Fisica Generale T-A N.2

Prova scritta del 20 giugno 2011

Prof. Nicola Semprini Cesari

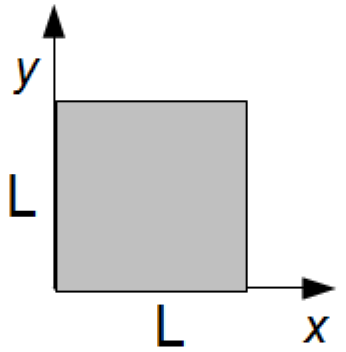
Meccanica

---

1) Un punto materiale si muove secondo l'equazione oraria $x=5t+3$ *e* $y=4$. Trovare l'espressione dell'angolo formato dai vettori posizione e velocità.

2) Un punto materiale di massa $m=4\ Kg$ è soggetto all'azione della forza $\vec{f}=-4\dot{x}\vec{i}$. Esprimere la velocità in funzione del tempo nel caso in cui $\dot{x}(0)=5\,m/s$.

3) Assumendo il riferimento indicato calcolare il momento d'inerzia rispetto ad un asse passante per l'origine e normale al piano della figura nella ipotesi che la densità superficiale di massa sia uniforme e di valore σ.

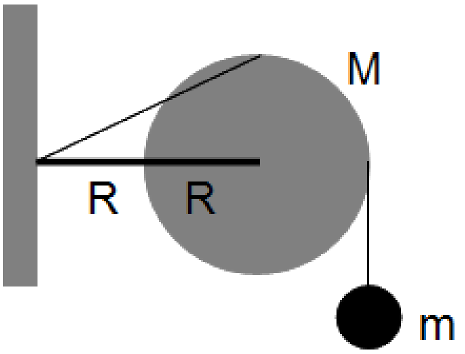


4) Sia data una ruota di raggio *R*, massa *M* e densità superficiale di massa uniforme σ sostenuta da un braccio orizzontale fissato al muro. Nella ipotesi che la massa appesa al bordo valga *m* determinare i) la tensione della fune affinché la ruota sia in equilibrio; ii) il momento d'inerzia della ruota; iii) l'accelerazione angolare qualora il filo venga tagliato.

5) Commentare il concetto di massa gravitazionale.

6) Commentare il principio di azione e reazione.

7) Dimostrare il teorema di Konig per l'energia cinetica.



Termodinamica

---

1) Calcolare il lavoro fornito da $n=5$ moli di gas perfetto nel corso di una trasformazione isobara dalla temperatura $t=20\ ^oC$ a $t=100\ ^oC$.

2) Nel corso di una trasformazione isoterma tre moli di gas monoatomico ($C_V=3/2\ R$) cambiano il proprio volume da $V_i=10\ l$ a $V_f=20\ l$. Calcolare la variazione di entropia.

3) Calcolare la relazione tra pressione e temperatura per gli stati di una trasformazione adiabatica quasi statica.

4) Commentare il concetto di entropia.

Soluzioni

Q1

$$\vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} = (5t+3)\,\vec{i} + 4\,\vec{j} \qquad \vec{v} = \dot{\vec{r}} = 5\,\vec{i} \qquad |\vec{r}| = \sqrt{(5t+3)^2 + 16} \qquad |\vec{v}| = 5$$

$$\vartheta = \frac{\vec{r}\cdot\vec{v}}{|\vec{r}||\vec{v}|} = \frac{\left((5t+3)\,\vec{i} + 4\,\vec{j}\right)\cdot 5\,\vec{i}}{25\sqrt{(5t+3)^2+16}} = \frac{5t+3}{\sqrt{5(5t^2+6t+5)}}$$

Q2

$$\vec{f} = -4\,\dot{x}\,\vec{i} = m(\ddot{x}\,\vec{i} + \ddot{y}\,\vec{j}) \qquad \begin{cases} -4\,\dot{x} = m\,\ddot{x} \\ \ddot{y} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} -4\,\dot{x} = m\dfrac{d\,\dot{x}}{dt} \\ \dot{y} = v_{0y} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{-4}{m}dt = \dfrac{d\,\dot{x}}{\dot{x}} \\ ------- \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = \dot{x}_0 \exp(-\dfrac{4}{m}t) \\ --------- \end{cases} \qquad \begin{cases} \dot{x} = 5\exp(-\dfrac{4}{m}t) \\ --------- \end{cases}$$

Q3 $$I = \int\int r^2 dm = \int_0^L\int_0^L (x^2+y^2)\,\sigma\,dx\,dy = \frac{2}{3}\sigma L^4 = \frac{2}{3}ML^2$$

Q4

$$\hat{\omega}\cdot\vec{M}^e = I_\omega\ddot{\varphi} \qquad \hat{\omega} = \vec{i}$$

$i)$ $$\vec{M}^e = R\,\vec{j}\wedge(-mg\,\vec{k}) + R\,\vec{k}\wedge(-\frac{2}{\sqrt{5}}\vec{j} - \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{k}) \qquad \hat{\omega}\cdot\vec{M}^e = 0$$

$$\vec{i}\cdot(R\,\vec{j}\wedge(-mg\,\vec{k}) + R\,\vec{k}\wedge(-T\frac{2}{\sqrt{5}}\vec{j} - T\frac{1}{\sqrt{5}}\vec{k})) = \quad -mgR - TR\frac{2}{\sqrt{5}} = 0 \qquad T = \frac{\sqrt{5}}{2}mg$$

$ii)$ $$I = \int_0^{2\pi}\int_0^R \sigma\, r^3 d\varphi\, dr = \sigma 2\pi\frac{R^4}{4} = \frac{1}{2}MR^2$$

$iii)$ $$\ddot{\varphi} = \frac{\hat{\omega}\cdot\vec{M}^e}{I_\omega} = \frac{\vec{i}\cdot R\,\vec{j}\wedge(-mg\,\vec{k})}{\frac{1}{2}MR^2} = -\frac{2m}{MR}g$$

$T1$

$$dL = P\,dV = nRT\frac{dV}{V} \qquad ma\;\; P = cost \quad e \quad PV = nRT \quad quindi \qquad PdV = n\,R\,dT$$

$$dL = P\,dV = n\,R\,dT \qquad L = n\,R\int_{T_1}^{T_2} dT = n\,R\,(T_2 - T_1) = 5\times 8.31\times 80 \simeq 3324\,J$$

$T2$

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{C_V dT + PdV}{T} = \frac{P}{T}dV \qquad S = n\,R\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} = 3\,R\,\ln(\frac{V_2}{V_1}) = 3\times 8.31\times\ln(2) \simeq 17,28\frac{J}{K}$$