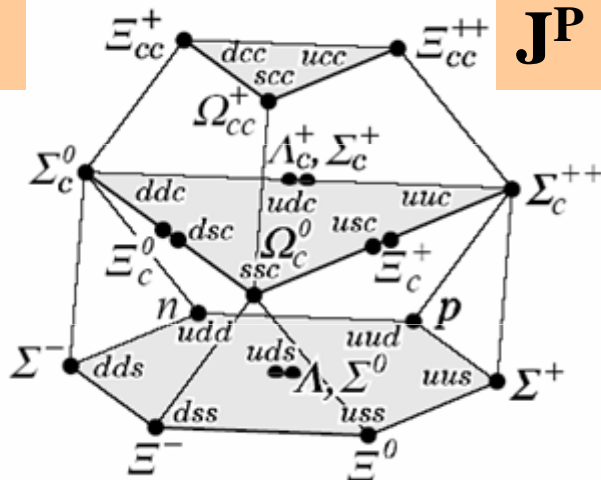


mesoni

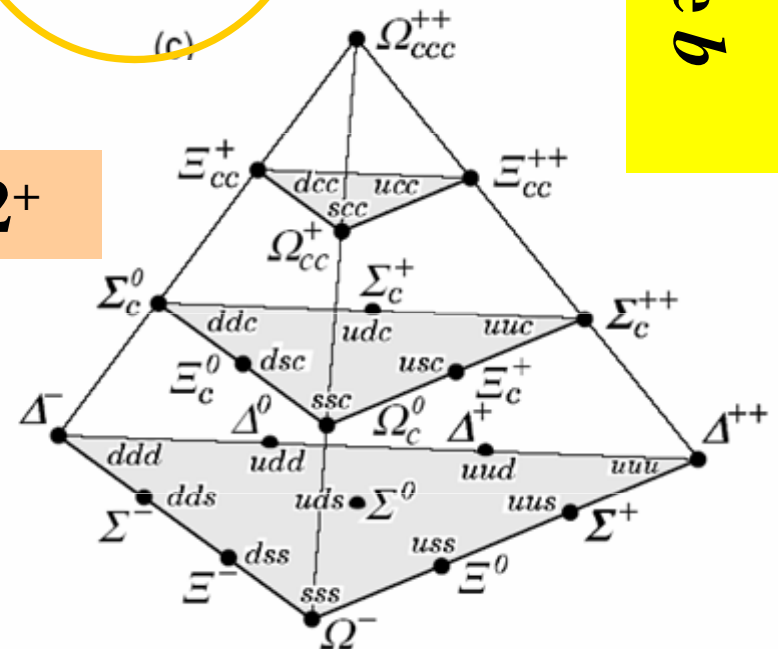


$J^P = 1/2^+$

Barioni



$J^P = 3/2^+$



Le masse dei quarks

- Protoni e neutroni hanno circa la stessa massa: la piccola differenza (~ 1.3 MeV) è attribuita alla differente energia di carattere elettromagnetico
- (*Esercizio*: sapere stimare il contributo EM alla massa?).
- La massa dei quark u e d è molto piccola:
 - si stima $m_u \sim m_d = 5-15$ MeV
- (*Esercizio*: Usando con troppa semplicità il modello statico a quarks, ci aspetteremmo che il protone (ed il neutrone) abbiano una massa di poche decine di MeV. Sapete immaginare a cosa attribuire la differenza ?)
- La massa del *quark* s può essere determinato osservando le regolarità nelle differenze delle masse delle particelle nel decupletto barionico:

$$\begin{array}{ccc} m_{\Sigma} - m_{\Delta} = 152 \text{ MeV} & m_{\Xi} - m_{\Sigma} = 149 \text{ MeV} & m_{\Omega} - m_{\Xi} = 139 \text{ MeV.} \\ s=-1 \quad s=0 & s=-2 \quad s=-1 & s=-3 \quad s=-2 \end{array}$$

Questo andamento regolare può essere spiegato assumendo:

$$\bullet m_s = 147 \text{ MeV}$$

- Nel 1974 fu osservato un nuovo mesone vettoriale: J/ψ (3100). Il mesone ha una larghezza molto piccola $\Gamma=68$ keV e quindi una vita media relativamente lunga (per le interazioni forti): $\tau=10^{-20}$ s.

- La J/ψ fu interpretata in termini di $(c \bar{c})$, ove “c” è un nuovo quark (*c*, *charm*). Poiché il sistema è composto da due quark pesanti, si assume per la massa del nuovo quark la metà della massa del nuovo mesone:

$$\bullet m_c = 1550 \text{ MeV}$$

- Nel 1977 fu osservata un nuovo mesone vettoriale: $Y(9880)$. Si ipotizzò un nuovo stato $(b \bar{b})$, (*b*, *bottom*) con massa

$$\bullet m_b = 4300 \text{ MeV}$$

- Infine, nel 1997 a Fermilab furono osservati “eventi”, interpretati come prodotti dal decadimento di mesoni $(t \bar{t})$, (*t*, *top*) con massa

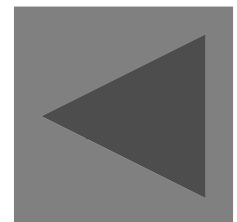
$$\bullet m_t = 175000 \text{ MeV}$$

Alcuni Adroni “stabili”

MESONI			BARIONI		
quark	Part(massa)	τ (s)	quark	Part(massa)	τ (s)
$u\bar{d}$	π^+ (139.57)	2.6×10^{-8}	uud	p (938.272)	stabile
$u\bar{u}, d\bar{d}$	π^0 (134.97)	8.4×10^{-17}	udd	n (939.566)	886
$d\bar{u}$	π^- (139.57)	2.6×10^{-8}	uds	Λ^0 (1115.63)	2.6×10^{-10}
$u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$	η (548.8)	$\Gamma = 1.18 \text{ keV}$	uus	Σ^+ (1189.37)	0.8×10^{-10}
$u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$	η' (957.5)	$\Gamma = 2.2 \text{ MeV}$	uds	Σ^0 (1192.55)	7.4×10^{-20}
$u\bar{s}$	K^+ (493.65)	1.2×10^{-8}	dds	Σ^- (1197.43)	0.8×10^{-10}
$d\bar{s}$	K^0 (497.67)	*			
$s\bar{d}$	\bar{K}^0 (497.67)	*	uss	Ξ^0 (1314.9)	2.9×10^{-10}
$s\bar{u}$	K^- (493.65)	1.2×10^{-8}	dss	Ξ^- (1321.3)	1.6×10^{-10}
$c\bar{d}$	D^+ (1869.3)	1.0×10^{-12}	sss	Ω^- (1672.4)	0.82×10^{-10}
$c\bar{u}$	D^0 (1864.5)	4.1×10^{-13}	udc	Λ_c^+ (2285.0)	2.0×10^{-13}
$u\bar{c}$	\bar{D}^0 (1864.5)	$.1 \times 10^{-13}$	usc	Ξ_c^+ (2467)	1.4×10^{-13}
$d\bar{c}$	D^- (1869.3)	1.0×10^{-12}	udb	Λ_b^0 (5500)	1.2×10^{-12}
$c\bar{s}$	D_s^+ (1969)	4.9×10^{-13}			
$s\bar{c}$	D_s^- (1969)	4.9×10^{-13}			
$u\bar{b}$	B^+ (5278)	1.7×10^{-12}			
$d\bar{b}$	B^0 (5279)	1.5×10^{-12}			
$b\bar{d}$	\bar{B}^0 (5279)	1.5×10^{-12}			
$b\bar{u}$	B^- (5278)	1.7×10^{-12}			

Tabella 7.3. Il contenuto in quark di alcuni adroni quasi “stabili” (cioè che non decadono tramite l’interazione forte). Le masse sono espresse in MeV. * Le particelle fisiche sono una combinazione lineare di K^0, \bar{K}^0 , §12.2

