Fisica Generale LA

Prof. Nicola Semprini Cesari

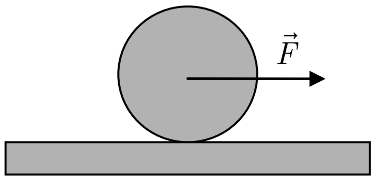
Prova Scritta del 9 Settembre 2015

Meccanica

Q1) Un punto materiale compie un moto a spirale dato dalla legge vettoriale $\vec{r} = At\sin\omega t\,\hat{i} + At\cos\omega t\,\hat{j}$. Determinare il modulo della velocità.

Q2) Un punto materiale di massa *m*, in moto lungo l'asse *x* con velocità $v_0 = 10\ m/s$ entra in una regione dove è soggetto alla azione di una forza viscosa $\vec{F} = -b\vec{v}$. Determinare i) l'andamento temporale della velocità; ii) l'energia dissipata dopo un tempo $t = m/b$ nel caso in cui sia *m=2 K g*.

Q3) Un cilindro omogeneo di massa M e raggio R è appoggiato su di un piano orizzontale su cui può rotolare senza strisciare. Trovare l'espressione della equazione oraria del suo centro di massa nella ipotesi che in esso sia applicata una forza $\vec{F}$.



Q4) Calcolare il momento d'inerzia di un anello omogeneo di raggio R e densità lineare di massa λ rispetto ad un suo diametro.

Q5) Sia dato un sistema di punti materiali soggetto alla azione del solo campo di gravitazione costante ed uniforme che si osserva in prossimità della superficie terrestre. Dimostrare che la risultante del momento delle forze esterne, assunto come polo di riduzione il centro di massa, è nullo.

Q6) Commentare i concetti di massa inerziale e gravitazionale.

Termodinamica

Q1) Tre moli di gas ideale monoatomico eseguono una trasformazione adiabatica reversibile triplicando il volume iniziale. Nella ipotesi che la temperatura iniziale valga T_1*=340K* determinare il lavoro compiuto nella espansione.

Q2) Un pezzo di rame di massa *m=2Kg* (calore specifico del rame $c=387\ J\ Kg^{-1}\ K^{-1}$) precipita in un lago da una altezza *h=50 m*. La temperatura del metallo è T_{cu}*=400K* quella del lago T_L*=288K*. Calcolare i) la variazione di entropia del rame; ii) la variazione di entropia del lago e dell'universo.

Q3) Spiegare il concetto di trasformazione quasi statica.

Soluzioni Meccanica

Q1)

$$\vec{r} = At\sin\omega t\,\hat{i} + At\cos\omega t\,\hat{j}$$

$$\dot{\vec{r}} = A\sin\omega t\,\hat{i} + A\omega t\cos\omega t\,\hat{i} + A\cos\omega t\,\hat{j} - A\omega t\sin\omega t\,\hat{j}$$

$$|\,\dot{\vec{r}}\,| = \sqrt{(A\sin\omega t + A\omega t\cos\omega t)^2 + (A\cos\omega t - A\omega t\sin\omega t)^2}$$

$$= \sqrt{A^2\sin^2\omega t + A^2\omega^2t^2\cos^2\omega t + 2A^2\omega t\sin\omega t\cos\omega t + A^2\cos^2\omega t + A^2\omega^2t^2\sin^2\omega t - 2A^2\omega t\sin\omega t\cos\omega t}$$

$$= A\sqrt{1+\omega^2t^2}$$

Q2)

$$i)\ \vec{F} = m\vec{a} \qquad -b\vec{v} = m\vec{a} \qquad -b\dot{x} = m\ddot{x} \qquad -b\dot{x} = m\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\dot{x} \qquad \frac{d\dot{x}}{\dot{x}} = -\frac{b}{m}dt \qquad \ln\frac{\dot{x}(t)}{\dot{x}(0)} = -\frac{b}{m}t$$

$$\dot{x}(t) = \dot{x}(0)\ e^{-\frac{b}{m}t}$$

$$ii)\ \triangle E = \frac{1}{2}m\dot{x}^2(t) - \frac{1}{2}m\dot{x}^2(0) = \frac{1}{2}m\dot{x}^2(0)e^{-2\frac{b}{m}t} - \frac{1}{2}m\dot{x}^2(0) = \frac{1}{2}m\dot{x}^2(0)(e^{-2\frac{b}{m}t} - 1) =$$

$$= \frac{1}{2}\times 2\times 10^2(e^{-2} - 1) = -86.5\ J$$

Q3)

$$\vec{F}^e = M\vec{a}_{CM} \qquad \hat{\omega}\cdot\vec{M}^e_{\Omega} = I_{\hat{\omega}}\dot{\omega}$$

$$F\,\hat{j} - F_a\hat{j} = M\ddot{Y}_{CM}\hat{j} \qquad \hat{i}\cdot[(-R\hat{k})\wedge(-F_a\hat{j})] = \frac{1}{2}MR^2\dot{\omega} \qquad \omega R = -\dot{Y}_{CM}$$

$$F - F_a = M\ddot{Y}_{CM} \qquad \hat{i}\cdot(-RF_a\hat{i}) = -\frac{1}{2}MR^2\frac{\dot{Y}_{CM}}{R}$$

$$F - F_a = M\ddot{Y}_{CM} \qquad F_a = \frac{1}{2}M\dot{Y}_{CM}$$

$$F - \frac{1}{2}M\dot{Y}_{CM} = M\ddot{Y}_{CM} \qquad \ddot{Y}_{CM} = \frac{2F}{3M} \qquad Y_{CM} = Y_0 + \dot{Y}_0 t + \frac{1}{3}\frac{F}{M}t^2$$

Q4)

$$I = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2 = 2\int_0^{\pi} \lambda R d\vartheta \times R^2\sin^2\vartheta = 2\lambda R^3\int_0^{\pi}\sin^2\vartheta\ d\vartheta = 2\lambda R^3\frac{\pi}{2}$$

$$M = \lambda\ 2\pi R \qquad \lambda = \frac{M}{2\pi R} \qquad I = 2R^3\frac{\pi}{2}\frac{M}{2\pi R} = \frac{1}{2}MR$$

Soluzioni Termodinamica

Q1)

$$đQ = dU + đL \qquad đL = -dU = -nc_v dT \qquad L = -nc_v(T_2 - T_1)$$

$$TV^{\frac{C_p}{C_V}-1} = \text{cost} \qquad T_1V_1^{\frac{C_p}{C_V}-1} = T_2V_2^{\frac{C_p}{C_V}-1} \qquad T_2 = T_1(\frac{V_1}{V_2})^{\frac{C_p}{C_V}-1} = 340(\frac{1}{3})^{\frac{5/2R}{3/2R}-1} = 163.5K$$

$$L = 3\frac{3}{2}R(340-163.5) = 6600.2\,J$$

Q2)

$$i)\ \Delta S_{Cu} = \int_{T_{Cu}}^{T_L} \frac{đQ}{T} = \int_{T_{Cu}}^{T_L} \frac{mc\,dT}{T} = mc\ln(\frac{T_L}{T_{Cu}}) = 2\times 387\times \ln(\frac{288}{400}) = -254\ J/K$$

$$ii)\ Q_L = mgh + mc(T_{Cu} - T_L) = 2\times 9.81\times 50 + 2\times 387\times(400-288) = 87669\,J$$

$$\Delta S_L = \frac{Q_L}{T_L} = \frac{87669}{288} = 304.4\ J/K$$

$$\Delta S_U = \Delta S_L + \Delta S_{Cu} = 304.4 - 254 = 50.4\ J/K$$