Fisica Generale LA N.2

Prova Scritta del 22 Luglio 2009
Prof. Nicola Semprini Cesari

Quesiti

1) Dati i vettori $\vec{v} = (2,3,1)$ e $\vec{w} = (0,1,2)$ calcolare il vettore $\vec{b} = (\vec{w} \cdot \vec{v})\hat{v} + \hat{v} \wedge \hat{w} + 6\vec{w}$.

2) Determinare la velocità che deve essere impressa ad un corpo materiale (punto materiale) lanciato, da un qualche punto della superficie terrestre, in direzione verticale, affinchè arrivi ad una altezza pari al raggio terrestre (non si consideri l'attrito dell'aria).

3) Un proiettile deve colpire un punto posto su di una parete ad una quota h e ad una distanza d (misurata lungo la direzione orizzontale). Determinare l'inclinazione della canna del fucile (rispetto al piano orizzontale) affinchè il proiettile, colpendo il punto, penetri perpendicolarmente nella parete.

4) Scrivere e commentare l'espressione della trasformazione della accelerazione tra sistemi di riferimento in moto relativo.

5) Mostrare attraverso quali passaggi si perviene a riformulare la seconda equazione cardinale nel sistema del centro di massa.

Problema

Due stelle di masse m_1 e $m_2 = \frac{1}{2}m_1$ (da considerarsi puntiformi) ruotano l'una attorno all'altra sotto l'azione della reciproca attrazione gravitazionale (che consideriamo come unica forza agente), mantenendosi alla distanza reciproca costante d. Determinare, in funzione di m_1, d e della costante universale di gravitazione G, le espressioni

a) della posizione del centro di massa del sistema;
b) della velocità angolare ω del sistema.

Soluzioni quesiti

1) $\vec{b} = (\vec{w}\cdot\vec{v})\hat{v} + |\vec{w}|\,\hat{v}\wedge\hat{w} + 6\vec{w} = (0,1,2)\cdot(2,3,1)\dfrac{(2,3,1)}{\sqrt{4+9+1}} + \dfrac{(2,3,1)\wedge(0,1,2)}{\sqrt{4+9+1}} + 6(0,1,2) =$

$$= \left(\frac{15}{\sqrt{14}};\frac{11}{\sqrt{14}}+6;\frac{7}{\sqrt{14}}+12\right)$$

2) *dato che* $E = \dfrac{1}{2}mv^2 - G\dfrac{Mm}{R}$ *si ha* $\dfrac{1}{2}mv^2 - G\dfrac{Mm}{R_T} = -G\dfrac{Mm}{2R_T}$ *da cui* $v = \sqrt{\dfrac{GM}{R_T}}$

3) Assumendo un riferimento con l'origine nel punto termina la canna del fucile si ha

$$x = v_{0x}t \qquad t' = \frac{d}{v_{0x}} \qquad -$$

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}g\,t^2 \qquad - \qquad h = v_{0y}\frac{d}{v_{0x}} - \frac{1}{2}g\left(\frac{d}{v_{0x}}\right)\left(\frac{v_{0y}}{g}\right)$$

$$\dot{y} = v_{0y} - g\,t = 0 \qquad v_{0y} = g\frac{d}{v_{0x}} \qquad -$$

si ha allora $tg\alpha = \dfrac{v_{0y}}{v_{0x}} = \dfrac{2h}{d}$

Soluzioni problema

1) $x_{cm} = \dfrac{m_2}{m_1+m_2}d \qquad x_1 = -\dfrac{m_2}{m_1+m_2}d \qquad x_2 = d - \dfrac{m_2}{m_1+m_2}d = \dfrac{m_1}{m_1+m_2}d$

2) $|\vec{f}_{12}| = G\dfrac{m_1m_2}{d^2} = m_2\dfrac{v_2^2}{|x_2|} = m_2\,\omega^2|x_2| = \dfrac{m_1\,m_2}{m_1+m_2}\omega^2 d$ *da cui* $\omega = \sqrt{\dfrac{G(m_1+m_2)}{d^3}}$