**8. Collisioni e^+e^- :
test di QED e la scoperta dei
quark pesanti (cap. 9)**



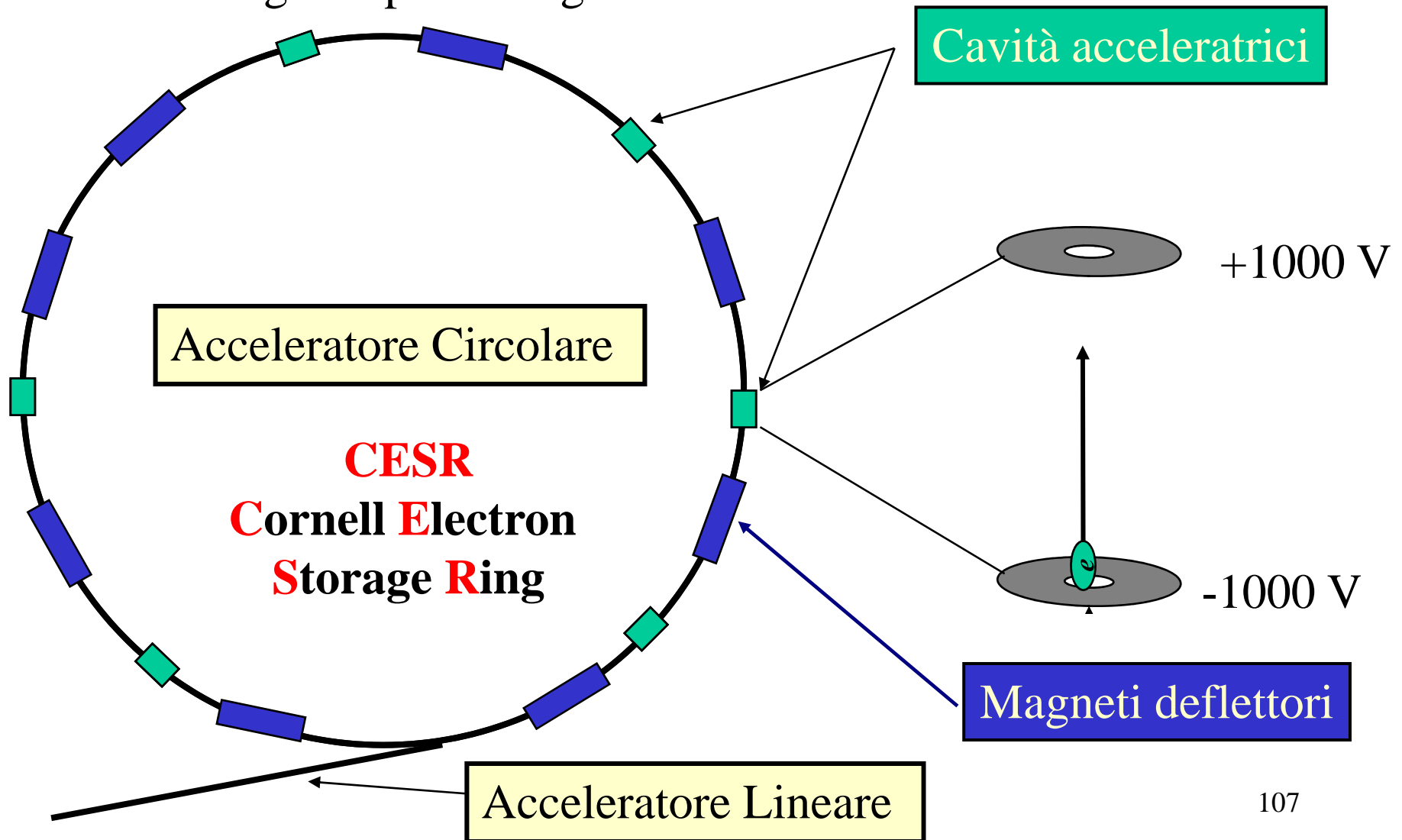
Cenni su alcuni acceleratori e sui rivelatori di particelle (cap. 2, cap.3)

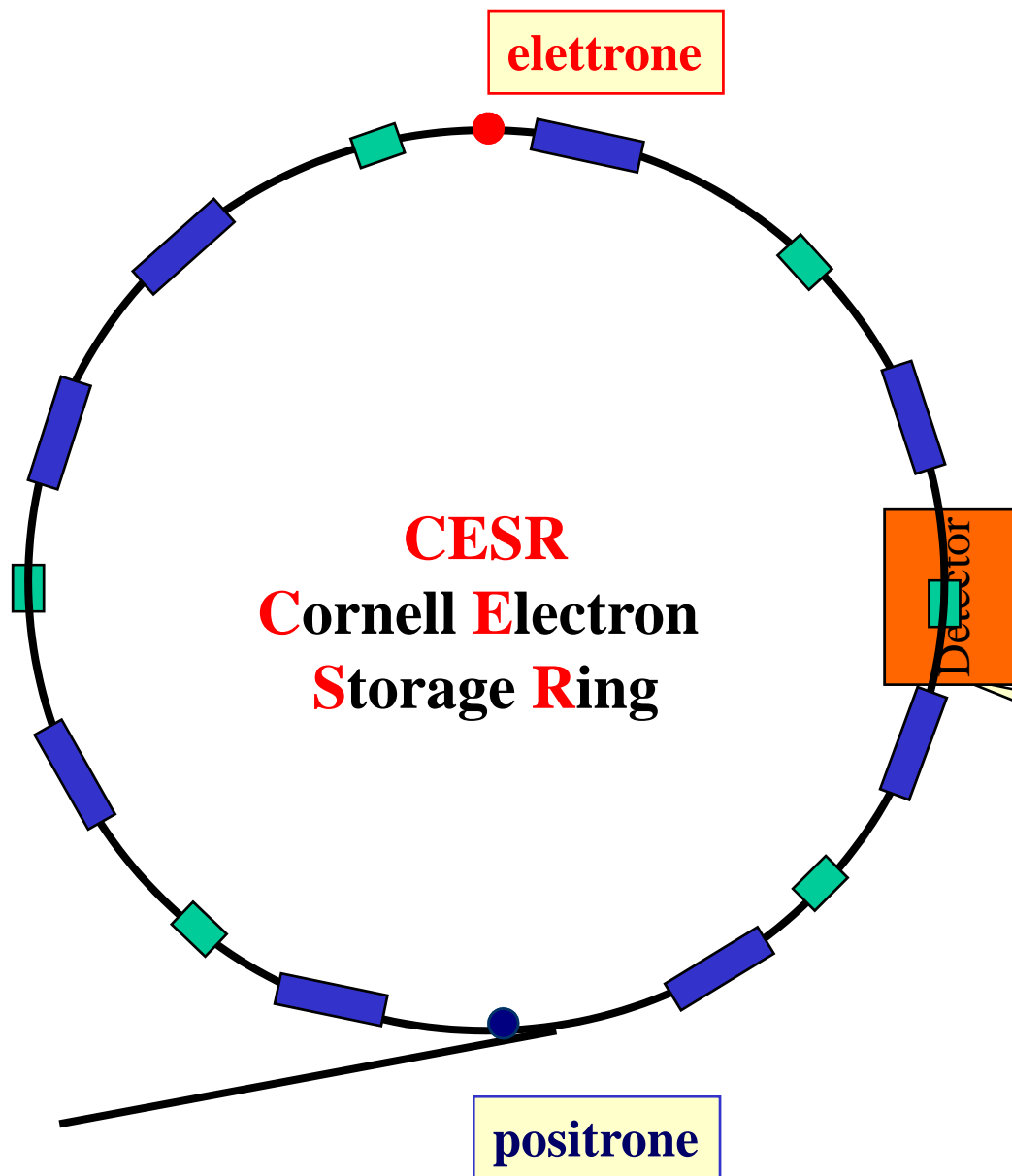


Figura 3.1. Illustrazione di una collisione nel sistema del c.m. e in quello del lab.

Acceleratori Circolari

Gli elettroni raggiungono la massima energia dopo molti giri.





