

ESAME SCRITTO DI FISICA GENERALE LA

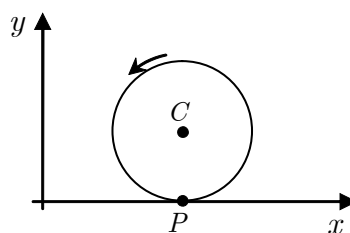
INGEGNERIA GESTIONALE e DEI PROCESSI GESTIONALI A-K, MECCANICA, ENERGETICA, INFORMATICA A-F e
DELL'AUTOMAZIONE, PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO, PER L'INDUSTRIA ALIMENTARE e CHIMICA

(Proff. A. Bertin, D. Galli, N. Semprini Cesari, A. Vitale e A. Zoccoli)

23/7/2004

(1)

Un disco sottile e omogeneo di raggio R e massa M è appoggiato con una delle sue facce su un piano orizzontale perfettamente liscio su cui può muoversi liberamente. Inizialmente il disco si muove di moto rotatorio con velocità angolare $\vec{\omega}_C = \omega_C \vec{k}$ attorno all'asse verticale passante per il suo centro di massa (v. figura); la velocità iniziale del centro di massa è $\vec{v}_C = \vec{0}$. Ad un certo istante il disco resta agganciato in un punto del suo bordo ad un punto fisso P del piano e comincia a ruotare attorno all'asse verticale passante per P , che funziona come una cerniera ideale. Determinare le espressioni delle seguenti quantità:



- il modulo della nuova velocità angolare ω_P assunta dal disco;
- l'impulso che il vincolo P trasferisce al disco nell'istante in cui si verifica l'aggancio;
- l'accelerazione del centro di massa a partire dall'istante dell'aggancio.

Quesiti

- Un proiettile viene lanciato con una velocità di modulo v_0 lungo una direzione che forma un angolo ϑ con quella orizzontale. Determinare per quale valore di tale angolo il proiettile raggiunge una quota massima pari ad h .
- Due oggetti aventi velocità iniziali $\vec{v}_1 = \frac{3m}{s} \vec{i}$, $\vec{v}_2 = -\frac{4m}{s} \vec{i}$ si urtano e si allontanano con velocità finali $\vec{v}'_1 = -\frac{2m}{s} \vec{i}$, $\vec{v}'_2 = \frac{5m}{s} \vec{i}$. Calcolare il rapporto m_1/m_2 tra le masse dei due corpi.
- Ai capi di una asticella inestensibile di massa trascurabile e lunghezza L sono fissate due masse puntiformi di valore m_1 ed m_2 . Determinare l'impulso del sistema nella ipotesi che questo ruoti con velocità angolare costante ω attorno ad un asse normale all'asticella e passante per m_1 .
- Enunciare e dimostrare il teorema delle forze vive.

Problema:

a) Il momento delle forze esterne rispetto al polo di riduzione P è nullo per cui si conserva il momento della quantità di moto $\vec{K}_{iniz} = \vec{K}_{fin}$. D'altra parte il momento della quantità di moto iniziale può essere calcolato rispetto al punto C per cui abbiamo

$$\begin{aligned}\vec{K}_{iniz} &= I_C \omega_C \vec{k} \\ \vec{K}_{fin} &= I_P \omega_P \vec{k} \\ I_C &= \frac{1}{2} MR^2, \quad I_P = \frac{3}{2} MR^2 \\ \omega_P &= \frac{I_C}{I_P} \omega_C = \frac{\omega_C}{3}\end{aligned}$$

b) La differenza tra l'impulso finale ed iniziale del disco vale

$$\begin{aligned}\vec{J} &= \Delta \vec{Q} = M \vec{v}'_C - \vec{0}; \quad \vec{v}'_C = \omega_P \vec{k} \wedge R \vec{j} = -\omega_P R \vec{i} \\ \vec{J} &= -M \frac{\omega_C}{3} R \vec{i}\end{aligned}$$

$$c) \quad \vec{a}_C = \omega_P^2 R \frac{(P - C)}{|P - C|}$$

Q1: La velocità lungo la verticale vale $v = v_0 \sin \vartheta - gt$ e si annulla nell'istante $t = v_0 \sin \vartheta / g$. Lo spazio percorso lungo la verticale al tempo t vale $h = -\frac{1}{2} g (v_0 \sin \vartheta / g)^2 + v_0 \sin \vartheta (v_0 \sin \vartheta / g)$ dalla quale si ricava $\vartheta = \arcsin(\sqrt{2gh} / v_0)$.

$$\begin{aligned}Q2: \quad m_1 v'_1 + m_2 v'_2 &= m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ \frac{m_1}{m_2} &= \frac{v'_2 - v_2}{v_1 - v'_1} = \frac{9}{5}\end{aligned}$$

$$Q3: \quad \vec{P} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_2 \vec{v}_2 = m_2 (\omega \vec{k} \wedge L \vec{i}_R) = m_2 \omega L \vec{i}_\varphi$$