Fisica Generale LA

Prof. Nicola Semprini Cesari

Prova Scritta del 16 Gennaio 2019

Meccanica

Q1) Dati i vettori $\vec{v} = (2,3,1)$ e $\vec{w} = (0,1,2)$ calcolare il vettore $\vec{a} = 2\vec{v} + 3\vec{w} + \vec{v} \wedge \vec{w} + |\vec{v}|\, \hat{w}$.

Q2) Una astronave, inizialmente in orbita attorno alla terra su di una traiettoria circolare di raggio R_0 con velocità costante di modulo v_0, si porta su di una traiettoria circolare di raggio $R_1 = 1/4\ R_0$. Calcolare il valore della nuova velocità dell'astronave.

Q3) Scrivere e commentare l'espressione delle forze inerziali.

Q4) Mostrare attraverso quali passaggi si perviene a riformulare la prima equazione cardinale nei termini del centro di massa.

Problema

Due astronauti di masse m_1 ed m_2 si trovano all'esterno di una navicella spaziale, legati l'uno all'altro da una fune inestensibile lunga *l*. Essi ruotano l'uno attorno all'altro mantenendo tesa la fune; la velocità angolare del sistema è ω. Considerando isolato il sistema dei due astronauti (da trattare come punti materiali),

a) determinare la posizione del centro di massa;
b) determinare le espressioni delle tensioni esercitate dalla fune su ognuno degli astronauti;
c) calcolare di quanto varia la velocità angolare del sistema quando i due astronauti, tirando la fune, riducono a (3/4)*l* la loro distanza reciproca.

Termodinamica

Q1) Attraverso le pareti di una stanza penetra una frazione di calore di *500 J/s*. Nella ipotesi che la temperatura esterna sia di *30* ^0C, calcolare la temperatura minima alla quale può essere condizionata per mezzo di un dispositivo con una potenza di *100 W*.

Q2) In un contenitore adiabatico vengono miscelati *3 Kg* di acqua alla temperature di *70* ^0C con *4 Kg* di acqua alla temperatura di *5* ^0C (si assuma il processo a pressione costante). Calcolare i) la temperatura di equilibrio; ii) la variazione di entropia (si assuma il calore specifico dell'acqua costante pari a *C=4184 J/ Kg K*).

Q3) Si discuta il secondo principio della termodinamica.

SOLUZIONI

Meccanica

Q1)

$$\vec{a} = 2\vec{v} + 3\vec{w} + \vec{v} \wedge \vec{w} + |\vec{v}|\,\hat{w} = 2(2,3,1) + 3(0,1,2) + (2,3,1) \wedge (0,1,2) + \frac{\sqrt{(2,3,1)\cdot(2,3,1)}}{\sqrt{(0,1,2)\cdot(0,1,2)}}(0,1,2) =$$

$$= (9,5+\sqrt{\frac{14}{5}},10+2\sqrt{\frac{14}{5}})$$

Q2)

$$dato\ che\ \ G\frac{Mm}{R^2} = m\frac{v^2}{R}\quad per\ ogni\ orbita\ vale\ la\, condizione\ \ GM = v^2 R\ \ da\ cui\ \ v_0^2 R_0 = v_1^2 R_1$$

$$che\ \ fornisce\ \ v_1 = v_0\sqrt{\frac{R_0}{R_1}} = 2v_0$$

Soluzioni problema

1) $x_{cm} = \dfrac{m_2}{m_1+m_2} l$

2) $x_1 = -\dfrac{m_2}{m_1+m_2} l \qquad x_2 = l - \dfrac{m_2}{m_1+m_2} l = \dfrac{m_1}{m_1+m_2} l$

$$|T_1| = m_1\frac{v_1^2}{|x_1|} = m_1\omega^2 |x_1| = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}\omega^2 l \quad inoltre\ \ |T_1| = |T_2|\ \ per\ il\ \ principio\ di\, azione\ e\ reazione$$

3) l'azione interna dei due astronauti non modifica il momento angolare del sistema

$$\vec{l}_{in} = \vec{l}_{fin} \qquad |\vec{l}_{in}| = |\vec{l}_{fin}| \qquad \text{ma} \quad |\vec{l}| = m_1 v_1 |x_1| + m_2 v_2 |x_2| = m_1\omega |x_1|^2 + m_2\omega |x_2|^2 = \omega(m_1|x_1|^2 + m_2|x_2|^2)$$

da cui $\omega_{in}(m_1|x_{1in}|^2 + m_2|x_{2in}|^2) = \omega_{fin}(m_1|x_{1fin}|^2 + m_2|x_{2fin}|^2)$ e quindi

$$\omega_{fin} = \omega_{in}\frac{(m_1|x_{1in}|^2 + m_2|x_{2in}|^2)}{(m_1|x_{1fin}|^2 + m_2|x_{2fin}|^2)} = \omega_{in}\frac{l^2}{(\frac{3}{4}l)^2} = \frac{16}{9}\omega_{in}$$

Termodinamica

Q1)

Si può schematizzare il problema attraverso una macchina frigorifera che assorbe, in un secondo, 100 J di lavoro e 500 J di calore da un serbatoio a temperatura incognita T1 cedendone una frazione Q2 ad un serbatoio a temperatura T2=(273.15+30)K. La variazione di entropia del processo vale allora

$$\frac{Q_2}{T_2}-\frac{Q_1}{T_1}\geq 0 \qquad L+Q_1=Q_2 \qquad \frac{L+Q_1}{T_2}-\frac{Q_1}{T_1}\geq 0$$

$$T_1\geq \frac{Q_1}{L+Q_1}T_2=\frac{500}{100+500}(273.15+30)=252.6\,K=-20.6\,^0C$$

Q2)

$$\cancel{d}Q_1+\cancel{d}Q_2=0 \qquad m_C C_P dT+m_F C_P dT=0 \qquad m_C C_P\int_{T_C}^{T_{equil}} dT+m_F C_P\int_{T_C}^{T_{equil}} dT=0$$

i)

$$m_C C_P(T_C-T_{equil})+m_F C_P(T_F-T_{equil})=0$$

$$T_{equil}=\frac{m_C T_C+m_F T_F}{m_C+m_F}=\frac{3\times 343.15+4\times 278.15}{3+4}=306.01K=32.86\,^0C$$

$$dS=\frac{\cancel{d}Q_1}{T_1}+\frac{\cancel{d}Q_2}{T_2}=\frac{m_C C_P dT_1}{T_1}+\frac{m_F C_P dT_2}{T_2}$$

ii)

$$S_f-S_i=m_C C_P\int_{T_C}^{T_{equil}}\frac{dT_1}{T_1}+m_F C_P\int_{T_F}^{T_{equil}}\frac{dT_2}{T_2}=m_C C_P\ln(\frac{T_{equil}}{T_C})+m_F C_P\ln(\frac{T_{equil}}{T_F})=$$

$$=3\times 4184\times\ln(\frac{306.01}{343.15})+4\times 4184\times\ln(\frac{306.01}{278.15})=-1437.83+1597.87=159.74\,J/K$$