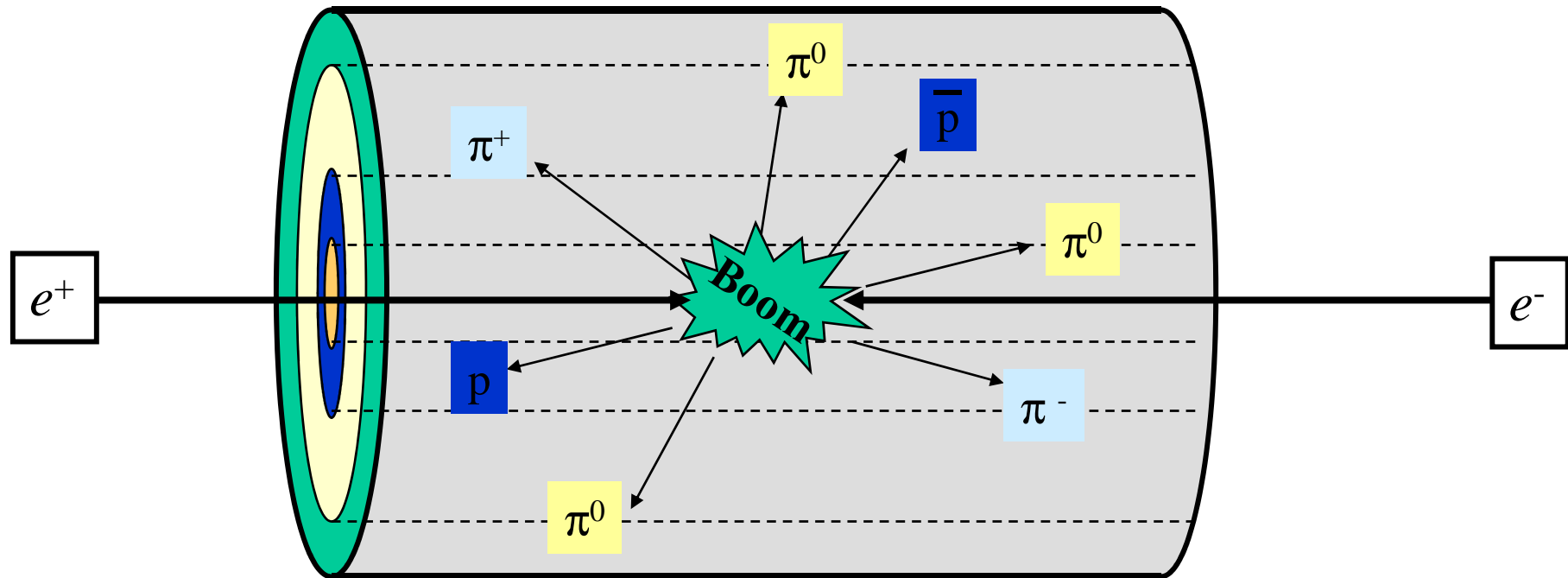
- ❑ Le particelle guadagnano energia ad ogni giro, per la presenza delle cavità.
- ❑ Le particelle sono deflesse da potenti magneti.
- ❑ L'intensità del campo magnetico deflettente deve aumentare all'aumentare dell'energia delle particelle.
- ❑ L'energia limite dipende dalle capacità di mantenere le particelle all'interno della circonferenza.

In prossimità dei punti di collisione si installano i rivelatori. Questi, devono misurare:

1. Impulso
2. Tipo di particella
3. Carica

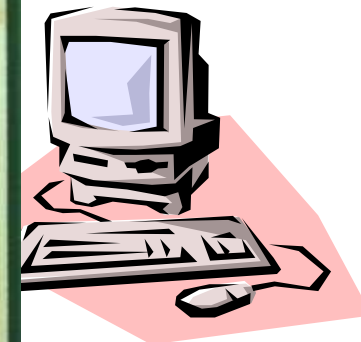
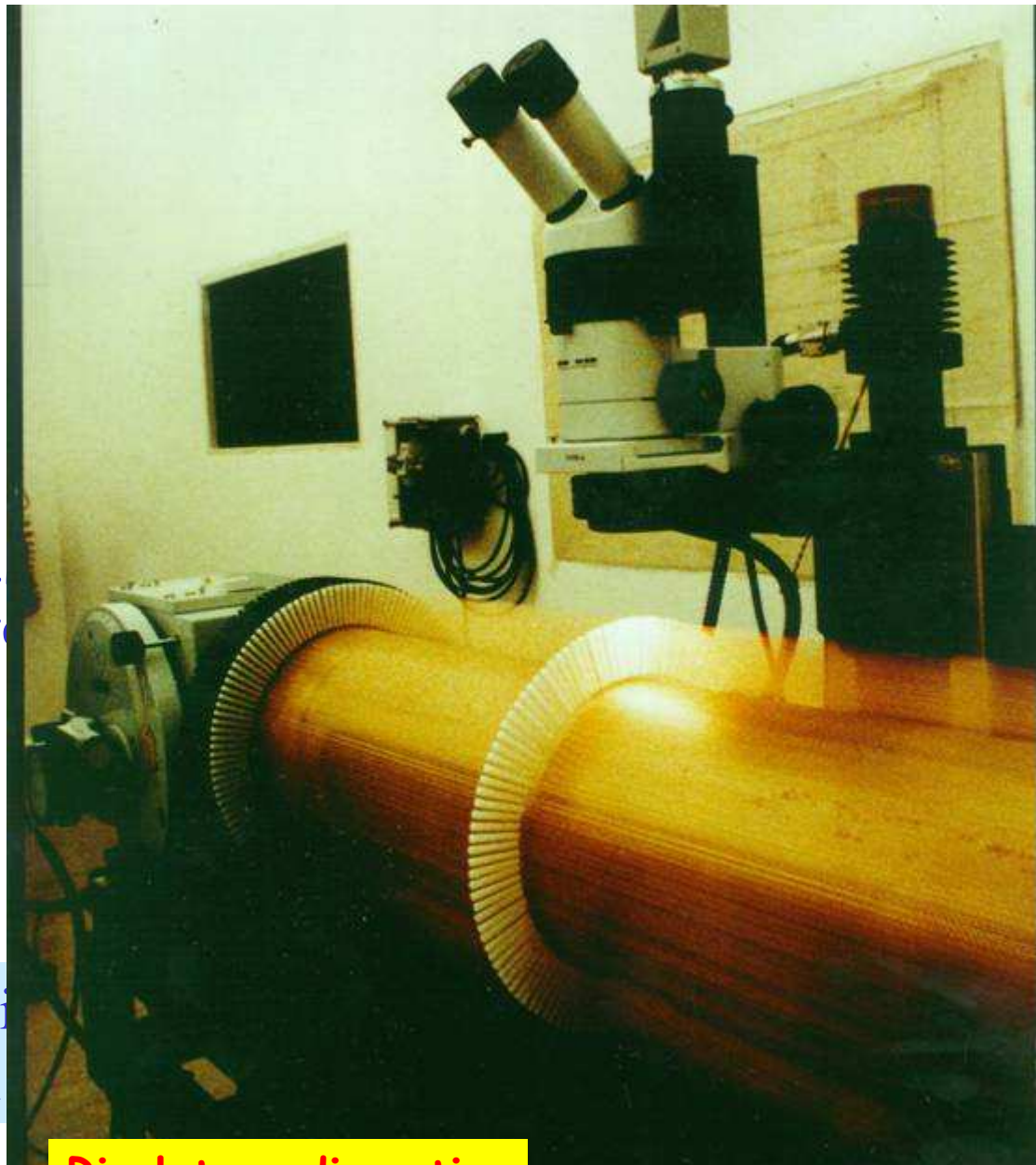
+ altre grandezze\

Un tipico rivelatore



Il rivelatore ha simmetria cilindrica attorno al tubo in cui passano le particelle. Ci sono differenti strati concentrici, ciascuno con una funzione specifica.

1. **Tracciamento** – determinazione traiettorie particelle
2. **Calorimetri** – misura energia elettroni/adroni.
3. **Identificazione particelle**: capaci di distinguere pioni da protoni, kaoni...



