Fisica Generale LA N.1

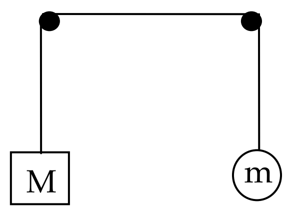
Prova Scritta del 12 Gennaio 2010
Prof. Nicola Semprini Cesari

Quesiti

1) Siano dati due sistemi di riferimento Oxy e $O'x'y'$ in quiete relativa. Sapendo che le coordinate di O rispetto ad O' sono espresse dal vettore $(2,3)$ e che gli assi x e y sono ruotati di un angolo $\alpha = 30^\circ$ rispetto ai corrispondenti assi x' e y' fornire l'espressione, nel riferimento $O'x'y'$ (e nella notazione dei versori), del punto P del piano identificato dal vettore $\vec{r} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$.

2) Un punto materiale di massa m, in moto lungo l'asse x di un riferimento Oxy, è soggetto all'azione di una forza $f = -\lambda \dot{x}$. Fornire l'espressione della velocità in funzione del tempo sapendo che v_0 è il suo valore al tempo $t=0$.

3) Sapendo che $M=5$ *Kg* determinare il valore di m affinchè la sua accelerazione sia diretta verso il basso e valga $g/6$.



4) $\vec{F}(x,y,z) = -\alpha\left(3x^2y^2z + y^2z^3\right)\vec{i} - 2\alpha\left(x^3yz + xyz^3\right)\vec{j} - \alpha\left(x^3y^2 + 3xy^2z^2\right)\vec{k}$. Stabilire se il campo di forze dato è conservativo e calcolarne, eventualmente, la funzione energia potenziale. Determinare inoltre le dimensioni e le unità di misura della costante α.

5) Spiegare e commentare in che modo viene introdotto in meccanica il concetto di massa inerziale.

6) Commentare la prima equazione cardinale della meccanica e fornire i passaggi matematici che conducono alla sua formulazione (circa 1 pagina).

Problema

Due punti materiali di massa m e $2m$, disposti su una piattaforma orizzontale priva di attrito (che assumeremo come riferimento inerziale), ruotano l'uno attorno all'altro con velocità angolare di modulo ω legati da una fune (che assumeremo tesa) di lunghezza l e massa trascurabile. Calcolare (sull'asse x che congiunge i punti materiali) le espressioni: i) della distanza x_G del centro di massa del punto materiale di massa m; ii) delle tensioni della fune che applicate ai punti materiali.

Soluzioni

Quesito 1

$\vec{r}_{OO'} = 2\vec{i}\,' + 3\vec{j}\,' \qquad \vec{i} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i}\,' + \frac{1}{2}\vec{j}\,' \qquad \vec{j} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}\,' - \frac{1}{2}\vec{i}\,'$

$$\vec{r}\,' = \vec{r}_{OO'} + \vec{r} = 2\vec{i}\,' + 3\vec{j}\,' + 3\vec{i} + 4\vec{j} =$$

$$= 2\vec{i}\,' + 3\vec{j}\,' + 3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i}\,' + \frac{1}{2}\vec{j}\,'\right) + 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}\,' - \frac{1}{2}\vec{i}\,'\right) =$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2}\vec{i}\,' + \frac{9+4\sqrt{3}}{2}\vec{j}\,'$$

Quesito 2

$-\lambda\dot{x} = m\ddot{x} \qquad -\lambda\dot{x} = m\frac{d\dot{x}}{dt} \qquad \int_{\dot{x}(0)}^{\dot{x}(t)} \frac{d\dot{x}}{\dot{x}} = -\frac{\lambda}{m}\int_0^t dt \qquad \ln\frac{\dot{x}(t)}{\dot{x}(0)} = -\frac{\lambda}{m}t \qquad \dot{x}(t) = \dot{x}(0)\,e^{-\frac{\lambda}{m}t}$

$\dot{x}(t) = v_0\,e^{-\frac{\lambda}{m}t}$

Quesito 3

$T - mg = m\ddot{z}_2$

$T - Mg = M\ddot{z}_1 \qquad \ddot{z}_2 = \frac{M-m}{M+m}g \qquad -\frac{g}{6} = \frac{M-m}{M+m}g \qquad m = \frac{7}{5}M = 7Kg$

Quesito 4

$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = 2\alpha\left(3x^2yz + yz^3\right) = \frac{\partial F_y}{\partial x};$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial z} = 3\alpha\left(x^2y^2 + y^2z^2\right) = \frac{\partial F_z}{\partial x};$$ il campo è conservativo.

$$\frac{\partial F_y}{\partial z} = 2\alpha\left(x^3y + 3xyz^2\right) = \frac{\partial F_z}{\partial y};$$

$$V = -U = -\int \vec{F}\cdot d\vec{s} = -\left(\int_{(0,0,0)}^{(x,0,0)} F_x\,dx + \int_{(x,0,0)}^{(x,y,0)} F_y\,dy + \int_{(x,y,0)}^{(x,y,z)} F_z\,dz\right) = -\alpha\left(x^3y^2z + xy^2z^3\right)$$

$$[\alpha] = \left[ML^{-5}T^{-2}\right] \Rightarrow \frac{N}{m^6}$$

Problema

$$x_G = \frac{m \cdot 0 + 2m \cdot l}{m + 2m} = \frac{2}{3}l$$

$$T_m = m\omega^2 \frac{2}{3}l = \frac{2}{3}m\omega^2 l$$

$$T_{2m} = 2m\omega^2 \frac{1}{3}l = \frac{2}{3}m\omega^2 l$$ =>Verifica del II principio della dinamica