

Fisica Generale LA

Ingegneria Civile

Prof. Nicola Semprini Cesari

19 Luglio 2005

(1)

Quesito 1

Calcolare l'angolo compreso tra i vettori $\vec{a} = (1, 1, 0)$ e $\vec{b} = (0, 1, 1)$.

Quesito 2

Un punto materiale si muove lungo una traiettoria circolare di raggio R secondo l'equazione oraria

$$s = \frac{1}{2} \alpha t^2 + \beta. \text{ Calcolare il modulo dell'accelerazione.}$$

Quesito 3

Una piattaforma circolare ruota in senso antiorario attorno ad un asse perpendicolare passante per il suo centro compiendo un giro in 4 secondi. Su tale piattaforma un punto materiale di massa $m = 3 \text{ Kg}$ si sposta lungo l'asse delle y positive con velocità di modulo $v_0 = 2 \text{ m/s}$. Fornire l'espressione vettoriale della forza di Coriolis agente sul punto materiale (si assuma l'asse z coincidente con l'asse di rotazione e diretto verso l'alto e l'origine O giacente sull'intersezione dell'asse z con la piattaforma).

Quesito 4

Una molla di costante elastica $K = 40 \text{ N/m}$ inizialmente compressa di un tratto $X = 50 \text{ cm}$ si distende lanciando un punto materiale di massa $m = 0.5 \text{ Kg}$ lungo un piano inclinato di un angolo $\alpha = 30^\circ$ rispetto al piano orizzontale e di lunghezza $l = 1 \text{ m}$.

Calcolare la velocità del punto materiale nel momento in cui si stacca dal piano inclinato. Calcolare la massima quota raggiunta dal punto materiale rispetto al piano orizzontale di partenza.

Quesito 5

Un'asta omogenea di lunghezza L e massa M è in equilibrio sospesa nel suo punto di mezzo. Ad un certo istante di tempo un corpo puntiforme di massa m viene appoggiato ad una sua estremità. Calcolare il modulo dell'accelerazione angolare dell'asta nel medesimo istante di tempo.

Quesito 6

Commentare le principali proprietà delle forze conservative.

Quesito 7

Enunciare e dimostrare il teorema delle forze vive.

Problema

Un sasso di massa m , legato all'estremo di una funicella inestensibile di massa trascurabile e lunghezza l , ruota di moto circolare in un piano verticale. Calcolare i valori massimo e minimo della tensione della fune nella ipotesi che la velocità del sasso nel punto più alto della traiettoria abbia modulo v_0 .

Q1 $\vec{a} \cdot \vec{b} = (1, 1, 0) \cdot (0, 1, 1) = 1 = a b \cos \vartheta = 2 \cos \vartheta$
 $\vartheta = \arccos(1/2) = \pi/3$

Q2 $\dot{s} = \alpha t \quad \ddot{s} = \alpha \quad a = \alpha \sqrt{1 + \frac{\alpha^2 t^4}{R^2}}$

Q3 $\vec{f}_c = -2m \vec{\omega} \wedge \vec{v} = -2m \omega_0 \vec{k} \wedge v_0 \vec{j} = 2m \omega_0 v_0 \vec{i} = 2 \times 3 \frac{2\pi}{4} \times 2 \vec{i} = 6\pi \vec{i}$

Q4 $\frac{1}{2} K X^2 = mg l \sin \alpha + \frac{1}{2} m v_0^2 \quad v_0 = \sqrt{\frac{K}{m} X^2 - 2gl \sin \alpha} = \sqrt{\frac{40}{0.5} 0.5^2 - 2 \times 9.8 \times 1 \times \frac{1}{2}} = 3.2 \text{ m/s}$

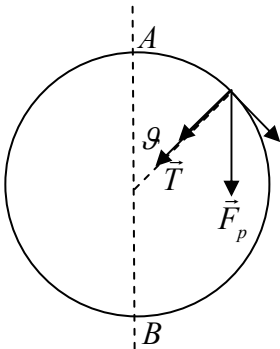
$$\frac{1}{2} m v_0^2 \sin^2 \alpha = mg \delta h \quad \delta h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{(3.2 \times 0.5)^2}{2 \times 9.8} = 0.13 \text{ m}$$

$$h = l \sin \alpha + \delta h = 1 \times 0.5 + 0.13 = 0.63 \text{ m}$$

Q5 $\hat{\omega} \cdot \vec{M} = I_\omega \dot{\omega} = mgL \quad \dot{\omega} = \frac{mgL/2}{I_\omega} = \frac{mgL/2}{ML^2/12} = \frac{6}{ML} mg$

Problema

$$\vec{f} = m\vec{a} \quad mg \sin \vartheta \vec{t} + (mg \cos \vartheta + T) \vec{n} = m\ddot{s} \vec{t} + m \frac{\dot{s}^2}{l} \vec{n} \quad T = m \frac{\dot{s}^2}{l} - mg \cos \vartheta$$



evidentemente in B si ha la massima tensione ed in A la minima

$$T_{\min} = m \frac{\dot{s}_A^2}{l} - mg \quad T_{\max} = m \frac{\dot{s}_B^2}{l} + mg$$

dalla conservazione della energia si ha anche

$$\frac{1}{2} m \dot{s}_A^2 + 2mgl = \frac{1}{2} m \dot{s}_B^2 \quad \dot{s}_B^2 = \dot{s}_A^2 + 4gl$$

e quindi

$$T_{\min} = m \left(\frac{v_0^2}{l} - g \right) \quad T_{\max} = m \left(\frac{v_0^2 + 4gl}{l} + g \right)$$