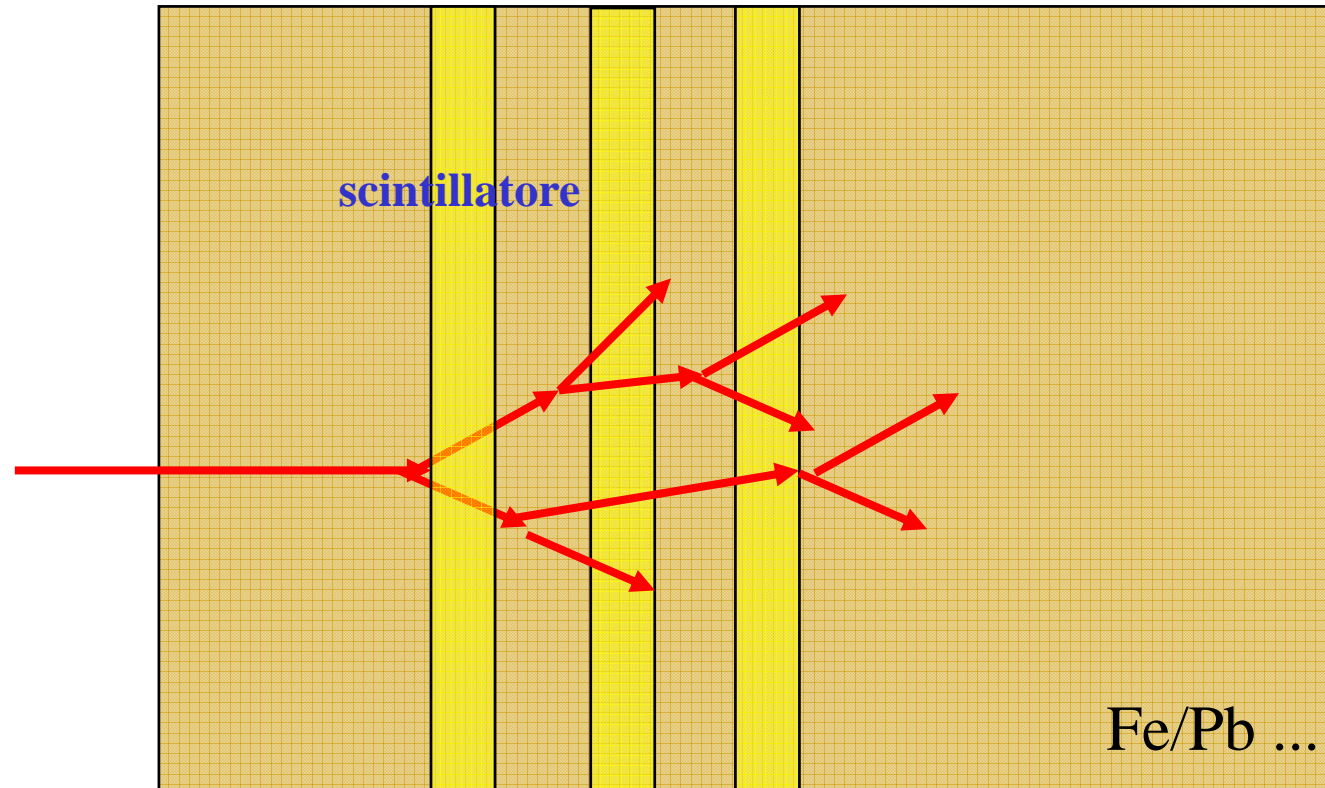
NB: la particella
viene distrutta

Permette di
Se usata in

l'impulso

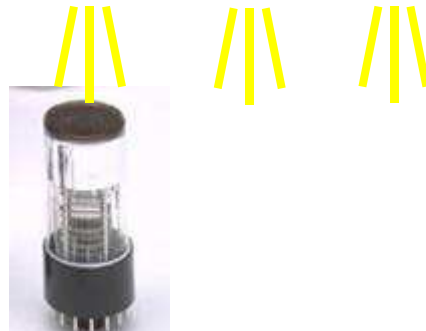
**Rivelatore di vertice
di ZEUS (HERA)**

Un tipico “calorimetro”



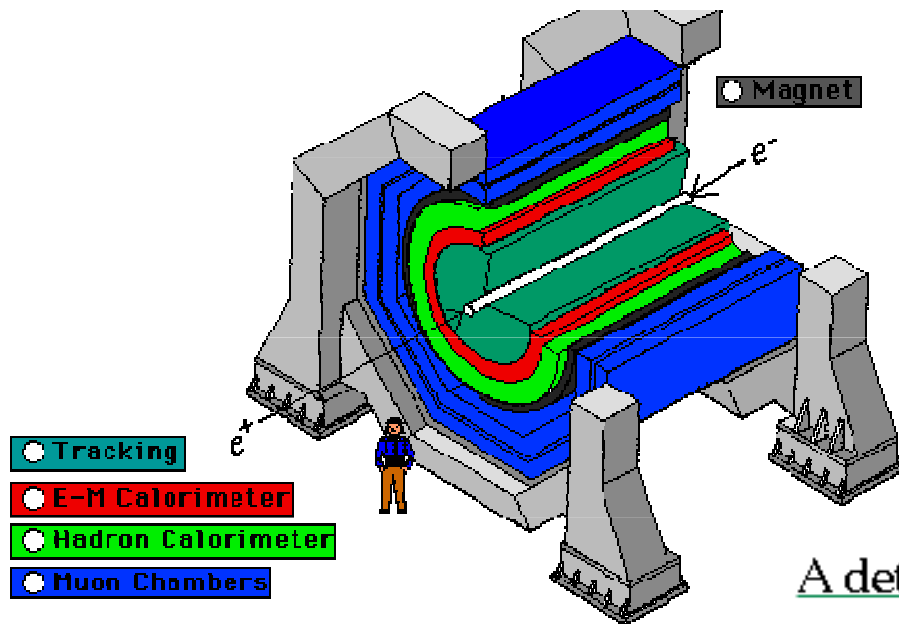
Fe/Pb ...

NB: la particella
viene distrutta !!



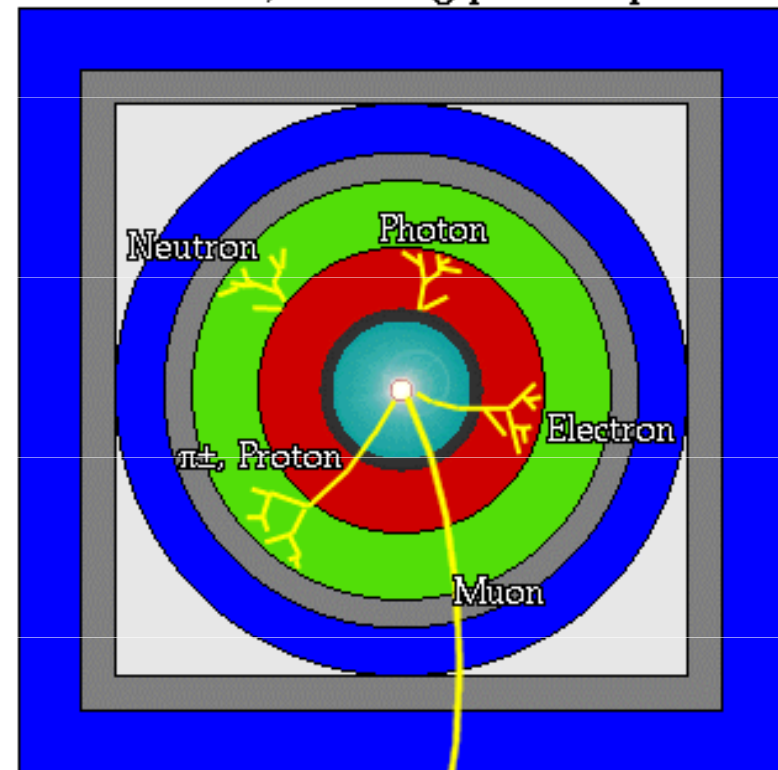
Fotomoltiplicatore

La tipica struttura di un rivelatore ai collisionatori



A detector cross-section, showing particle paths

- Beam Pipe (center)
- Tracking Chamber
- Magnet Coil
- E-M Calorimeter
- Hadron Calorimeter
- Magnetized Iron
- Muon Chambers

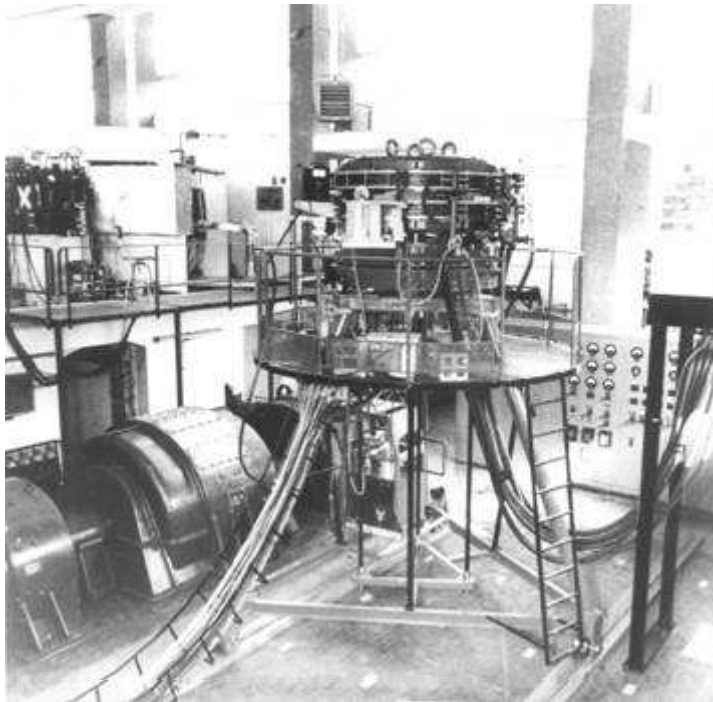


Aleph at LEP



Da AdA al LEP

Acceleratori di particelle:
Da AdA al LEP



La scoperta dei quark “c” e “b”

- Nella scoperta dei quark “b” e “c” ha un gran ruolo lo studio delle interazioni e^+e^- tramite collisionatori.
- Il prototipo di questi acceleratori fu *AdA* (*Anello di Accumulazione*) a Frascati, nei primi anni '70. L'ultimo e più grande è stato il LEP al CERN.
- Per quanto riguarda la ricerca di nuovi quark, vengono studiate le sezioni d'urto nel centro di massa dei processi:

$$e^+e^- \rightarrow \text{adroni}$$

$$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$$

- La sezione d'urto $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ decresce con l'aumento di s (= energia nel c.m.).
- La sezione d'urto per $e^+e^- \rightarrow \text{adroni}$ mostra una serie di picchi principale, ed alcune strutture.
- La sezione d'urto $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ è puramente elettromagnetica e può essere determinata dalla regole dei diagrammi di Feynman.
- Il rapporto R mostrato nella figura mostra le strutture al variare dell'energia.

