Fisica Generale LA N.1

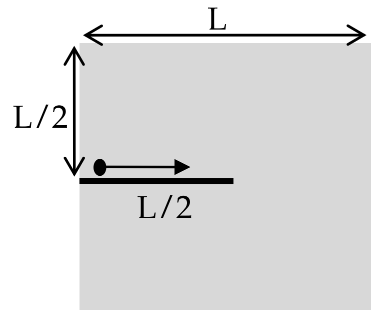
Prova Scritta del 22 Luglio 2009
Prof. Nicola Semprini Cesari

Quesiti

1) Dati i vettori $\vec{v} = (2,3,1)$ e $\vec{w} = (0,1,2)$ calcolare il vettore $\vec{a} = 2\vec{v} + 3\vec{w} + \vec{v} \wedge \vec{w} + |\vec{v}|\,\hat{w}$.

2) Una astronave, inizialmente in orbita attorno alla terra su di una traiettoria circolare di raggio R_0 con velocità costante di modulo v_0, si porta su di una traiettoria circolare di raggio $R_1 = 1/4\ R_0$. Calcolare il valore della nuova velocità dell'astronave.

3) Una superficie quadrata ideale di lato L è inclinata rispetto al piano orizzontale di un angolo $\alpha = 30^\circ$. Sul piano orizzontale, parallelamente al lato non inclinato, è disposta un guida anch'essa ideale. Nella ipotesi che un corpo materiale (approssimabile con un punto materiale) venga lanciato lungo la guida, determinarne la velocità affinchè centri il vertice inferiore destro del quadrato.



4) Scrivere e commentare l'espressione delle forze inerziali.

5) Mostrare attraverso quali passaggi si perviene a riformulare la prima equazione cardinale nei termini del centro di massa.

Problema

Due astronauti di masse m_1 ed m_2 si trovano all'esterno di una navicella spaziale, legati l'uno all'altro da una fune inestensibile lunga l. Essi ruotano l'uno attorno all'altro mantenendo tesa la fune; la velocità angolare del sistema è ω. Considerando isolato il sistema dei due astronauti (da trattare come punti materiali),

a) determinare la posizione del centro di massa;
b) determinare le espressioni delle tensioni esercitate dalla fune su ognuno degli astronauti;
c) calcolare di quanto varia la velocità angolare del sistema quando i due astronauti, tirando la fune, riducono a $(3/4)l$ la loro distanza reciproca.

Soluzioni quesiti

1) $\vec{a} = 2\vec{v} + 3\vec{w} + \vec{v} \wedge \vec{w} + |\vec{v}|\,\hat{w} = 2(2,3,1) + 3(0,1,2) + (2,3,1) \wedge (0,1,2) + \frac{\sqrt{(2,3,1)\cdot(2,3,1)}}{\sqrt{(0,1,2)\cdot(0,1,2)}}(0,1,2) =$

$= (9, 5 + \sqrt{\frac{14}{5}}, 10 + 2\sqrt{\frac{14}{5}})$

2) *dato che* $G\frac{Mm}{R^2} = m\frac{v^2}{R}$ *per ogni orbita vale la condizione* $GM = v^2 R$ *da cui* $v_0^2 R_0 = v_1^2 R_1$

che fornisce $v_1 = v_0\sqrt{\frac{R_0}{R_1}} = 2v_0$

3) Assumendo un riferimento con l'origine nel punto in cui termina la guida si ha

$x = v_{0x} t \qquad t' = \frac{L}{2v_{0x}}$

$y = -\frac{1}{2} g\, t^2 \qquad -\frac{L}{2} = -\frac{1}{2} g (\frac{L}{2v_{0x}})^2 \qquad v_{0x} = \sqrt{\frac{gL}{4}}$

Soluzioni problema

1) $x_{cm} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} l$

2) $x_1 = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} l \qquad x_2 = l - \frac{m_2}{m_1 + m_2} l = \frac{m_1}{m_1 + m_2} l$

$|T_1| = m_1 \frac{v_1^2}{|x_1|} = m_1 \omega^2 |x_1| = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\omega^2 l$ *inoltre* $|T_1| = |T_2|$ *per il principio di azione e reazione*

3) l'azione interna dei due astronauti non modifica il momento angolare del sistema

$\vec{l}_{in} = \vec{l}_{fin} \qquad |\vec{l}_{in}| = |\vec{l}_{fin}|$ ma $|\vec{l}| = m_1 v_1 |x_1| + m_2 v_2 |x_2| = m_1 \omega |x_1|^2 + m_2 \omega |x_2|^2 = \omega(m_1 |x_1|^2 + m_2 |x_2|^2)$

da cui $\omega_{in}(m_1 |x_{1in}|^2 + m_2 |x_{2in}|^2) = \omega_{fin}(m_1 |x_{1fin}|^2 + m_2 |x_{2fin}|^2)$ e quindi

$$\omega_{fin} = \omega_{in}\frac{(m_1 |x_{1in}|^2 + m_2 |x_{2in}|^2)}{(m_1 |x_{1fin}|^2 + m_2 |x_{2fin}|^2)} = \omega_{in}\frac{l^2}{(\frac{3}{4} l)^2} = \frac{16}{9}\omega_{in}$$