Fisica Generale LA

Prof. Nicola Semprini Cesari

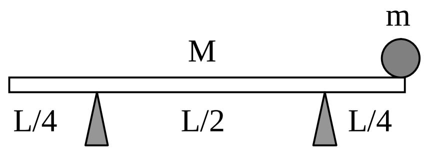
Prova Scritta del 20 Gennaio 2015

Meccanica

Q1) Il moto di un punto materiale è descritto dalle equazioni $x = At + B$; $y = Ct^2 + Dt + E$; $z = 0$. Determinare il modulo dei vettori velocità ed accelerazione.

Q2) Calcolare il modulo della velocità necessaria affinché un satellite artificiale ruoti attorno alla terra su un'orbita circolare di raggio R_S .

Q3) Il sistema meccanico mostrato nella figura si trova all'equilibrio. Calcolare le reazioni vincolari nei punti di appoggio.



Q4) Dimostrare le formule di Poisson.

Q5) Mostrare i passaggi che conducono alla formulazione della prima equazione cardinale della meccanica. Commentare il risultato.

Problema)

Una giostra è costituita da un'asta rigida ed omogenea di massa ***M*** e lunghezza ***2d*** disposta orizzontalmente e girevole con attrito trascurabile attorno ad un asse verticale passante per il suo centro di massa. Inizialmente due ragazzi, di ugual massa ***M/3***, sono seduti ai due estremi della giostra che ruota liberamente con frequenza ω_i . Calcolare le espressioni delle seguenti quantità:

a) il momento d'inerzia I_i del sistema rispetto all'asse di rotazione;
b) il momento angolare K del sistema rispetto all'asse di rotazione.

Se i due ragazzi di avvicinano all'asse di rotazione della giostra dimezzandone la distanza i iniziale determinare le espressioni delle seguenti quantità:

c) la velocità angolare ω_f della nuova configurazione;
d) la variazione di energia meccanica del sistema.

Termodinamica

Q1) Calcolare il lavoro compiuto da 2 moli di gas perfetto monoatomico poto alla temperatura iniziale $t_1 = 25\ ^\circ C$ soggetto ad una trasformazione adiabatica quasi statica che raddoppia il volume iniziale.

Q2) L'energia interna di un gas dipende dalla temperatura T e dalla pressione P attraverso l'espressione $U(T,P) = 2nRT - \varepsilon P + K$ dove n è il numero di moli, R la costante dei gas, ε un parametro noto e K una costante. Determinare l'espressione della variazione di temperatura a seguito di una espansione libera adiabatica dalla pressione iniziale P_i a quella finale P_f.

Q3) Commentare il concetto di entropia.

Soluzioni Meccanica

Q1)

$$\dot{x} = A \qquad \ddot{x} = 0$$
$$\dot{y} = 2Ct + D \qquad \ddot{y} = 2C$$
$$\dot{z} = 0 \qquad \ddot{z} = 0$$
$$|\vec{v}| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} = \sqrt{A^2 + 4C^2t^2 + D^2 + 4CDt}$$
$$|\vec{a}| = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2} = \sqrt{4C^2} = 2C$$

Q2)

$$G\frac{M_T m}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \qquad v = \sqrt{G\frac{M_T}{R}}$$

Q3)

$$R_1 + R_2 - (M+m)g = 0 \qquad R_1 = \frac{M-m}{2}g$$
$$R_1\frac{L}{4} - Mg\frac{L}{2} + R_2\frac{3L}{4} - mg\,L = 0 \qquad R_2 = \frac{M+3m}{2}g$$

Problema)

1) $I_i = I_{asta} + 2I_{ragazzo} = \frac{1}{3}Md^2 + 2\frac{M}{3}d^2 = Md^2$

2) $K = I_i \cdot \omega_i = Md^2 \cdot \varpi_i$

3) Poiché il sistema è isolato si conserva il momento angolare. Visto che però cambia il momento d'inerzia, deve cambiare anche la velocità angolare, la cui espressione si ricava imponendo:

$I_i\,\omega_i = I_f\omega_f$

Con $I_f = I_{asta} + 2I_{ragazzo} = \frac{Md^2}{3} + \frac{Md^2}{6} = \frac{1}{2}Md^2$, da cui: $\omega_f = 2\omega_i$

4) L'energia meccanica è in questo caso energia cinetica di rotazione, che si scrive $E = \frac{1}{2}I\varpi^2$. Considerando la situazione iniziale e finale, $\Delta E = E_f - E_i = \frac{1}{2}(I_f\omega_f^2 - I_i\omega_f^2) = \frac{1}{2}Md^2\omega_i^2$ che è il lavoro fatto dai ragazzi contro la forza centrifuga

Soluzioni Termodinamica

Q1)

$$L_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV$$

$$\textit{adiabatica} \quad pV^{\gamma} = \text{cost} \qquad p_1V_1^{\gamma} = pV^{\gamma} \qquad p = p_1V_1^{\gamma}\frac{1}{V^{\gamma}}$$

$$L_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = \int_{V_1}^{V_2} p_1V_1^{\gamma}\frac{1}{V^{\gamma}}dV = p_1V_1^{\gamma}\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V^{\gamma}} = p_1V_1^{\gamma}\left[\frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1}\right]_{V_1}^{V_2} = \frac{p_1V_1^{\gamma}}{1-\gamma}[V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}] = \frac{p_1V_1}{\gamma-1}[1-\frac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}}] =$$

$$= \frac{nRT_1}{\gamma-1}[1-\frac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}}] = \frac{2\times 8.31\times 298}{5/3-1}[1-(\frac{1}{2})^{5/3-1}] \approx 2749\,J$$

Q2)

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta L$$

$$\textit{trasfomazione} \quad \textit{libera} \quad \textit{adiabatica} \quad 0 = \Delta U + 0 \qquad \Delta U = 0$$

$$U(T,P) = 2nRT - \varepsilon P + K$$

$$\Delta U = 2nR\Delta T - \varepsilon\Delta P = 0 \qquad \Delta T = \frac{\varepsilon\Delta P}{2nR} \qquad \Delta T = \frac{\varepsilon}{2nR}(P_F - P_I)$$