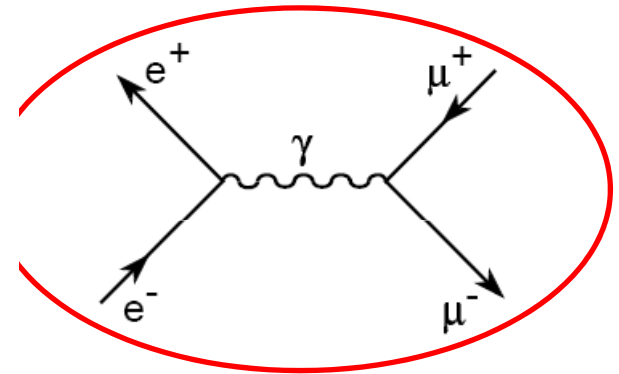
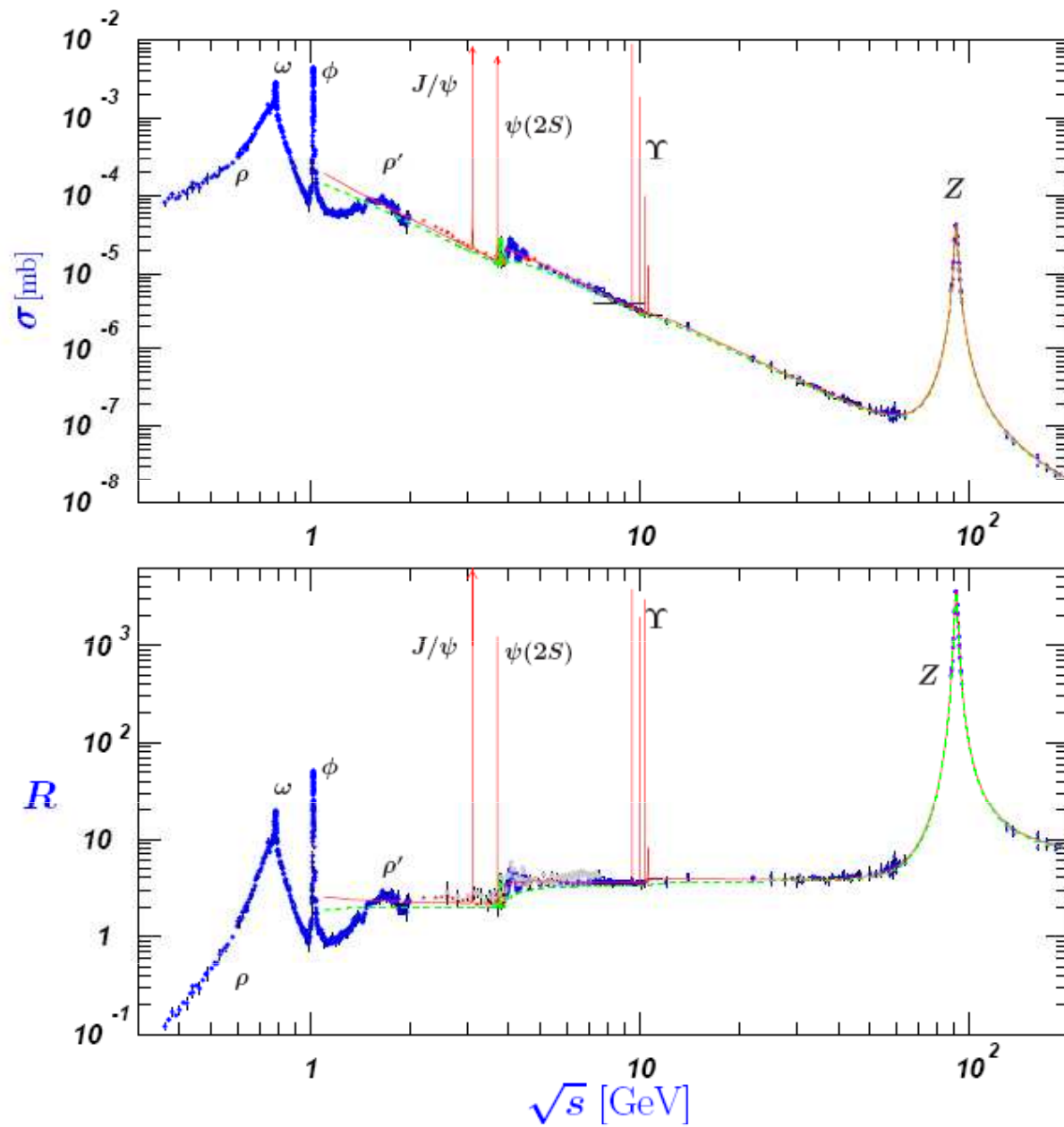
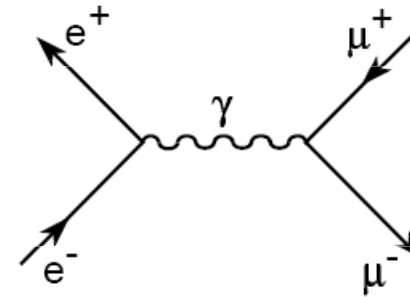


Figura 9.1. (a) Sezioni d'urto per $e^+e^- \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \text{adroni}$ in funzione dell'energia nel centro di massa. (b) Rapporto $R = [\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{adroni})]_{\text{misurata}} / [\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)]_{\text{calcolata}}$ in funzione dell'energia nel centro di massa. [08P1]

Sezione d'urto elettromagnetica $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ (§9.3)

Utilizziamo le regole di Feynman(4.2)

- $M_{if} \sim (\alpha_{EM})^{1/2}$ per ogni vertice .
- $1/q^2$ per ogni propagatore bosonico
- $\sigma \approx |M_{if}|^2 \cdot 1/q^2$ da cui:
- $\sigma \approx \alpha_{EM}^2 \cdot 1/q^2$



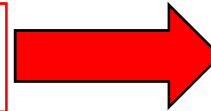
- Nel sistema del centro di massa, si può facilmente verificare che :

$$E_{cm} = \sqrt{s} = q \quad \rightarrow \quad \sigma \approx \alpha_{EM}^2 / s$$

- Inserendo i fattori numerici



$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha_{EM}^2}{3} \frac{1}{s}$$



$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+\mu^-) \simeq \frac{86.8 \text{ nb}}{s (\text{GeV}^2)}$$

Questo, al di fuori della regione delle *risonanze*, e (alle alte energie) *trascurando il contributo dato dalle interazioni deboli* (termine di interferenza dovuto alla Z^0)

Sezione d'urto elettromagnetica $e^+e^- \rightarrow \text{adroni}$

- La reazione in adroni avviene via un fotone virtuale, in una coppia $q \bar{q}$.
- $q \bar{q}$ danno luogo a due **getti di adroni**, che sono fisicamente “separati” nei rivelatori.
- E' facile verificare che:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \text{adroni}) = \frac{4\pi\alpha_{EM}^2 Q_q^2}{3} \frac{1}{s} \times 3 \quad (\text{Colore!!})$$

- Quando, all'aumentare dell'energia, sono disponibili N sapori diversi:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \text{adroni}) = 3 \frac{4\pi\alpha_{EM}^2}{3} \frac{1}{s} \sum_{n=1}^N Q_n^2 \quad \rightarrow \quad R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \text{adroni})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+\mu^-)} = 3 \sum_{n=1}^N Q_n^2$$

