Fisica Generale LA

Prof. Nicola Semprini Cesari

Prova Scritta del 20 Luglio 2015

Meccanica

Q1) Il vettore posizione di un punto materiale è dato dalla espressione $\vec{r} = R\cos(\omega t)\,\hat{\imath} + R\sin(\omega t)\,\hat{\jmath}$. Calcolare a) i vettori velocità ed accelerazione; b) mostrare che il vettore velocità è perpendicolare al vettore posizione mentre il vettore accelerazione è perpendicolare al vettore velocità e collineare al vettore posizione.

Q2) Nella ipotesi che un satellite si muova attorno alla terra su di una orbita equatoriale circolare, determinare il raggio dell'orbita affinchè venga visto fisso nel cielo da un osservatore terrestre.

Q3) Verificare se il campo di forze $\vec{F}(x,y,z) = -\alpha\;\; 2xyz\,\vec{i} + (x^2z + 2yz^2)\vec{j} + (x^2y + 2y^2z)\,\vec{k}$ è conservativo e calcolarne, eventualmente, il potenziale.

Q4) Una fune inestensibile e priva di massa viene avvolta attorno al bordo di un disco di massa *M* e raggio *R*/2. L'altro estremo della fune viene fissato al soffitto. Il disco, inizialmente fermo, viene lasciato cadere facendo srotolare la fune (sempre tesa). Supponendo che non agiscano forze dissipative determinare i) il momento d'inerzia del disco; ii) la velocità del centro di massa del disco dopo una caduta di lunghezza *L*.

Q5) Definire i concetti di centro di massa e sistema del centro di massa e spiegarne l'utilità.

Q6) Enunciare e dimostrare il teorema delle forze vive.

Termodinamica

Problema) Un sistema termodinamico termicamente isolato è costituito da un recipiente cilindrico a pareti rigide dotato di un pistone capace di scorrere senza attrito aventi capacità termica $C_1 = R$, una mole di gas perfetto monoatomico e un mulinello di capacità termica $C_2 = R/2$.
Inizialmente, il pistone è bloccato e il sistema si trova nello stato termodinamico di equilibrio ***A*** definito dai valori T_0 e V_0 di temperatura e volume.
A un dato istante, il mulinello viene messo in rotazione applicandogli una coppia di forze avente momento ***M*** costante, e viene fermato istantaneamente dopo aver compiuto ***N*** giri. Il sistema raggiunge in tal modo un nuovo stato di equilibrio ***B*** definito dal valore $T_f > T_0$ della temperatura e dal volume immutato V_0.
Determinare le espressioni delle seguenti quantità: i) l'aumento di temperatura $\Delta T = T_f - T_0$; ii) la variazione di entropia ΔS_{gas} del gas; iii) di quanto si deve variare reversibilmente il volume del gas (si calcoli cioè l'espressione del rapporto V_f / V_0) affinchè il sistema, partendo dallo stato ***B***, raggiunga uno stato di equilibrio ***C*** nel quale la temperatura abbia il valore iniziale T_0.

Q2) Commentare le diverse enunciazioni del secondo principio della termodinamica.

Soluzioni Meccanica

Q1)

Q2)

Q3)

Q4)

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

$$Mgz_{CM} = \frac{1}{2}M\dot{z}_{CM}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad \dot{z}_{CM} = \omega R \qquad Mgz_{CM} = \frac{1}{2}M\dot{z}_{CM}^2 + \frac{1}{2}(\frac{1}{2}MR^2)(\frac{\dot{z}_{CM}}{R})^2 = \frac{3}{4}M\dot{z}_{CM}^2$$

$$\dot{z}_{CM} = \frac{4}{3}gz_{CM} \qquad \dot{z}_{CM} = \frac{4}{3}gL$$

Soluzioni Termodinamica

Problema)

a) *Essendo il contenitore adiabatico non scambia calore con l'esterno e quindi* $\Delta Q = \Delta U + L = 0 \Rightarrow \Delta U = -L$, dove il lavoro L è il lavoro fatto dal gas che è pari all'opposto del lavoro fatto dal mulinello sul gas: $-L = \int_0^{2\pi N} M\, d\varphi = 2\pi NM = \Delta U$.

La variazione di energia interna del sistema è pari alla somma della variazione di energia interna del gas e dei due oggetti (contenitore e mulinello) di capacità termica C1 e C2. Quindi:

$$\Delta U = \left(C_1 + C_2 + C_{Vgas}\right)\Delta T = 2\pi NM$$

$$\left(R + \frac{R}{2} + \frac{3}{2}R\right)\Delta T = 3R\Delta T = 2\pi NM \Rightarrow \Delta T = \frac{2\pi NM}{3R} \cdot$$

b) $\Delta S = C_V \ln\frac{T_f}{T_0} = C_V \ln\frac{T_0 + \Delta T}{T_0} = C_V \ln\left(1 + \frac{\Delta T}{T_0}\right) = C_V \ln\left(1 + \frac{2\pi NM}{3RT_0}\right)$;

c) Tramite il primo principio si può scrivere: $dQ = dU + pdV = \left(C_1 + C_2 + C_V\right)dT + pdV = 0$. Da cui segue: $3RdT + \frac{RT}{V}dV = 0 \Rightarrow 3\frac{dT}{T} = -\frac{dV}{V} \Rightarrow 3\ln\left(\frac{T_0}{T_f}\right) = -\ln\frac{V_f}{V_0} = \ln\frac{V_0}{V_f} \Rightarrow \frac{V_f}{V_0} = \left(\frac{T_f}{T_0}\right)^3 = \left(1 + \frac{\Delta T}{T_0}\right)^3$