Fisica Generale LA **N.2**

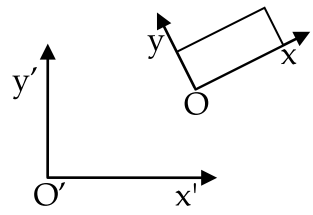
Prova Scritta del 16 Giugno 2009
Prof. Nicola Semprini Cesari

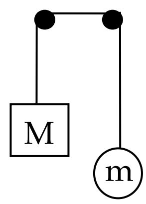
Quesiti

1) Calcolare l'area del parallelogrammo formato dai vettori $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$ e $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$.

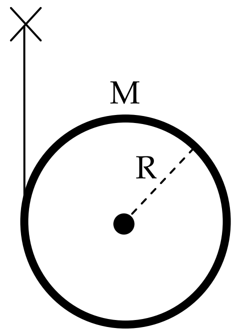
2) Il moto di un punto materiale è descritto dalle seguenti equazioni orarie: $x(t) = 3t^2 + 2t + 4$; $y(t) = t+3$; $z(t) = 0$. Calcolare l'angolo formato dai vettori velocità ed accelerazione al tempo *t=1s.*

3) Un punto materiale è in quiete nella posizione $\vec{r} = a\,\vec{i}$ di una piattaforma che ruota e trasla (assumere una rotazione antioraria uniforme di velocità angolare ω attorno ad un asse normale passante per O ed una traslazione con velocità uniforme $\vec{v}_0 = v_0\,\vec{i}\,'$). Calcolare la velocità del punto materiale rispetto al riferimento fisso nella ipotesi che al tempo *t=0* gli assi *x* e *x′* dei riferimenti siano allineati.





4) Calcolare il rapporto *m*/M affinchè la massa *m* acquisisca una accelerazione verso il basso pari a $2/3\,g$ (si trascurino gli attriti).



5) Su di una ruota di bicicletta di massa *M* e raggio *R*, libera di ruotare attorno al proprio asse, è avvolto un filo inestensibile di massa trascurabile fissato ad un estremo. Calcolare l'accelerazione con la quale scende il centro di massa.

6) Fornire e commentare la definizione di massa inerziale e massa gravitazionale.

7) Enunciare e dedurre il teorema delle forze vive.

8) Spiegare e commentare le principali caratteristiche di un sistema di unità di misura.

Soluzioni

1) $\vec{a} \wedge \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \sin\vartheta \, \vec{n} = A\,\vec{n}$ $\qquad A = |\vec{a} \wedge \vec{b}| = (2\vec{i} + \vec{j}) \wedge (3\vec{i} + 2\vec{j}) = |4\vec{k} - 3\vec{k}| = |\vec{k}| = 1$

2) $x(t) = 3t^2 + 2t + 4 \qquad \dot{x}(t) = 6t + 2 \qquad \ddot{x}(t) = 6 \qquad \vec{v}(1) = (8,1,0\ )$

$y(t) = t + 3 \qquad \dot{y}(t) = 1 \qquad \ddot{y}(t) = 0 \qquad \vec{a}(1) = (6,0,0\ )$

$z(t) = 0 \qquad \dot{z}(t) = 0 \qquad \ddot{z}(t) = 0$

$$\vartheta = \arccos\left(\frac{\vec{v}\cdot\vec{a}}{|\vec{v}||\vec{a}|}\right) = \arccos\left(\frac{48}{\sqrt{65}\sqrt{36}}\right) = \arccos\left(\frac{8}{\sqrt{65}}\right)$$

3) $\vec{v}\,' = \vec{v} + \vec{v}_0 + \vec{\omega} \wedge \vec{r} = \vec{v}_0 + \vec{\omega} \wedge \vec{r} = v_0\vec{i}\,' + (\omega\vec{k}\,') \wedge (a\cos\omega t\,\vec{i}\,' + a\sin\omega t\,\vec{j}\,') =$

$= v_0\vec{i}\,' + \omega a\cos\omega t\,\vec{j}\,' - \omega a\sin\omega t\,\vec{i}\,' = (v_0 - \omega a\sin\omega t)\vec{i}\,' + \omega a\cos\omega t\,\vec{j}\,'$

4) $T - Mg = M\ddot{z}_1 \qquad T - Mg = -M\ddot{z}_2 \qquad -Mg + mg = -M\ddot{z}_2 - m\ddot{z}_2 \qquad \ddot{z}_2 = -\dfrac{m-M}{m+M}g$

$T - mg = m\ddot{z}_2 \qquad T - mg = m\ddot{z}_2$

$\ddot{z}_1 = -\ddot{z}_2$

$\dfrac{m-M}{m+M} = \dfrac{2}{3} \qquad \dfrac{m}{M} = 5$

5) assumendo l'asse z uscente dal piano del foglio, l'asse y verso l'alto ed il polo di riduzione al centro della ruota si ha dalle equazioni cardinali

$T - Mg = M\ddot{z}_{CM}$

$\vec{M}^e = -R\vec{i} \wedge T\vec{j} = -RT\,\vec{k} \qquad \hat{\omega} = \vec{k} \qquad \vec{M}^e \cdot \hat{\omega} = -RT \qquad I = MR^2 \qquad -RT = MR^2\ddot{\varphi} \qquad \ddot{\varphi} = -\dfrac{T}{MR}$

$R\ddot{\varphi} = \ddot{z}_{CM}$

da cui $\ddot{z}_{CM} = -\dfrac{1}{2}g$.