Considerando i quark con massa più bassa (d,u,s) (*Vedere figura 8.1*):

$$R_{3q} = 3(Q_u^2 + Q_d^2 + Q_s^2) = 3 \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \right] = 3 \left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} \right) = 3 \frac{6}{9} = 2$$

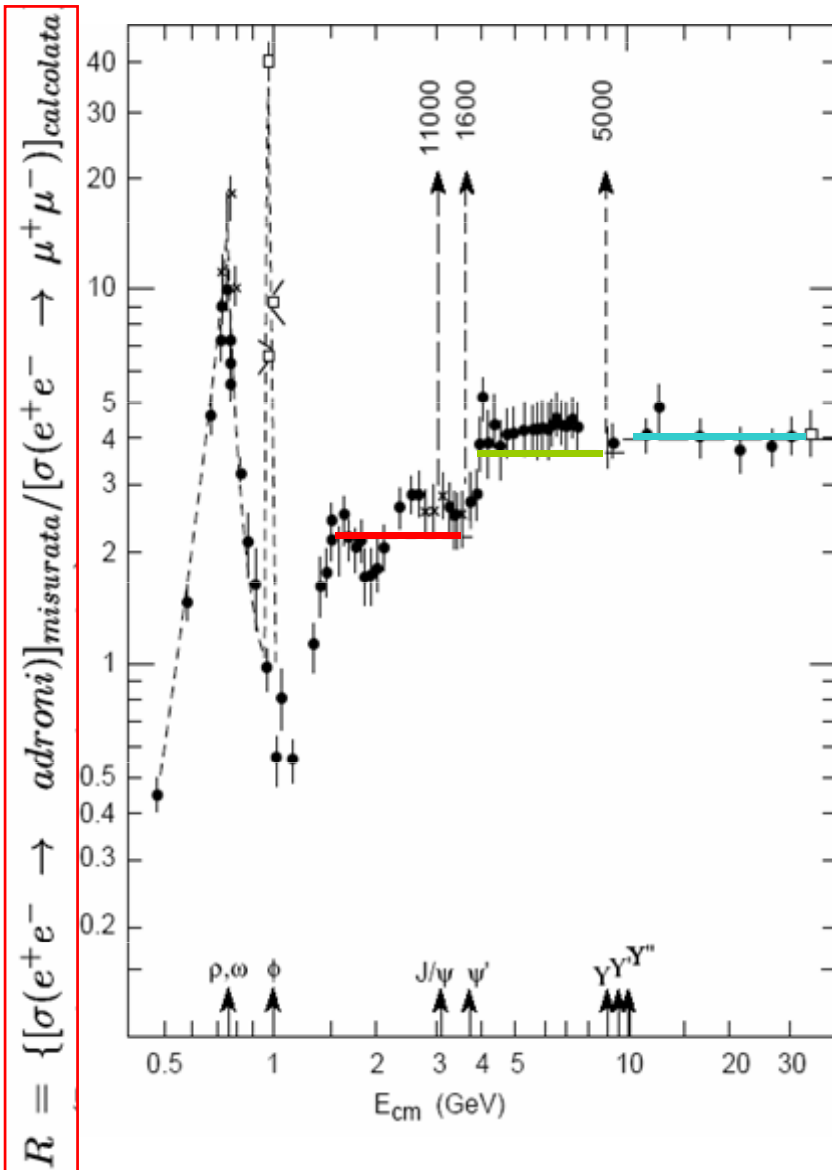
Con il quark *c*: $R_{4q} = 10/3$

Con il quark *b*: $R_{5q} = 11/3$

Il rapporto R

Costituisce la prima forte indicazione sperimentale dell'esistenza del numero quantico di colore per i quark. Il rapporto R calcolato per via puramente EM deve infatti essere moltiplicato per un fattore 3.

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow q\bar{q} \rightarrow \text{adroni})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+\mu^-)} = 3 \sum_{n=1}^N Q_n^2$$



Livelli energetici del charmonio (§9.4)

Il positrone e l'elettrone possono formare stati legati analoghi a quelli dell'atomo di idrogeno. Il potenziale coulombiano in cui si trova l'elettrone (o il positrone) è

$$V_{em} = -\alpha/r \quad (8.3)$$

dove r è la distanza fra positrone e elettrone. I livelli energetici possono essere trovati o con le regole di quantizzazione dell'atomo di Bohr oppure risolvendo l'equazione non relativistica di Schrödinger nel potenziale coulombiano. Si ottiene

$$E_n = -\frac{\alpha^2 mc^2}{4n^2} \quad (8.4)$$

Struttura fine: interazione tra spin ed orbita degli elettroni negli atomi.

Struttura iperfine: interazioni tra spin e spin degli elettroni.

I livelli dei sistemi $q \bar{q}$ (quark pesanti) possono essere calcolati con ottima approssimazione utilizzando l'equazione non-relativistica di Schroedinger ed assumendo che nel sistema $q \bar{q}$ il potenziale di interazione tra quarks sia ($\hbar=c=1$):

$$V_{QCD} = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + K r \quad (8.5)$$

Per piccoli valori di r (< 1 fm) agisce solo il primo termine (tipo Coulombiano), con $\alpha_s \approx 0.3$. A grandi distanze ($r > 1$ fm) domina il potenziale di tipo elastico. All'aumentare della distanza tra quark, si possono creare coppie quark-antiquark .

Stima di α_s

Il valore numerico di α_s può essere determinato dalle differenze energetiche dei vari livelli del charmonio. Utilizzando la 8.5 (solo termine coulombiano) con la soluzione 8.4, si ha

$$\Delta E(2^3S_1 - 1^3S_1) \cong \alpha^2 mc^2$$

Assumendo per m la massa del quark c ($m_c = 1550 \text{ MeV}$), dai dati sperimentali (figura) $\Delta E = 600 \text{ MeV}$ si ottiene:

$$\alpha_s^2 = \frac{\Delta E}{mc^2} = \frac{600 \text{ MeV}}{1550 \text{ MeV}} = 0.38$$

Soluzioni numeriche con l'uso della formula completa del potenziale forniscono una stima più precisa di α_s pari a 0.3. Tale valore è confermato dall'analisi degli stati con quark di tipo b (bottom), dalla frequenza di eventi con **tre jets** in interazioni $e+e^-$ ad alte energie, e dall'analisi dei dati del *deep inelastic scattering* (non approfonditi nel resto del corso).

