

ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE LA

INGEGNERIA GESTIONALE e DEI PROCESSI GESTIONALI A-K, MECCANICA, ENERGETICA, INFORMATICA A-F e
DELL'AUTOMAZIONE, PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO, PER L'INDUSTRIA ALIMENTARE e CHIMICA

(Proff. A. Bertin, D. Galli, N. Semprini Cesari, A. Vitale e A. Zoccoli)

15/4/2004

(2)

Un cilindro rigido e omogeneo di massa M e raggio r ruota senza strisciare su un piano orizzontale scabro sotto l'azione di una forza costante \vec{F} parallela al piano e applicata ortogonalmente al suo asse longitudinale. Determinare le espressioni delle seguenti grandezze:

- l'accelerazione con cui trasla il cilindro;
- il componente tangenziale \vec{R}_T della reazione vincolare.
- Con i risultati ottenuti, verificare, utilizzando la legge di trasformazione della velocità, che la velocità del punto di contatto è identicamente nulla rispetto ad un osservatore solidale con il laboratorio.

QUESITI

- Una imbarcazione si muove in direzione nord est con una velocità, rispetto all'acqua, di modulo $v = 5 \text{ m/s}$. Calcolare il modulo della velocità dell'imbarcazione rispetto al fondale nel caso in cui sia presente una corrente in direzione est avente velocità di modulo $v_c = 4 \text{ m/s}$.
- Un pendolo di massa m e lunghezza l transita per il punto di equilibrio con velocità di modulo v_e . Calcolare in tale punto la tensione cui è sottoposta la fune.
- Descrivere brevemente le proprietà di un corpo rigido e le equazioni che ne regolano il moto.
- Verificare se il campo di forze

$$\vec{F}(x, y, z) = (2Axy + By^2z + Cz^4)\vec{i} + (Ax^2 + 2Bxyz)\vec{j} + (Bxy^2 + 4Cxz^3)\vec{k}$$

è conservativo e calcolarne eventualmente l'espressione dell'energia potenziale.

Problema

a) Le equazioni cardinali della meccanica rispetto ad una terna cartesiana ortogonale avente \vec{j} collineare con \vec{F} si scrivono (si ricordi che il corpo ruota senza strisciare)

$$\begin{cases} \vec{F}^e = M\vec{A} \\ \widehat{\omega} \cdot \vec{M}^e = I\dot{\omega} \end{cases} \begin{cases} F - R_T = M\ddot{Y} \\ R_T r = I\dot{\omega} \\ \omega r = \dot{Y} \end{cases}$$

dove il momento d'inerzia vale $I = \int_{\text{Cilindro}} r^2 dm = \int_0^R r^2 \rho 2\pi r h dr = \frac{\pi h \rho}{2} R^3 = \frac{1}{2} MR^2$.

Dalla eq. III si ottiene $\omega = \frac{\dot{Y}}{r}$ che sostituita nell eq. II fornisce $R_T = \frac{I}{r^2} \ddot{Y}$. Sostituendo nella eq. I e tenendo conto della espressione del momento d'inerzia si ottiene allora $\ddot{Y} = \frac{2F}{3M}$.

b) Da $R_T = \frac{I}{r^2} \ddot{Y}$ e $\ddot{Y} = \frac{2F}{3M}$ otteniamo $R_T = \frac{F}{3}$.

$$\text{c) } \vec{v}' = \vec{v}_o + \vec{\omega} \wedge \vec{r} = \frac{2F}{3M} t \vec{j} + \left(-\frac{2F}{3Mr} t \right) \vec{i} \wedge (-r) \vec{k} = \frac{2F}{3M} t \vec{j} - \frac{2F}{3M} t \vec{j} = \vec{0}$$

dove si è tenuto conto che $\vec{v}_o = \dot{Y} \vec{j} = \frac{2F}{3M} t \vec{j}$, $\vec{\omega} = -\omega \vec{i} = -\frac{\dot{Y}}{r} \vec{i} = -\frac{2F}{3Mr} \vec{i}$ e $\vec{r} = -r \vec{k}$.

Quesiti

$$1) \vec{v}_{fon} = \vec{v}_{cor} + \vec{v}_{im}$$

$$\vec{v}_{cor} = 4\vec{i} \quad \vec{v}_{im} = \frac{5}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{5}{\sqrt{2}}\vec{j} \quad \vec{v}_{fon} = (4 + \frac{5}{\sqrt{2}})\vec{i} + \frac{5}{\sqrt{2}}\vec{j}$$

$$|\vec{v}_{fon}| = 8.32 \text{ m/s}$$

$$2) -mg + T_e = m \frac{v_e^2}{l} \quad T_e = m \left(\frac{v_e^2}{l} + g \right)$$

$$4) V(x, y, z) = -(Ax^2y + Bxy^2z + Cxz^4)$$