

Fisica Generale LA

Prova Scritta del 13 Dicembre 2006

Prof. Nicola Semprini Cesari

Quesiti

- 1) Un punto si muove nel piano secondo le equazioni orarie $x = \alpha t, y = 1/2 \beta t^2$. Esprimere, in funzione del tempo, l'angolo che l'accelerazione del punto materiale forma con la direzione del moto.
- 2) Verificare se il campo di forze
$$\vec{F}(x, y, z) = -\alpha \left\{ (y^2 z + 2xz^2) \vec{i} + 2xyz \vec{j} + (xy^2 + 2x^2 z) \vec{k} \right\}$$
 è conservativo e calcolarne, eventualmente, l'espressione dell'energia potenziale.
- 3) Calcolare la quota, rispetto a terra, di un satellite geostazionario nella ipotesi che questo compia una traiettoria perfettamente circolare attorno alla terra ($g = 9.81 \text{ m/s}^2, R_T = 6,37 \times 10^6 \text{ m}, T = 86400 \text{ s}$).
- 4) Commentare i concetti di massa inerziale e massa gravitazionale

Problema

Un satellite di massa m , assimilabile ad un oggetto puntiforme, si muove lungo un'orbita circolare attorno alla Terra. Sapendo che esso possiede un'energia totale meccanica E (avendo posto all'infinito il punto di energia potenziale nulla), che il modulo del suo momento angolare rispetto al centro della Terra è J e conoscendo la massa M della Terra e la costante gravitazionale G , calcolare le espressioni delle seguenti quantità:

- a) il raggio r dell'orbita;
- b) il modulo v della velocità del satellite.

Soluzioni Quesiti

$$1) \quad \vec{v} = (\alpha, \beta t) \quad \vec{a} = (0, \beta) \quad \cos \vartheta = \hat{a} \cdot \hat{v} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{v}}{a v} = \frac{(\alpha, \beta t) \cdot (0, \beta)}{\beta^2 \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 t^2}} = \frac{t}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 t^2}}$$

$$2) \quad V = \alpha(xy^2z + x^2z^2)$$

$$3) \quad G \frac{Mm}{(R_T + h)^2} = m\omega^2(R_T + h) \quad h = \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}} - R_T = \sqrt[3]{\frac{g R_T^2}{\omega^2}} - R_T = 35.900 \text{ km}$$

Soluzione Problema

a)

$$E = -G \frac{mM}{r} + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{mv^2}{r} = G \frac{mM}{r^2} \Rightarrow mv^2 = G \frac{mM}{r}$$

$$E = -\frac{1}{2}G \frac{mM}{r}$$

$$r = -\frac{1}{2}G \frac{mM}{E}$$

b) $mr v = J$

$$v = -\frac{2EJ}{m^2MG}$$