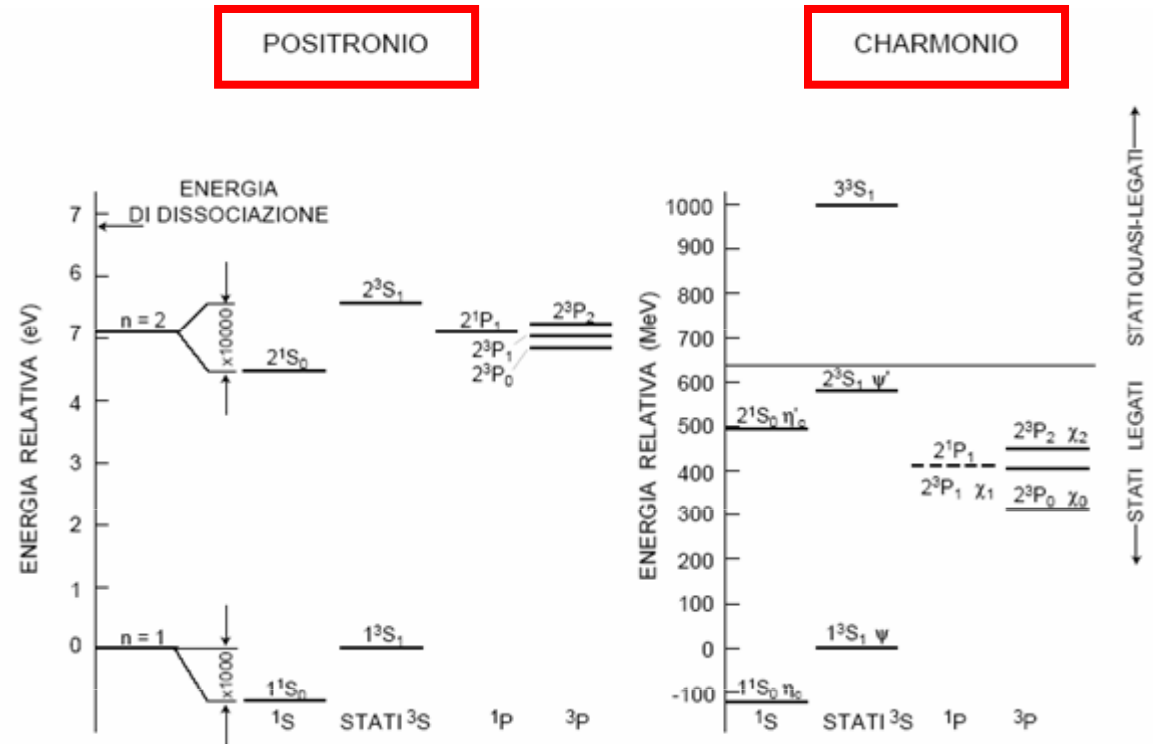


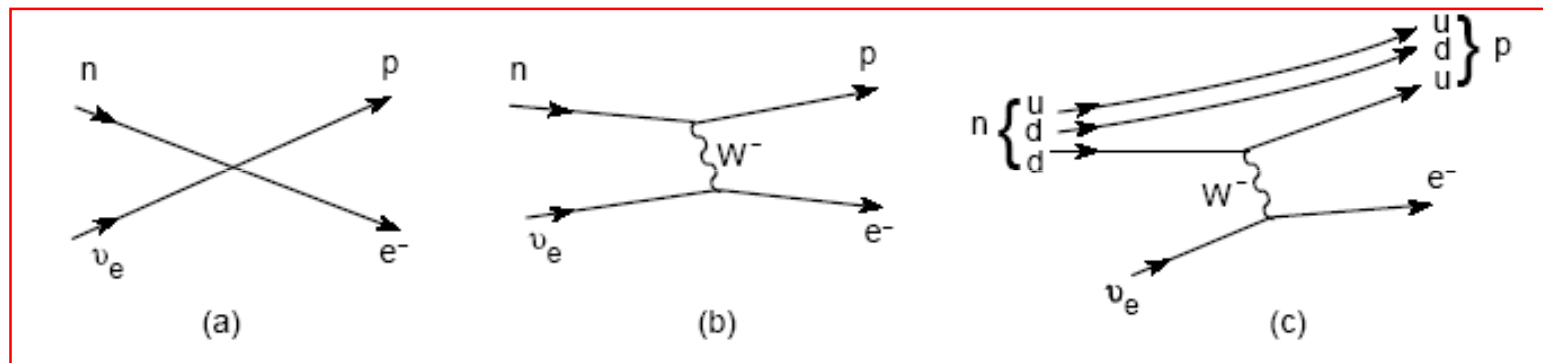
Figura 7.11: Livelli energetici del "positronio" e del "charmonio" [82B1].

**9. Alcune verifiche del Modello
Standard e
i Vettori Bosoni Intermedi**



L'interazione "elettrodebole": i bosoni W^\pm, Z^0 (§8.15)

- Le interazioni deboli vennero inizialmente studiate tramite i decadimenti β .
- Tali processi vengono descritti dalla teoria di Fermi: 4 fermioni interagiscono in un punto, e l'elemento di matrice del processo è una costante non dipendente dall'energia.
- La teoria di Fermi prevede una sezione d'urto del processo troppo elevata, quando le energie crescono. La costante di Fermi non è più costante.
- Il processo di interazione viene allora immaginato attraverso lo scambio di **un vettore bosone intermedio**, di massa elevata. Il bosone vettore intermedio viene scambiato a livello dei leptoni o dei quark costituenti un adrone.



- Quando si assume una particella con massa m_W come mediatrice dell'interazione, ne risulta un "range" R finito, tale che: $R = (\hbar c/m_W c^2)$
- Il "propagatore bosonico" relativo ad un potenziale alla Yukawa, e dovuto allo scambio di una particella massiva m_W corrisponde a:

$$(1.8) \quad U(r) = \frac{g}{4\pi r} e^{-r/R} \quad \longleftrightarrow \quad f(q) = \frac{g_0 g}{q^2 + m^2} \quad (1.11)$$

- La teoria di Fermi può semplicemente essere estesa alle alte energie tramite la relazione:

$$\frac{g^2}{q^2 + m_W^2} \xrightarrow{q \rightarrow 0} \frac{g^2}{m_W^2}$$

- Al limite delle basse energie ($q^2 \ll m_W^2$), il propagatore bosonico diviene una costante.
- Se si ***fanno delle ipotesi*** sul valore di g (la costante di accoppiamento), allora potremmo ***predire il valore della massa dei bosoni vettori intermedi***, partendo dal valore della costante di Fermi (la teoria infatti continua ad essere valida alle basse energie).
- Questa predizione, e la scoperta sperimentale dei Bosoni Vettori costituisce uno dei trionfi teorici e sperimentali della Teoria Elettrodebole e del Modello Standard delle particelle elementari.

L'interazione "elettrodebole": predizione della massa di W^\pm, Z^0

- La teoria delle interazioni elettrodeboli tra costituenti elementari prevede che ad alte energie (superiori alla massa delle particelle massive mediatrici dell'interazione, ossia $\sqrt{s} \sim 100 \text{ GeV}$) *si ha l'unificazione dell'interazione elettromagnetica con quella debole.*
- Dal punto di vista formale, ciò corrisponde al fatto che la costante di accoppiamento presente nel propagatore bosonico delle interazioni EM e quello delle WI siano uguali (o almeno proporzionali l'una all'altra:

$$\frac{e^2}{q^2}$$

Unific $\frac{e^2 / \sin^2 \theta_W}{q^2 + m_W^2}$ elettrodebole

$$\frac{g^2}{q^2 + m_W^2}$$

- L'angolo θ_W è chiamato angolo di Wainberg, e deve essere ricavato sperimentalmente. Il valore misurato (vedere Tab. a pag. 2) è $\sin^2 \theta_W = 0.2311$
- Per *stimare* il valore di m_W , possiamo utilizzare il valore della costante di Fermi nel caso in cui $q^2 \rightarrow 0$ ([VEDI](#)), ossia: $\alpha_W = 1.027 \times 10^{-5}$

$$\frac{g^2}{m_W^2} \approx \frac{e^2 / \sin^2 \theta_W}{m_W^2} = \alpha_W \quad m_W = \sqrt{\frac{e^2 / \sin^2 \theta_W}{\alpha_W}} = \sqrt{\frac{\alpha_{EM}}{\alpha_W \cdot \sin^2 \theta_W}} = \sqrt{\frac{1/137}{1.027 \cdot 10^{-5} \cdot 0.23}} = 80 \text{ GeV}$$

La ricerca dei Bosoni Vettori W,Z

- Proposal by **D. Cline, C. Rubbia et al.** to transform the **SPS** (proton beam machine) into a colliding beam machine **SppS**.
- Experimental efforts led by **C. Rubbia (UA1 Collaboration) and S. van der Meer**. Proton beam was used to create antiprotons. The antiprotons re-entered the SPS, but moving in the opposite direction. The antiproton beam was compressed to be dense enough to cause many collisions with protons moving through it.

- Theoretical predictions: if W-boson exists, then there should be an enhancement in the cross-section for the process:

$$quark + antiquark \rightarrow e^{\pm} + \nu_e(\bar{\nu}_e) + X$$

- For proton-antiproton collisions:

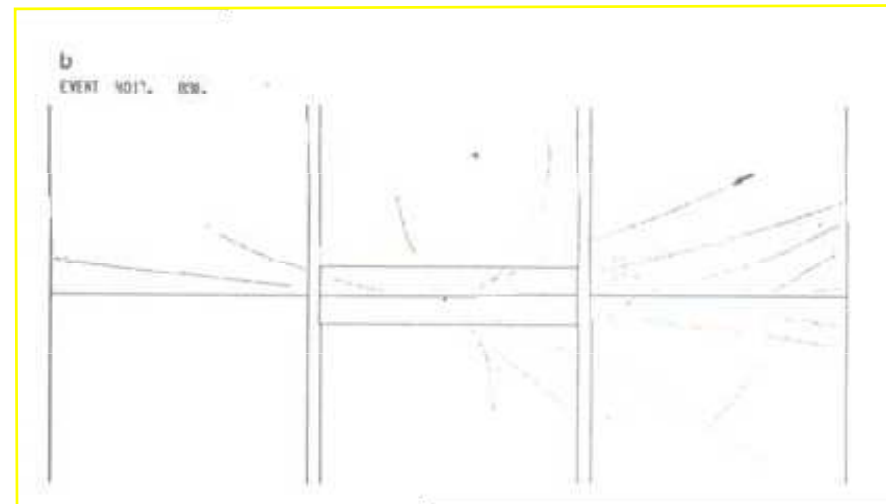
$$p + \bar{p} \rightarrow W^{\pm} + X \rightarrow e^{\pm} + \nu_e(\bar{\nu}_e) + X$$

