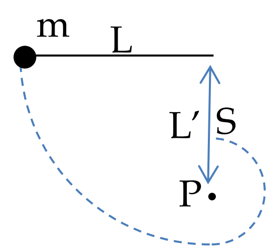
Fisica Generale LA

Prof. Nicola Semprini Cesari

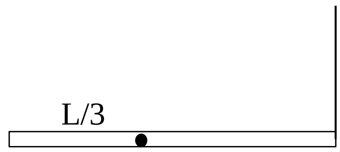
Prova Scritta del 25 Luglio 2019

Meccanica

Q1) Sul ponte di una imbarcazione, in moto in direzione Nord Est con una velocità di 5 *nodi*, si osserva un vento proveniente da Nord di velocità 5 *nodi*. Determinare la direzione e la velocità del vento osservata a terra.

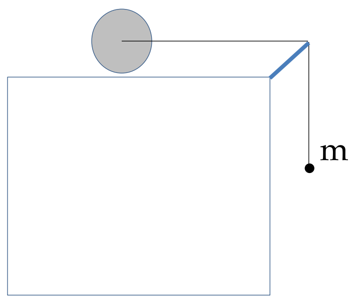


Q2) Un pendolo di massa *m* e lunghezza *L* disposto orizzontalmente viene lasciato libero con velocità iniziale nulla. Giunto in posizione verticale, il filo incontra il piolo *P* di sezione trascurabile ed il pendolo continua il suo moto descrivendo un cerchio di raggio inferiore ad *L*. Determinare il più piccolo valore *L'* che permette alla massa *m* di raggiungere il punto sommitale *S* con filo teso.



Q3) Una barra omogenea di massa *M* e lunghezza *L*, libera di ruotare senza attrito attorno ad un perno posto a distanza *L/3* da un estremo, si trova in posizione orizzontale sorretta da un filo fissato all'altro estremo. Determinare l'accelerazione del centro di massa nell'istante in cui viene tagliato il filo.

Q4) Un disco omogeneo di massa *M* e raggio *R* rotola senza strisciare trainato da un filo inestensibile di massa trascurabile al cui capo è applicata una massa *m*. Determinare l'accelerazione del centro di massa del disco.



Q5) Scrivere l'espressione delle forze inerziali e commentarne il contenuto fisico specificando il significato dei diversi termini.

Q6) Scrivere l'espressione della forza gravitazionale, commentarne il significato fisico con particolare riferimento ai concetti di massa inerziale e gravitazionale

Termodinamica

Q1) Due blocchi materiali di massa M e capacità termica C alla temperatura iniziale T_{01} e T_{02} vengono posti in contatto termico. Scrivere l'espressione della entropia del sistema delle due masse e trovare il suo massimo. Commentare il risultato.

Q2) Un gas monoatomico, in uno stato iniziale con temperatura $T_0 = 300\,^\circ K$ e pressione, si espande attraverso una trasformazione adiabatica quasi statica dimezzando il valore della pressione. Determinare la temperatura finale.

Q3) Dimostrare che tutte le macchine termiche reversibili che lavorano tra due serbatoi hanno lo stesso rendimento (parte della dimostrazione del Teorema di Carnot).

MECCANICA

Q1)

$$\vec{v}\,' = \vec{v}_0 + \vec{v} + \vec{\omega} \wedge \vec{r}$$

$$\vec{v}\,'_{vento} = \cos(\pi/4)v_0\vec{i}\,' + \sin(\pi/4)v_0\vec{j}\,' - v_{vento}\vec{j}\,' = \cos(\pi/4)v_0\vec{i}\,' + (\sin(\pi/4)v_0 - v_{vento})\vec{j}\,'$$

$$\varphi = arctg(\frac{\cos(\pi/4)v_0}{\sin(\pi/4)v_0 - v_{vento}}) = arctg(\frac{1}{1-\sqrt{2}}) = -67.5^\circ$$

dunque il vento proviene da 292.5 gradi ovvero dal quadrante NW. Il modulo vale

$$\vec{v}\,'_{vento} = \cos(\pi/4)v_0\vec{i}\,' + \sin(\pi/4)v_0\vec{j}\,' - v_{vento}\vec{j}\,' = \cos(\pi/4)v_0\vec{i}\,' + (\sin(\pi/4)v_0 - v_{vento})\vec{j}\,'$$

$$v'_{vento} = \sqrt{\cos^2(\pi/4)v_0^2 + (\sin(\pi/4)v_0 - v_{vento})^2} = 3.8\,nodi$$

Q2)

Dalla conservazione della energia nel punto iniziale e nel punto P si ha

$$E_{in} = E_{fin} \quad mgL = mg2(L-L') + \frac{1}{2}mv_S^2 \quad v_S^2 = 2g(2L'-L)$$

Dal secondo principio della diniamica nel punto S si ha

$$-T\vec{k} - mg\vec{k} = -m\frac{v_S^2}{(L-L')}\vec{k} \quad T = m(\frac{v_S^2}{(L-L')} - g)$$

Richiedendo la condizione di filo teso si ha

$$T = m(\frac{v_S^2}{L-L'} - g) > 0 \quad v_S^2 > g(L-L') \quad 2g(2L'-L) > g(L-L') \quad L' > \frac{3}{5}L$$

