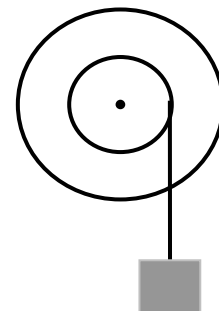


Quesiti

- 1) Un profilo circolare di raggio R , disposto su di un piano verticale, ha un carico di rottura pari a T_0 . Determinare la massima velocità che può avere un corpo di massa m vincolato a scorrere su di essa.
- 2) Verificare se il campo di forze
$$\vec{F}(x, y, z) = -\alpha \left\{ 2xyz \vec{i} + (x^2z + 2yz^2) \vec{j} + (x^2y + 2y^2z) \vec{k} \right\}$$
è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.
- 3) Ad un'automobile di massa M parcheggiata in discesa si rompe il freno a mano. L'automobile percorre un tratto di strada lungo s con pendenza costante di un angolo α e va a sbattere contro un albero con una velocità di modulo $v_F = \sqrt{gs \sin \alpha}$. Trascurando la massa delle ruote, calcolare l'espressione del lavoro complessivo L_A compiuto delle forze d'attrito che hanno rallentato l'automobile nella sua discesa.
- 4) Si supponga che una stella che ruota con una velocità angolare ω_0 (attorno ad un suo asse di simmetria) cominci a collassare. In questo processo la stella riduce il proprio raggio dal valore iniziale R_0 a quello finale R e modifica la propria velocità angolare di rotazione da ω_0 a ω , mentre mantiene inalterata la propria massa. Assimilando la stella ad una sfera piena uniforme e sapendo che le forze che determinano il collasso sono tutte forze interne, calcolare le espressioni del nuovo raggio R e della variazione di energia potenziale della stella.
- 5) Definire il centro di massa, ed enunciarne i relativi teoremi.

Problema

Il peso mostrato in figura, partendo da fermo, fa compiere alla ruota il primo giro completo in un tempo pari a t_0 . Nella ipotesi che il raggio interno valga R_1 , quello esterno R_2 , la massa del peso valga m , calcolare il momento d'inerzia del disco.



Soluzioni Quesiti

1) Il profilo è sottoposto al massimo carico quando il corpo si trova nel punto più basso. Si

$$\text{ha allora} \quad mg + m \frac{v^2}{R} = T_0 \quad v = \sqrt{\frac{R(T_0 - mg)}{m}}$$

$$2) \quad V = \alpha(x^2 y z + y^2 z^2)$$

$$\begin{aligned} 3) \quad L_A &= E_f - E_i = \frac{1}{2} M v_F^2 - M g s \sin \alpha \\ &= \frac{1}{2} M g s \sin \alpha - M g s \sin \alpha = -\frac{1}{2} M g s \sin \alpha \end{aligned}$$

$$4) \quad I \omega = I_0 \omega_0$$

~~$$\frac{2}{5} M R^2 \omega = \frac{2}{5} M R_0^2 \omega_0$$~~

$$R = \sqrt{R_0^2 \frac{\omega_0}{\omega}}$$

$$\Delta V = -\Delta T = \frac{1}{2} I_0 \omega_0^2 - \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} I_0 \omega_0 (\omega_0 - \omega) \quad (< 0)$$

Soluzione problema

$$\hat{\omega} \cdot \vec{M}^e = I_\omega \ddot{\varphi} \quad \hat{\omega} \cdot \vec{M}^e = m g R_1 \quad \ddot{\varphi} = \frac{m g R_1}{I_\omega}$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \frac{m g R_1}{I_\omega} t^2 + \dot{\varphi}_0 \quad 2\pi = \frac{1}{2} \frac{m g R_1}{I_\omega} t_0^2 \quad I_\omega = \frac{m g R_1 t_0^2}{4\pi}$$