- Predictions for W-boson mass: $M_W = (82 \pm 2.4)$ GeV if $\sin^2\theta_W = 0.23$.
- Predictions for cross-section:

$$\sigma(p + \bar{p} \rightarrow W^{\pm} + X \rightarrow e^{\pm} + \nu_e(\bar{\nu}_e) + X) \approx 0.4 \times 10^{-33} \text{ cm}^2$$

L'esperimento di C. Rubbia al CERN (UA1)

- Electron identification:
 - **electromagnetic shower in electromagnetic calorimeter**
 - **no penetration into the hadron calorimeter behind electromagnetic one.**
- Neutrino identification:
 - Missing energy - visible energy imbalance of the event
- Statistics: about 10^9 proton-antiproton collisions at the cms energy: $\sqrt{s} = 540 GeV$
- 6 candidate events were found.
- No background process was found capable of simulating the observed high-energy electrons and missing energy.
- From the spectrum of electrons the mass of W-boson was obtained:
 $M_W = (81 \pm 5) GeV$ in excellent agreement with Glashow-Weinberg-Salam model.

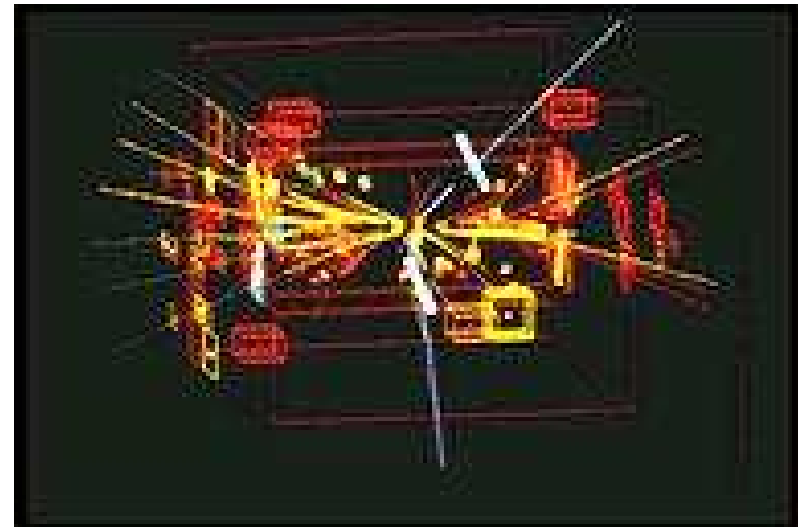


Scoperta della Z^0

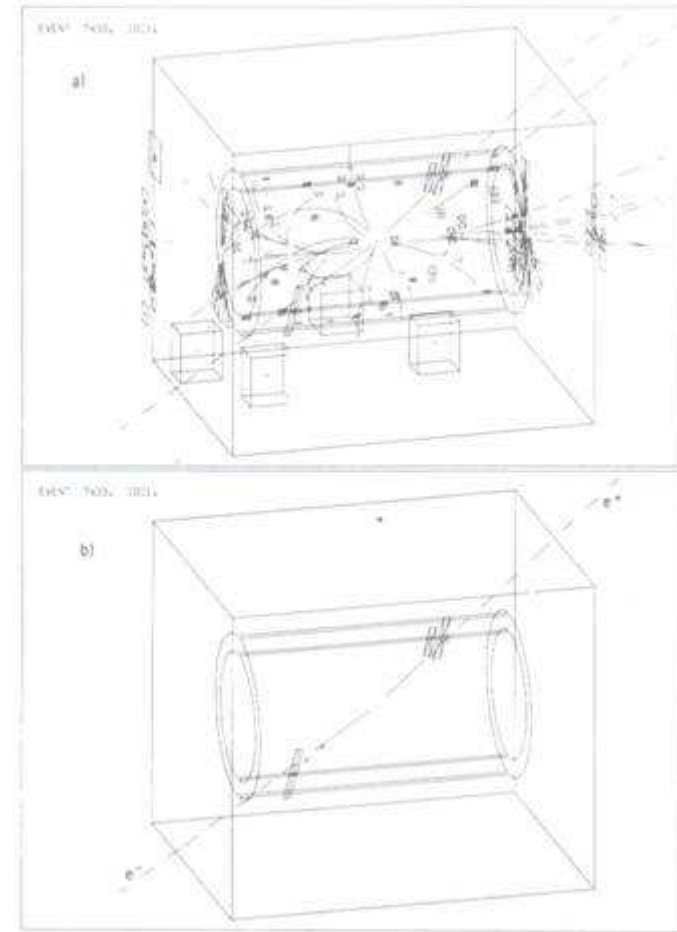
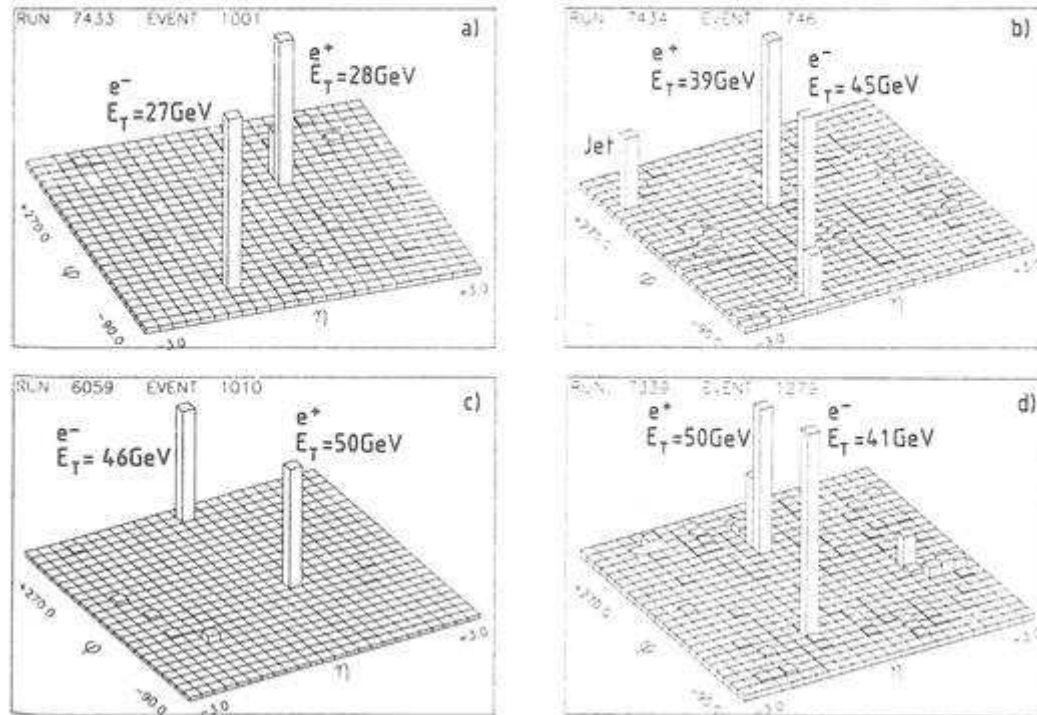
- Search for electron and muon pairs:

$$p + \bar{p} \rightarrow Z^0 + X \rightarrow e^+(\mu^+) + e^-(\mu^-) + X$$

- Two EM clusters (showers) should be present in the case of two electrons produced.
- Invariant mass distribution of two isolated electromagnetic clusters:
 - 1) transverse energy more than 25 GeV;
 - 2) track in the central detector pointing to the cluster in the EM calorimeter;
 - 3) no energy deposition in the hadron calorimeters behind the EM calorimeter
- Example of the event with electron pair:
when a cut $p_T > 2$ GeV for tracks in the central detector and $E_T > 2$ GeV in the calorimeters, two high-energy electron-positron tracks become evident.



Alcuni eventi



An e^+e^- event from Z^0 decay.

“Lego” plot for 4 UA1 candidates shows isolated high-energy electron and positron tracks: pseudorapidity $\eta = -\ln(\tan(\theta/2))$.