Q3)

$$\vec{M}_\Omega^{est} \cdot \hat{\omega} = I_{\hat{\omega}}\ddot{\varphi}$$

$$I_{\hat{\omega}} = \int_{-L/3}^{2/3L} \lambda dx\, x^2 = \frac{1}{3}\lambda[(\frac{2}{3}L)^3 - (-\frac{1}{3}L)^3] = \frac{1}{3}\lambda[\frac{8}{27}L^3 + \frac{1}{27}L^3] = \frac{1}{9}\lambda L^3 = \frac{1}{9}ML^2$$

$$(\frac{L}{2} - \frac{L}{3})d\varphi = -dZ_{CM} \qquad (\frac{L}{2} - \frac{L}{3})\ddot{\varphi} = -\ddot{Z}_{CM}$$

$$(\frac{L}{2} - \frac{L}{3})\vec{j} \wedge (-Mg\vec{k}) \cdot \vec{i} = -\frac{1}{9}ML^2\frac{\ddot{Z}_{CM}}{(\frac{L}{2} - \frac{L}{3})}$$

$$\ddot{Z}_{CM} = -\frac{g}{4}$$

Q4)

L'equazione del moto del disco è la seguente

$$\vec{M}_{\Omega}^{est} \cdot \hat{\omega} = I_{\hat{\omega}} \ddot{\varphi}$$

$$R\,d\varphi = -dY_{CM} \qquad R\ddot{\varphi} = -\ddot{Y}_{CM}$$

$$I_{\hat{\omega}} = \int_0^R \int_0^{2\pi} \sigma r\, d\varphi\, dr\, r^2 = \sigma 2\pi \frac{1}{4} R^4 = \frac{1}{2} M R^2$$

$$I_{\hat{\omega}'} = \frac{1}{2} M R^2 + M R^2 = \frac{3}{2} M R^2$$

$$(R\vec{k}) \wedge (T\vec{j}) \cdot \vec{i} = -\frac{3}{2} M R^2 \frac{\ddot{Y}_{CM}}{R}$$

$$\ddot{Y}_{CM} = \frac{2}{3} \frac{T}{M}$$

L'equazione del moto della massa è invece

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$(T - mg)\vec{k} = m\ddot{z}\vec{k}$$

$$dY_{CM} = -dz \qquad \ddot{Y}_{CM} = -\ddot{z}$$

$$T = -m\ddot{Y}_{CM} + mg$$

Otteniamo infine

$$\ddot{Y}_{CM} = \frac{1}{\frac{3M}{2m} + 1} g$$

TERMODINAMICA

Q1)

$$\begin{cases} đQ_1 = MC\,dT_1 \\ đQ_2 = MC\,dT_2 \\ đQ_1 + đQ_2 = 0 \\ dS = \dfrac{đQ_1}{T_1} + \dfrac{đQ_2}{T_2} \end{cases} \qquad \begin{cases} - \\ - \\ dT_1 + dT_2 = 0 \;\; (1) \\ dS = \dfrac{MC\,dT_1}{T_1} + \dfrac{MC\,dT_2}{T_2} \end{cases} \qquad \begin{cases} - \\ - \\ \displaystyle\int_{T_{01}}^{T_1} dT_1 + \int_{T_{02}}^{T_2} dT_2 = 0 \\ dS = MC(\dfrac{dT_1}{T_1} + \dfrac{dT_2}{T_2}) \end{cases} \qquad \begin{cases} - \\ - \\ T_1 - T_{10} + T_2 - T_{20} = 0 \;\; (2) \\ - \end{cases}$$

dalle (1) *e* (2) *si ha*

$$dS = MC(\frac{dT_1}{T_1} - \frac{dT_1}{(T_{10}+T_{20}) - T_1})$$

$$\int_{S_0}^{S} dS = MC\int_{T_{01}}^{T_1} (\frac{dT_1}{T_1} - \frac{dT_1}{(T_{10}+T_{20}) - T_1})$$

$$S - S_0 = MC\ln\frac{T_1}{T_{01}} + MC\ln\frac{(T_{01}+T_{02}) - T_1}{(T_{01}+T_{02}) - T_{01}} = MC\ln\frac{(T_{01}+T_{02})T_1 - T_1^2}{T_{01}T_{02}}$$

$$S = S_0 + MC\ln\frac{(T_{01}+T_{02})T_1 - T_1^2}{T_{01}T_{02}}$$

Il massimo della entropia si ha quando $X = (T_{01}+T_{02})T_1 - T_1^2$ assume valore massimo

$$\frac{dX}{dT_1} = (T_{01}+T_{02}) - 2T_1 = 0 \qquad T_1 = \frac{(T_{01}+T_{02})}{2}$$

Come atteso, a seguito del contato termico il corpo 1 raggiunge l'equilibrio alla temperatura intermedia tra quelle iniziali. In tale situazione, in accordo con il secondo principio, l'entropia del sistema raggiunge il suo massimo valore.

Q2)

$$0 = nc_V dT + pdV \qquad pdV + Vdp = nRdT$$

$$pdV = nRdT - Vdp$$

$$0 = nc_V dT + nRdT - Vdp = nc_V dT + nRdT - \frac{nRT}{p}dp$$

$$0 = (c_V + R)\frac{dT}{T} - R\frac{dP}{P} \qquad 0 = \frac{dT}{T} - \frac{R}{(c_V+R)}\frac{dP}{P}$$

$$\ln\frac{T_2}{T_1} = \ln(\frac{P_2}{P_1})^{\frac{R}{(c_V+R)}} \qquad T_2 = T_1(\frac{P_2}{P_1})^{\frac{R}{(c_V+R)}} = 300(\frac{1}{2})^{\frac{1}{1+\frac{3}{2}}} = 227.4^\circ K$$