Fisica Generale LA N.2

Prova Scritta del 14 Giugno 2010
Prof. Nicola Semprini Cesari

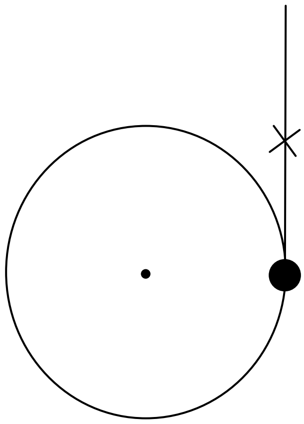
Quesiti

1) Un punto materiale di massa *m*, scagliato obliquamente, si muove secondo le equazioni orarie $x(t)=v_{0x}t;\ y(t)=v_{0y}t-1/2gt^2$. Determinare in funzione del tempo l'angolo formato dai vettori velocità ed accelerazione. Determinare tale angolo all'istante iniziale.

2) Sia dato un campo di forza la cui energia potenziale è descritta dalla relazione $U(x,y,z)=K_1r^2-2K_2y$ dove K_1 e K_2 sono costanti positive e r è il vettore posizionale del generico punto $P(x,y,z)$. Determinare: a) l'espressione vettoriale del campo di forza; b) il raggio di curvatura della traiettoria di un punto materiale di massa *M* quando questo si trova nel punto $P(0,1,0)$ con velocità $\mathbf{v}(0,1,0) = v_0\,\mathbf{j}$.

3) Calcolare la posizione del centro di massa una asticella di lunghezza *L*, densità lineare di massa $\lambda(x)=\lambda_0 x$ e massa *M* (esprimere il risultato in funzione di *L* ed *M*).

4) Determinare l'accelerazione angolare del disco nel momento in cui viene tagliato il filo che lo mantiene in equilibrio (*R* ed *M*, raggio e massa del disco; disco omogeneo; *m*, massa posta sul bordo del disco; $I=1/2\,MR^2$ momento d'inerzia del disco).



5) Commentare il concetto di massa gravitazionale.

6) Mostrare i passaggi che conducono alla formulazione della conservazione della energia meccanica.

Quesiti

1)

$$\vec{r} = (v_0 t)\,\vec{i} + (v_{0y}t - 1/2gt^2)\,\vec{j} \qquad \vec{v} = (v_{0x})\,\vec{i} + (v_{0y} - gt)\,\vec{j} \qquad \vec{a} = -g\,\vec{j}$$

$$\alpha(t) = \frac{\vec{v}\cdot\vec{a}}{|\vec{v}||\vec{a}|} = \frac{-g(v_{0y} - gt)}{g\sqrt{(v_{0x})^2 + (v_{0y} - gt)^2}} = \frac{-(v_{0y} - gt)}{\sqrt{(v_{0x})^2 + (v_{0y} - gt)^2}}$$

$$\alpha(0) = \frac{-v_{0y}}{\sqrt{(v_{0x})^2 + (v_{0y})^2}}$$

2)

$$\vec{F} = \vec{\nabla}U \Rightarrow \qquad \Rightarrow \vec{F} = 2K_1\left(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}\right) - 2K_2\,\vec{j}$$

$$F_x = \frac{\partial U}{\partial x} = 2K_1 x$$

$$F_y = \frac{\partial U}{\partial y} = 2K_1 y - 2K_2$$

$$F_z = \frac{\partial U}{\partial z} = 2K_1 z$$

$$\vec{F}\left(0,1,0\right) = 2\left(K_1 - K_2\right)\vec{j} \;\; \| \; \vec{v}\left(0,1,0\right) = 2v_0\,\vec{j} \Rightarrow \frac{v^2}{\rho} = 0 \Rightarrow \rho \to \infty$$

3)

$$x_{CM} = \int_0^L x\lambda_0 x\,dx = \lambda_0 \frac{1}{3}x^3\Big|_0^L = \frac{\lambda_0}{3}L^3$$

$$M = \int_0^L \lambda_0 x\,dx = \lambda_0 \frac{1}{2}x^2\Big|_0^L = \frac{\lambda_0}{2}L^2 \qquad \lambda_0 = \frac{2M}{L^2}$$

$$x_{CM} = \frac{\lambda_0}{3}L^3 = \frac{2M}{L^2}\frac{1}{3}L^3 = \frac{2}{3}ML$$

4)

$$\vec{M}^e = (-mg\,\vec{k}) \wedge (R\,\vec{j}) = mgR\,\vec{i}$$

$$\hat{\omega}\cdot\vec{M}^e = \vec{i}\cdot mgR\,\vec{i} = mgR$$

$$I = \frac{1}{2}MR^2 + mR^2$$

$$\ddot{\phi} = \frac{\hat{\omega}\cdot\vec{M}^e}{I} = \frac{mgR}{\frac{1}{2}MR^2 + mR^2} = \frac{2m}{M + 2m}\frac{g}{R}$$